

# 第九节

## 分光仪器的分辨本领

# 1. 棱镜光谱仪 (Prism spectrometer)

## 几何光学的观点

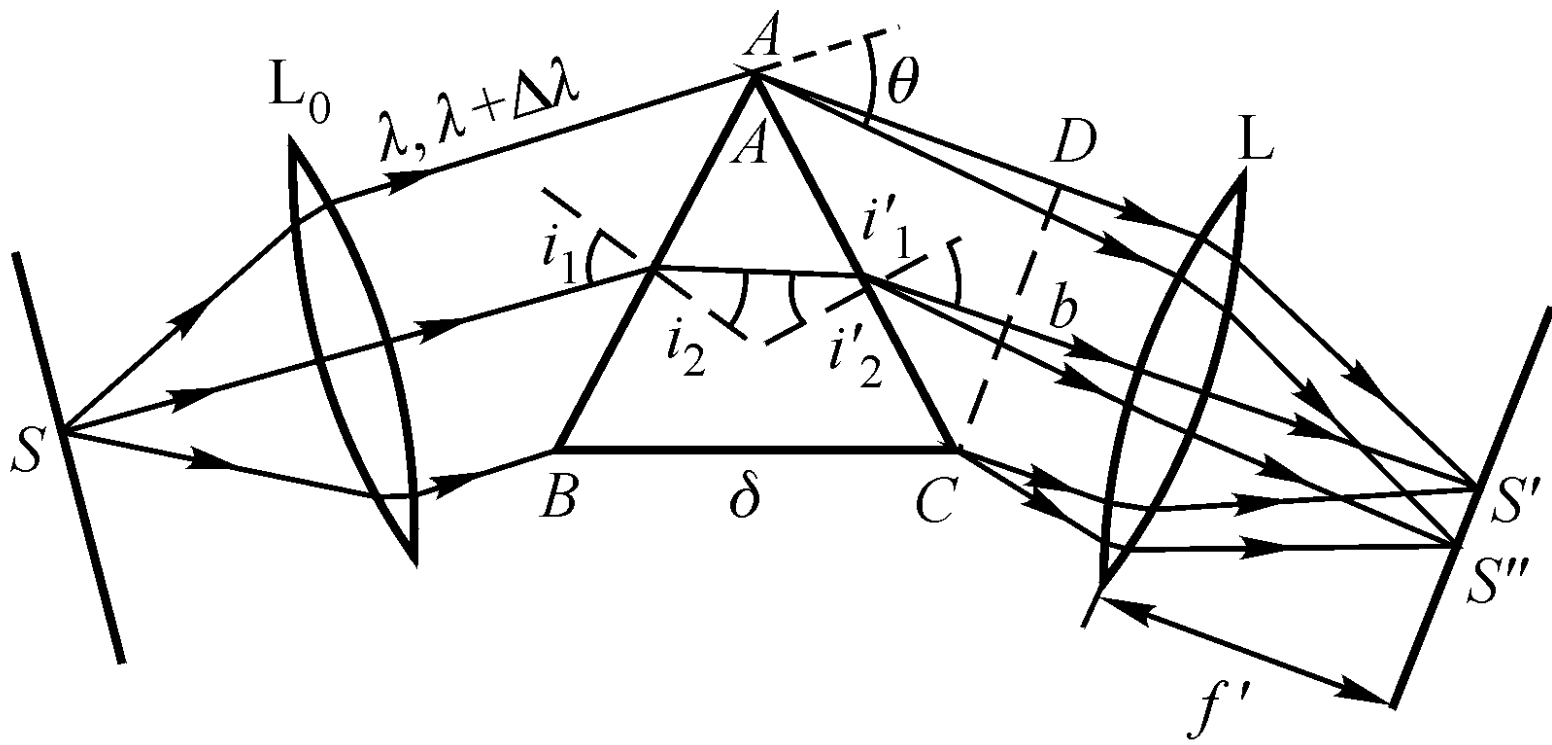
棱镜的色散特性可用角色散率 $D$ 来表示

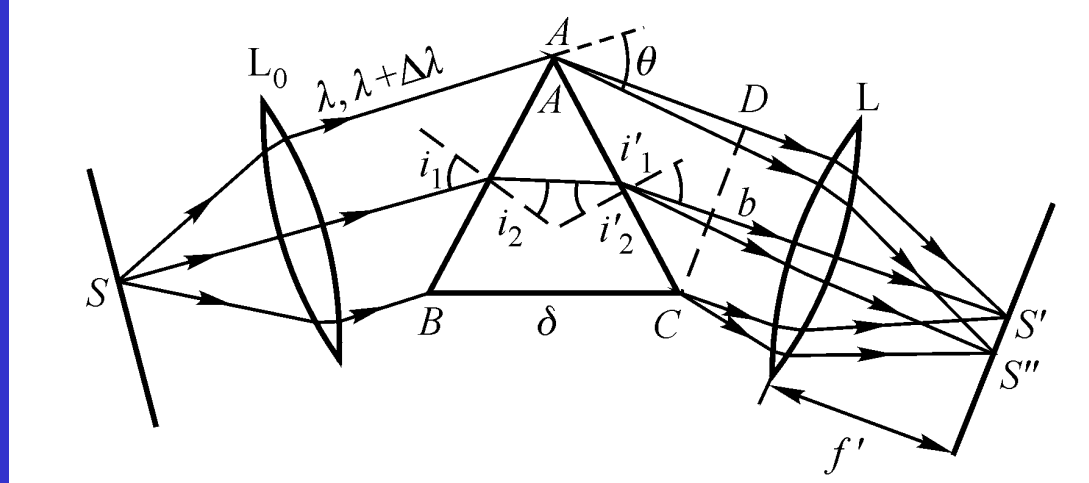
$$D = \lim_{\Delta\lambda \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{d\theta}{d\lambda}$$

最小偏向角附近的角色散率为  $D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d\theta_0}{d\lambda}$

角色散率的大小与棱镜材料的折射率随波长的

改变率  $\frac{dn}{d\lambda}$  有关, 则  $D = \frac{d\theta_0}{d\lambda} = \frac{d\theta_0}{d\lambda} \frac{1}{\frac{dn}{d\theta_0}} \cdot \frac{dn}{d\lambda}$





现在计算上式中的  $\frac{dn}{d\theta_0}$  由第三章可知:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\theta_0 + A}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2}$$

式中  $A$  为棱镜的折射棱角,

$$\theta_0 = 2i_1 - A, \quad i_2 = \frac{A}{2} \quad \text{故} \quad \frac{dn}{d\theta_0} = \left(\sin\frac{A}{2}\right)^{-1} \frac{\cos\frac{\theta_0 + A}{2}}{2} \quad \text{即}$$

$$D = \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2\frac{A}{2}}} \cdot \frac{dn}{d\lambda}$$

波长相差的两谱线间的角距离为

$$\Delta\theta = D\Delta\lambda = \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{A}{2}}} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \Delta\lambda$$

单纯从几何光学的观点来看，只要光源足够细，每一条谱线也可以十分细，只要谱线彼此不相重合，就可以分辨得出，即谱线的分辨极限可以是无限小。

## 物理光学观点

由于通过棱镜的光束是限制在一定的宽度  $b=CD$  以内的，几何像仅在中央亮区内的最大位置，由于  $b$  相当大，故这个亮区范围相当窄；

它们的半角宽度为  $\theta_1 \approx \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{b}$

