

第五节

透镜

凸透镜 (convex lens) —— 边缘薄中间厚的透镜。透镜折射率比周围介质大时，是会聚透镜；反之是发散透镜。符号为 \uparrow

凹透镜 (concave lens) —— 边缘厚中间薄的透镜，透镜折射率比周围介质大时，是发散透镜；反之是会聚透镜。符号为 \downarrow

两个共轴折射面构成的光学系统称透镜

两个曲面都是球面, 称为球面透镜

两个曲面都是非球面, 称为非球面透镜

透镜两曲面在其光轴上的间隔——透镜厚度

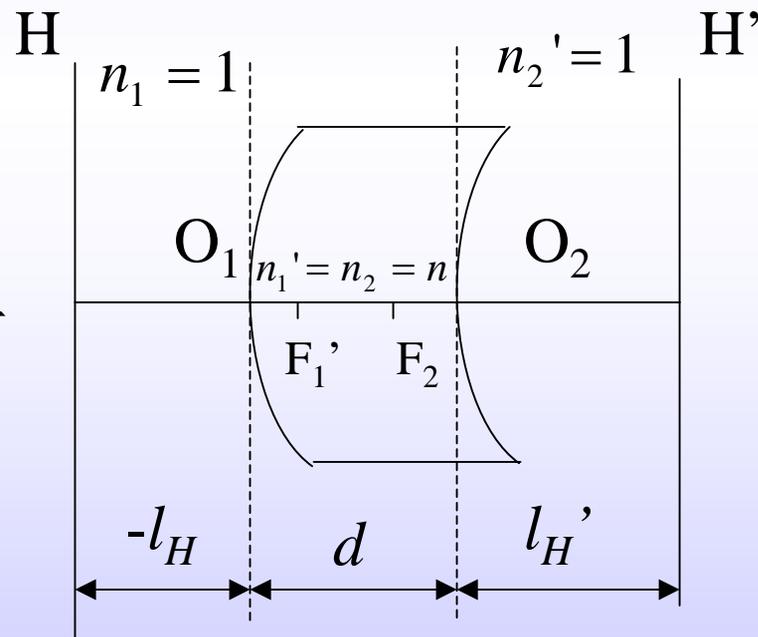
厚度同 f 相比不能忽略——厚透镜, 可忽略称为薄透镜。

一. 厚透镜

厚透镜可看成由两个系统组成:

第 I 系统: H_1 与 O_1 重合且通过折射面的顶点 O_1

第 II 系统: H_2 与 O_2 重合且通过第 2 折射面的顶点 O_2



$$\phi = \frac{1}{f'} = -\frac{\Delta}{f_1' f_2'}$$

$$\Delta = d - f_1' + f_2'$$

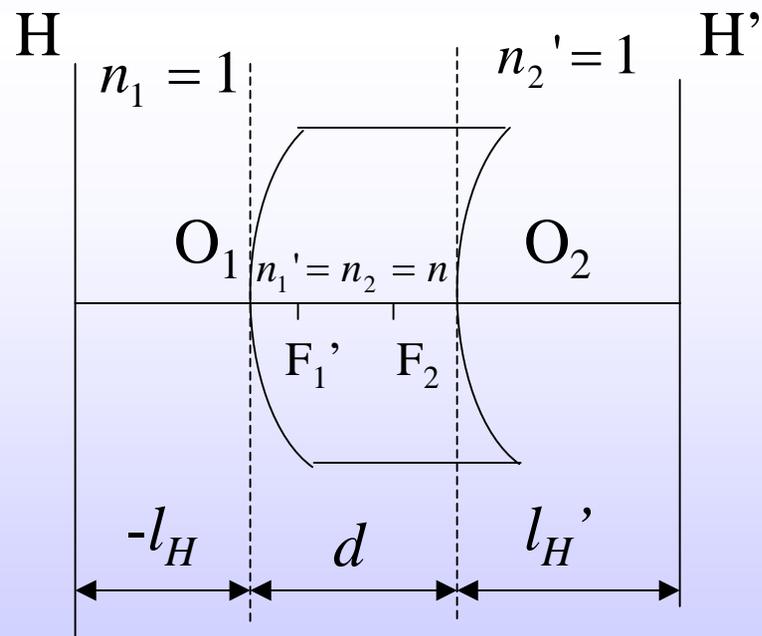
$$\therefore \phi = \frac{f_1'}{f_1' f_2'} - \frac{f_2'}{f_1' f_2'} - \frac{d}{f_1' f_2'}$$

