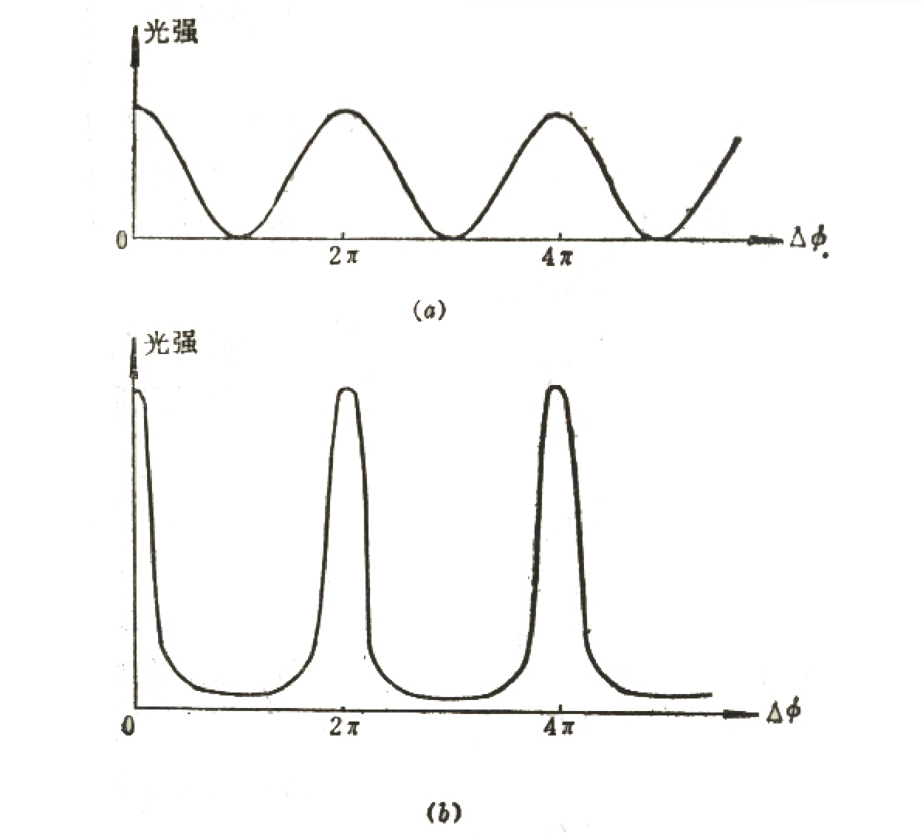
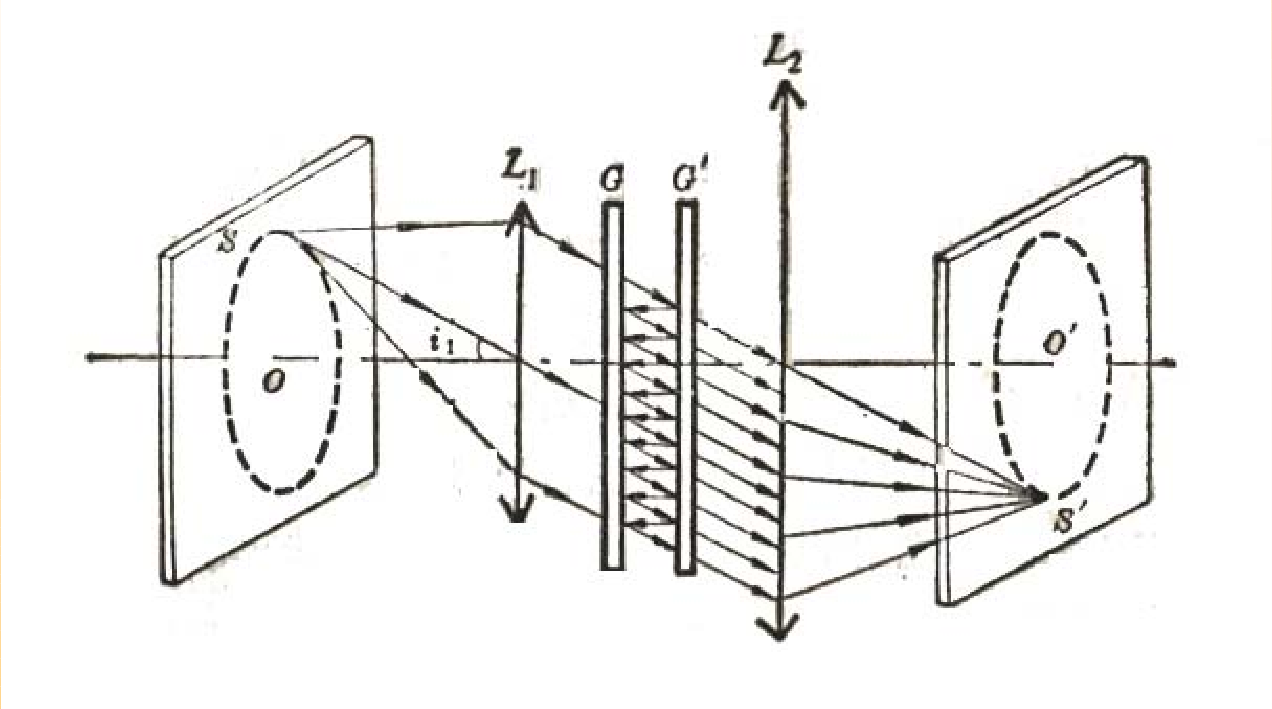
第五节
法布里—珀罗干涉仪多光束干涉