## 瑞利判据

两条谱线间的 $\Delta\theta$  恰好等于半角宽度 $\theta_1$

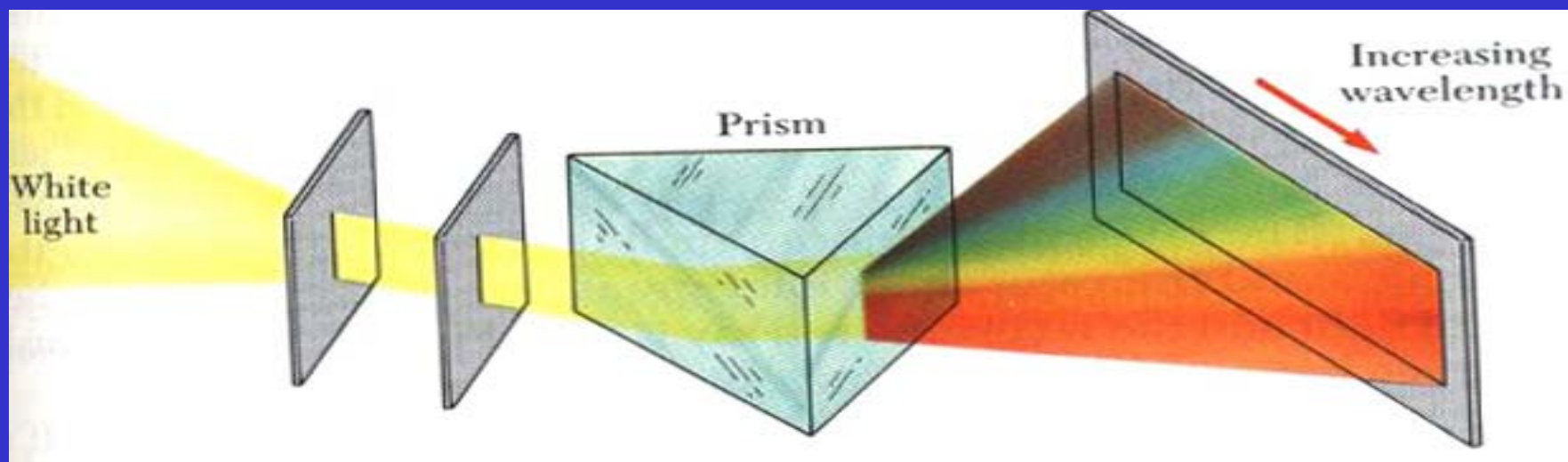
$$\Delta\theta = \theta_1 = \frac{\lambda}{b} \quad \text{即} \quad \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{A}{2}}} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \Delta\lambda = \frac{\lambda}{b}$$

根据色分辨本领的定义计算： $P = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \delta \frac{dn}{d\lambda}$

式中 $\delta = BC$ 为棱镜底面的宽度。

## 结论

指定材料 ( $\frac{dn}{d\lambda}$  一定) 制成的棱镜, 棱镜底面宽度 ( $\delta = BC \uparrow$ )  $\rightarrow P \uparrow$  折射棱角  $A$  越大。 ( $A \uparrow$ ) (光谱展开越开)





谱线间的角距离  $\Delta\theta$

光栅的角色散率为  $D = \frac{d\theta}{d\lambda}$

光栅方程  $d\sin\theta = j\lambda$  中,  $\theta$  对  $\lambda$  求导, 得

$$d(\sin\theta) = \frac{j}{d} d\lambda \quad \cos\theta d\theta = \frac{j}{d} d\lambda$$

$$\text{故 } \Delta\theta = \frac{j}{d \cos\theta} \Delta\lambda$$

## 2. 光栅光谱仪 (grating spectrometer)

### 谱线的宽度

其实，每一条谱线是多缝衍射图样的主最

大亮条纹，其宽度为  $\Delta\theta_1 = \frac{\lambda}{Nd \cos\theta}$

### 瑞利判据

$$\Delta\theta = \Delta\theta_1 \quad \text{即} \quad \frac{j}{d \cos\theta} \Delta\lambda = \frac{\lambda}{Nd \cos\theta}$$

## 色分辨本领

$$P = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = jN$$

## 结论

分辨本领 ( $P$ )  $\propto$  狭缝总数 ( $N$ )  $\propto$  光谱级数 ( $j$ )

对于指定 ( $j$ ) 级光谱, 波长差 ( $\Delta\lambda$ ) 的两谱线间的 ( $\Delta\theta$ ) 反比于光栅常量 ( $d$ )