$$\therefore \phi_1 = \frac{n}{f_1'}, \quad \phi_2 = \frac{1}{f_2'}$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 - \frac{d}{n} \phi_1 \phi_2$$

1. 透镜主点，位置的确定

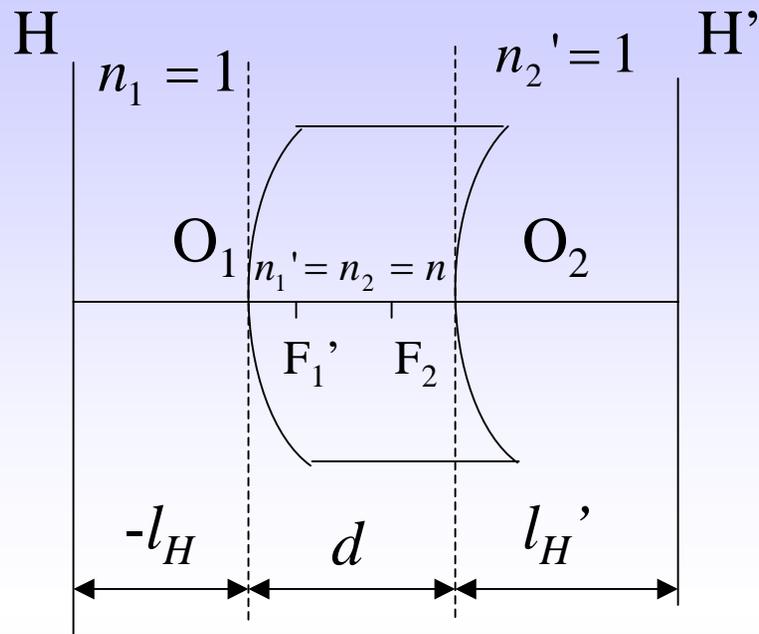
$$\begin{cases} l_H = f \cdot \frac{d}{f_2} \\ l_H' = -f' \cdot \frac{d}{f_1'} \end{cases}$$



2. 焦点, 位置

$$\begin{cases} l_F' = l_H' + f' \\ l_F = l_H + f \end{cases}$$

$$\because \phi = \frac{n' - n}{r} \quad f' = \frac{n'}{\phi}$$



$$f_1 = -\frac{r_1}{n-1} \quad f_1' = \frac{nr_1}{n-1} \quad f_2 = \frac{nr_2}{n-1} \quad f_2' = \frac{-r_2}{n-1}$$

$$f' = \frac{nr_1r_2}{(n-1)[n(r_2 - r_1) + (n-1)d]} = -f$$

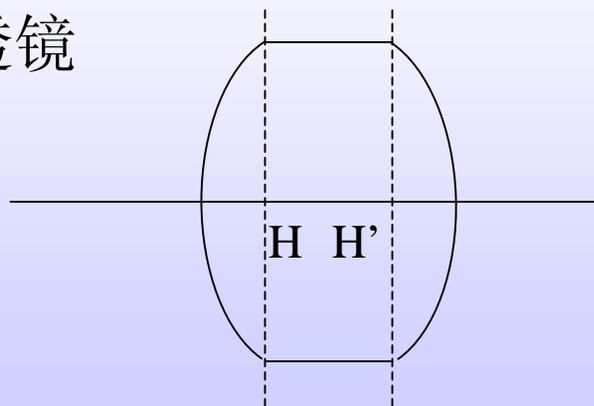
$$l_H' = -\frac{r_2 d}{(n-1)d - n(r_1 - r_2)}$$