- 迈克耳孙干涉仪是应用分振幅原理的干涉仪，波幅分解后成为一个双光束系统，如果两束光的强度相同即振幅都等有$A1$，则光强为

$$2A_1^2(1+\cos\Delta\varphi)=4A_1^2\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}$$



- 它介乎最大值$4A_1^2$和最小值0之间，随位相差 $\Delta\varphi$连续改变，用实验方法不易测定最大值或最小值的精确位置。对实际应用来说，干涉花样最好是十分狭窄，边缘清晰，并且十分明亮的条纹，此外还要求亮条纹能被比较宽阔而相对黑暗的区域隔开。要是我们采用位相差相同的多光束干涉系统。
- 这些要求便可实现，在最理想的情况下，仅在对应于某一指定值的$\Delta\varphi$处才出现十分锐利的最大值，而其它各处都是最小值。法布里—珀罗干涉仪就是这种重要实验装置。



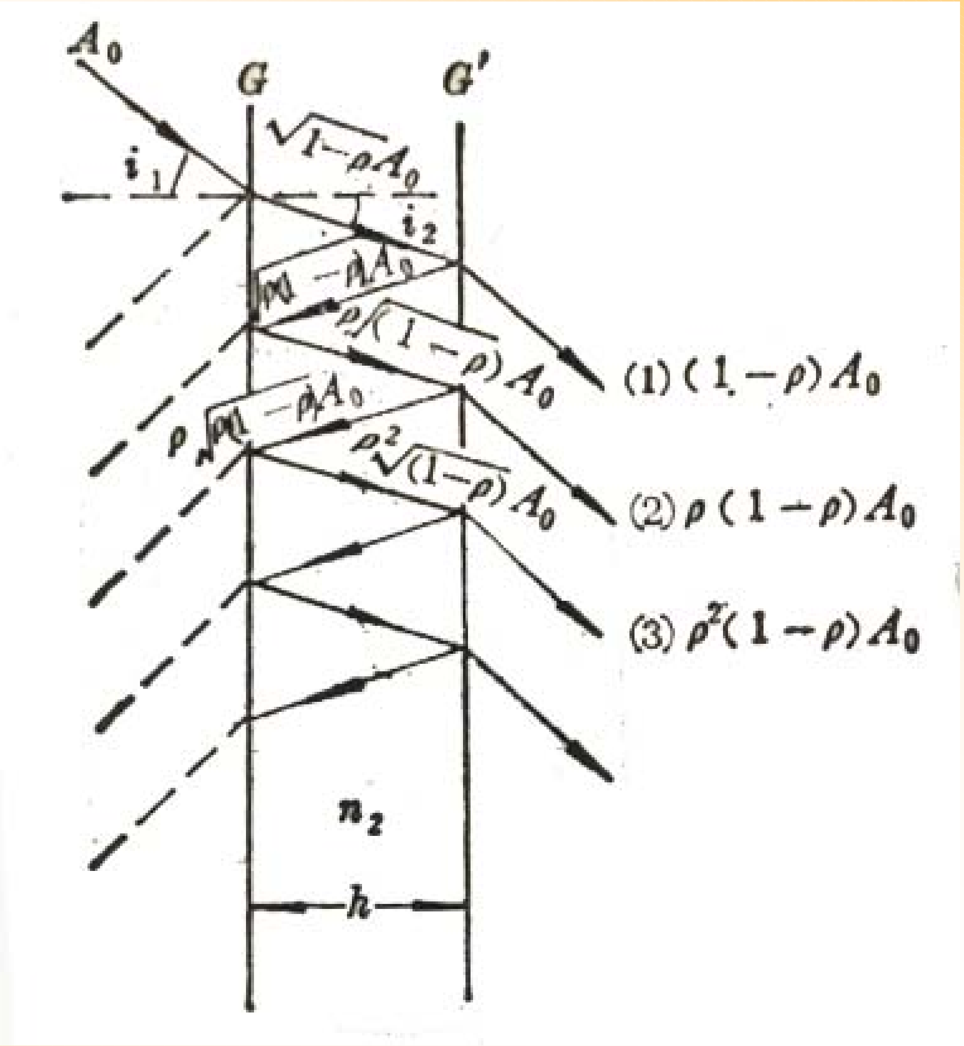


图1-17

- 这些透射光束都是相互平行的，如果一起通过透镜*L*2，则在焦平面上形成薄膜干涉条纹，每相邻两光束在到达透镜*L*2的焦平面上的同一点时，彼此的光程差值都一样：

$$\delta = 2n_2 h\cos i_2$$

位相差为 $\varphi=\frac{4\pi}{\lambda}n_2 h\cos i_2$

- 若第一束透射光的初位相为零，则各光束的位相依次为

$$0,\varphi,2\varphi,3\varphi,\cdots\cdots$$