$$l_H = -\frac{r_1 d}{(n-1)d - n(r_1 - r_2)}$$

定出两主点和两焦点的位置，从而能用高斯公式研究近轴区域的各种成像问题。

几种厚透镜的主点， 设 $n=1.5$

(1). 双凸透镜

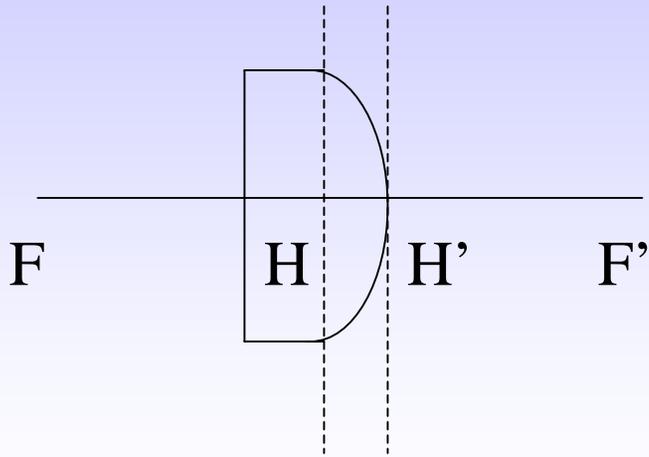


$$|r_1| = |r_2|$$

$$l_H = \frac{1}{3}d$$

$$l_H' = -\frac{1}{3}d$$

(2). 平凸透镜



$$r_1 = \infty$$

$$l_{H'} = \frac{2}{3}d$$

$$l_H' = 0$$

二、薄透镜

透镜厚度同透镜焦距相比可忽略。可令 $d = 0$

$$\therefore \phi = \phi_1 + \phi_2$$

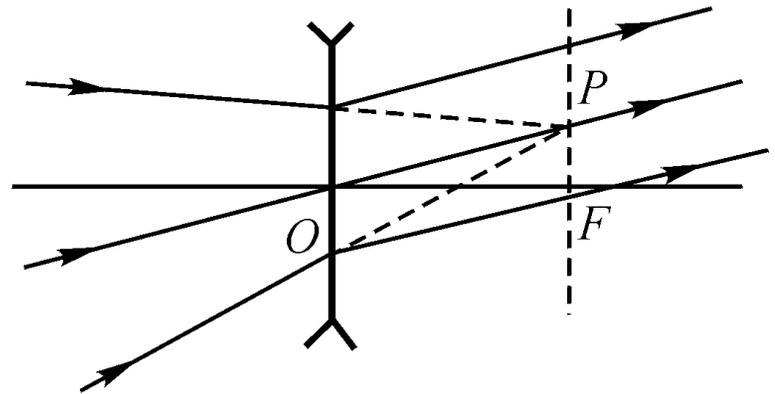
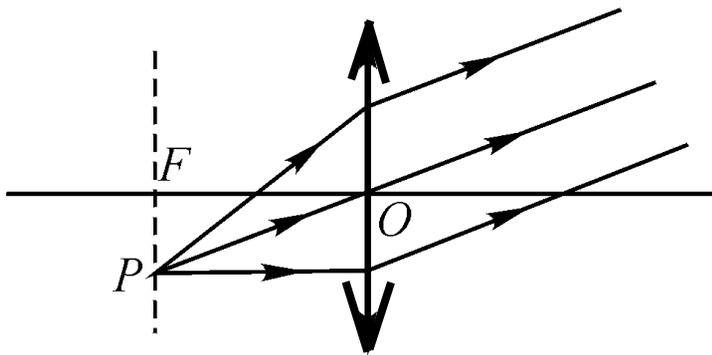
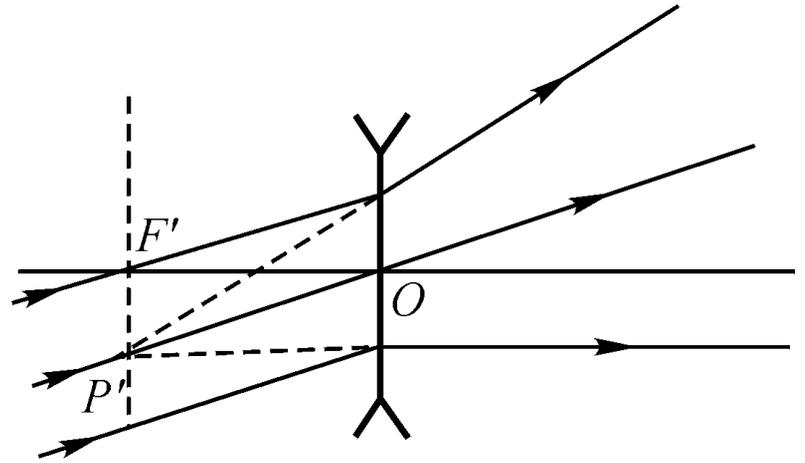
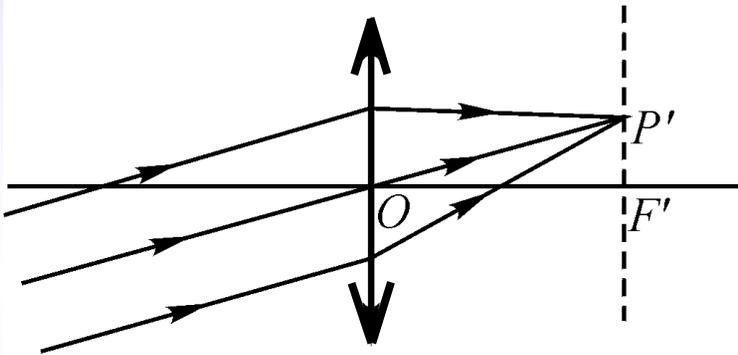
$$f' = \frac{r_1 r_2}{(n-1)(r_2 - r_1)}$$

$$l_H = f \frac{d}{f_2} = 0$$

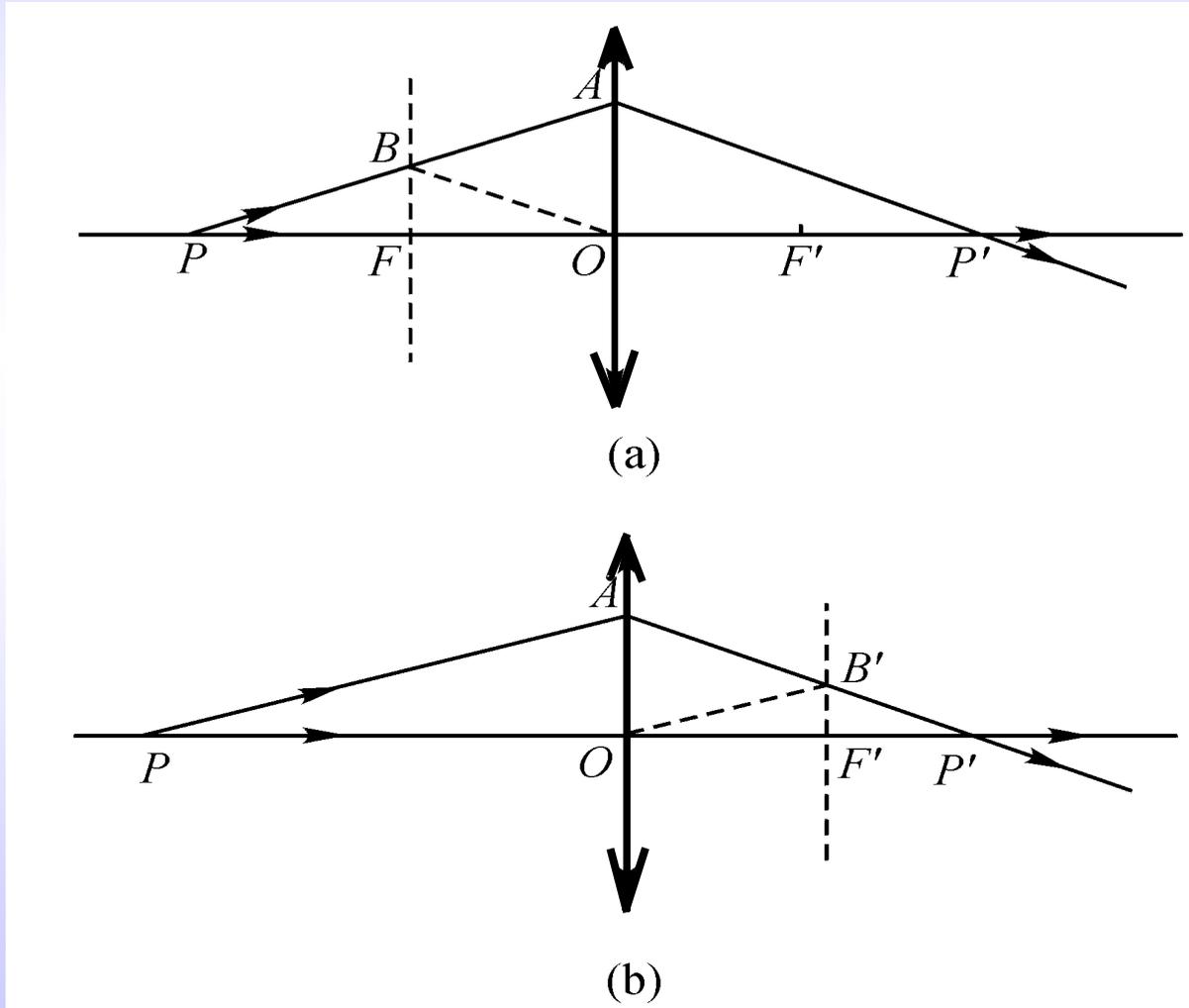
$$l_{H'}' = -f' \frac{d}{f_1'} = 0$$

薄透镜的作图求象法

利用经过两焦点和光心的三条典型光线中的两条画出象点的方法，在中学时就学过，但需要注意，这都要在近轴条件下才成立。



如果物点在主轴上，三条典型的光线就合并成一条，这时用作图法确定象的位置必须利用焦平面的性质。在近轴条件下，通过物方焦点 F 与主轴垂直的平面叫做物方焦平面（像方焦平面）。与主轴成一定倾角的入射平行光束，折射后会聚于象方焦平面上一点。

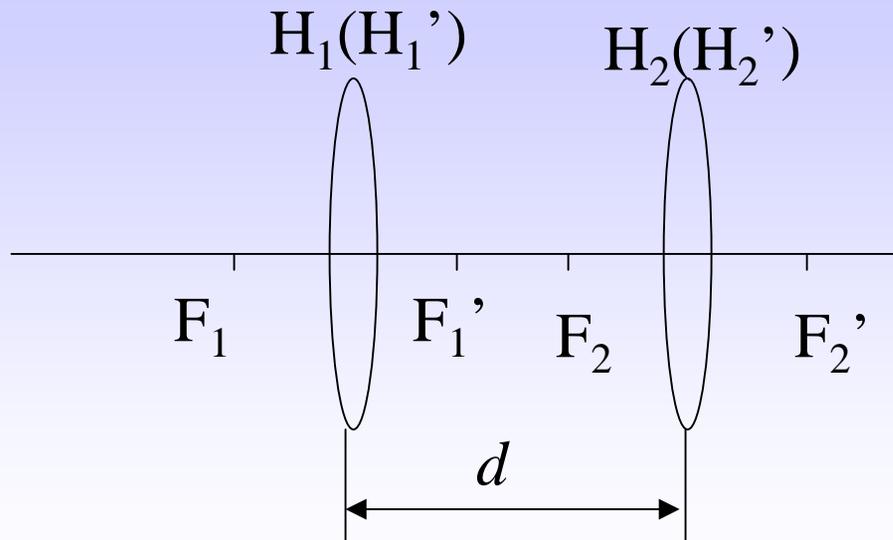


空气中的薄透镜组

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 - d\phi_1\phi_2$$

$$l_H = f \cdot \frac{d}{f_2}$$

$$l_H' = -f' \frac{d}{f_1'}$$



例：双凸透镜，两球面的光焦度分别为5和8屈光度，折射率为1.5，中心厚度18.75mm求此透镜的主点，焦点位置。

解：我们可以由单球面光焦度中求出它的半径为：

$$r_1 = \frac{n' - n}{\phi_1} = \frac{1.5 - 1.0}{5} = 0.1 \text{米}$$

$$r_2 = \frac{n' - n}{\phi_2} = \frac{1.0 - 1.5}{8} = -0.0625 \text{米}$$

再应用厚透镜主点公式

$$\begin{aligned} l_H' &= \frac{-r_2 d}{(n-1)d - n(r_1 - r_2)} \\ &= \frac{-(-0.0625) \times (0.01875)}{0.5 \times 0.01875 - 1.5 \times (0.1 + 0.0625)} \\ &= 0.005 \text{米} \end{aligned}$$

$$l_H' = \frac{-r_1 d}{(n-1)d - n(r_1 - r_2)} = 0.008 \text{米}$$

厚透镜光焦度

$$\begin{aligned}\phi &= \phi_1 + \phi_2 - \frac{d}{n} \phi_1 \phi_2 \\ &= 5 + 8 - \frac{0.01875}{1.5} \times 5 \times 8 \\ &= 12.5 \quad (\text{米}^{-1})\end{aligned}$$

\therefore 像方焦距

$$f' = -f = \phi^{-1} = 0.08$$

解法二:

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 - \frac{d}{n} \phi_1 \phi_2 = 12.5 = \frac{1}{f'} \quad f' = 0.08 \quad f_2 = -\frac{n}{\phi_2}$$

$$\begin{aligned}\therefore l_H &= f \cdot \frac{d}{f_2} \\ &= -0.08 \cdot \frac{0.01875}{-\frac{1.5}{8}} = 0.008(\text{米})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}l_H' &= -f' \cdot \frac{d}{f_1} \\ &= -0.08 \times \frac{0.01875}{\frac{1.5}{5}} = 0.005(\text{米})\end{aligned}$$

例：有两个薄透镜 L_1 、 L_2 一个 $f_1' = 12cm$ ，另一个 $f_2' = -10cm$
相隔 $d = 7.0cm$ 。一个点光源 s 放在 l_1 外侧 $40cm$ 处又如何？

解法一：按单透镜成像做

先 L_1 成像：有 $l_1 = -40cm, f_1' = 12cm$

$$\frac{f'}{l_1'} + \frac{f}{l_1} = 1 \quad \frac{1}{l_1'} - \frac{1}{l_1} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow l_1' = 17cm$$

$$l_2 = 17 - 7 = 10cm$$

恰好为 L_2 的物方焦距，故出来为平行光

解法二：按透镜组做，总光焦度

$$\begin{aligned}\phi &= \phi_1 + \phi_2 - d\phi_1\phi_2 \\ &= \left[\frac{1}{12} + \left(-\frac{1}{10}\right) - 7 \cdot \left(\frac{1}{12}\right)\left(-\frac{1}{10}\right) \right] \\ &= \frac{5}{120} \text{cm}^{-1}\end{aligned}$$

物方焦距：
$$f = -\frac{n}{\phi} = -\frac{120}{5} = -24\text{cm}$$

求透镜组的第一主点H

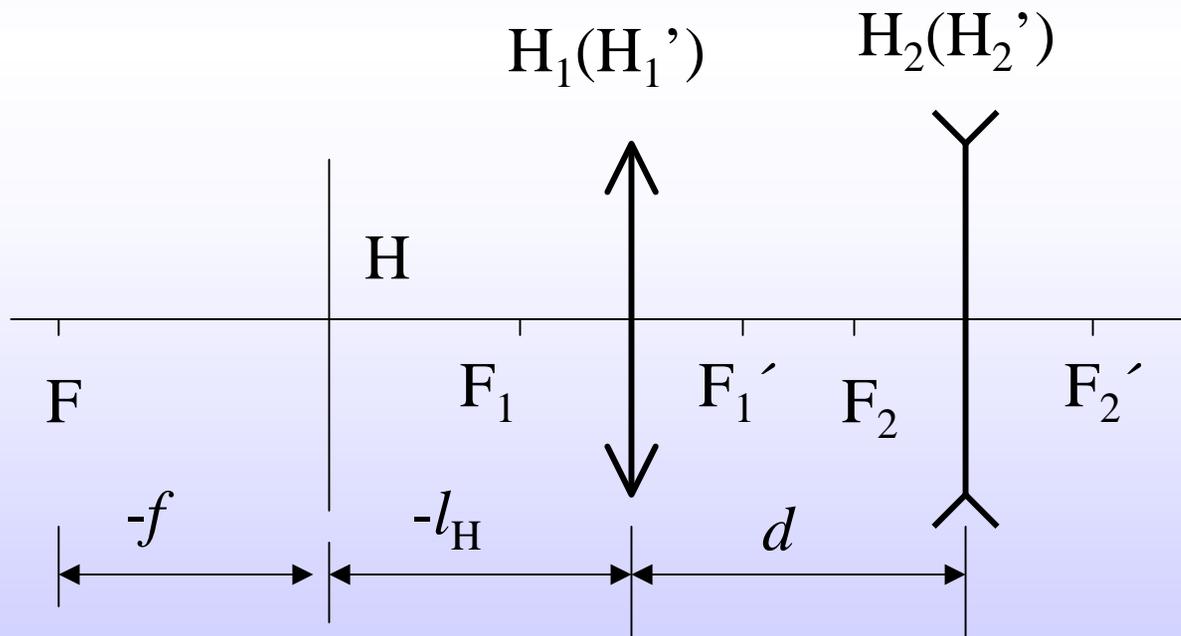
$$l_H = f \cdot \frac{d}{f_2} = (-24) \cdot \frac{7}{10} \text{cm} = -16\text{cm}$$

l_H 为 H_1 到H的距离， f 为H到F的距离。

所以自第一透镜表面 H_1 到 F 的距离为

$$-f - l_H = -16 - 24 = -40\text{cm}$$

\therefore 物点恰好在薄透镜组的第一焦点 F 上，若维持一切不变，将 L_1 、 L_2 位置互换，则依上同法进行计算，结果就不是平行光了，而是在凸透镜后 60cm 处得一像



例：今有一玻璃平凸透镜，其中厚度 ≈ 0 为一薄透镜，设其玻璃折射率为 n ，已知其在空气中时，焦距 $f' \approx +0.48m$ ，将凸面涂铝后，焦距 $f' = +0.08m$ ，求凸面半径 r_2 及 n

解：平凸透镜由两表面组成其 $r_1 = \infty$ ，故其总焦度为

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 - \frac{d}{n} \phi_1 \phi_2$$

$$\phi_1 = 0, \quad d = 0$$

$$\phi = \phi_2 = \frac{n' - n}{r_2} = \frac{1 - n}{r_2}$$

$$\phi = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0.48} m^{-1} \quad \therefore \frac{1-n}{r_2} = \frac{1}{0.48} m^{-1}$$

这是一个方程式，有两个未知数

今凸面涂铝，则此系统有三个表面，第一是平玻璃面，其 $\phi_1 = 0$ ，第二是凹面镜 ϕ_2 ，其按反射镜公式为（反射系统 $n' = -n$ ，）

$$\phi_2 = \frac{n' - n}{r_2} = \frac{-2n}{r_2}$$

第三是玻璃面，其 $\phi_3 = 0$ 故总的涂铝后的系统的光焦度

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = \phi_2 = -\frac{2n}{r_2}$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = \phi_2 = -\frac{2n}{r_2}$$

$$\therefore \text{由题 } \phi = \frac{1}{0.08} \quad \text{即} \quad \frac{-2n}{r_2} = \frac{1}{0.08} m^{-1}$$

为第二个方程，两个方程解两个未知数得平凸透镜玻璃折射率

$$n = 1.5 \quad \text{凹面半径为} \quad r_2 = -0.24m$$