振幅以等比级数（公比为 ρ）依次减小，位相则以等差级数（公差为 φ）而依次增加。

多束透射光叠加的合振幅A可按如下方法计算：

$$(1-\rho)A_0\ell^{i\omega t},\rho(1-\rho)A_0\ell^{i(\omega-\varphi)},\rho^2(1-\rho)A_0\ell^{i(\omega t-2\varphi)}$$

则合振动为：

$$(1-\rho)A_0\ell^{i\omega t}\left[1+\rho\ell^{-i\varphi}+\rho^2\ell^{-2i\varphi}+\rho^3\ell^{-3i\varphi}+\cdots\cdots\right]$$

利有无穷等比级数求和公式：

$$S=\sum_{n=1}^{\infty}a_1q^{n-1}=\frac{a_1}{1-q}$$

$$A\ell^{i[\omega t+\varphi_0]}=(1-\rho)A_0\ell^{i\omega t}\left[\frac{1}{1-\rho\ell^{-u\varphi}}\right]$$

合振动的强度为：

$$A^2 = (1-\rho)^2 A_0^2 \frac{1}{1-\rho\ell^{-i\varphi}} \cdot \frac{1}{1-\rho\ell^{i\varphi}}$$

$$= (1-\rho)^2 A_0^2 \frac{1}{1+\rho^2 - 2\rho\cos\varphi}$$

$$= (1-\rho)^2 A_0^2 \frac{1}{1+\rho^2 - 2\rho + 2\rho(1-\cos\varphi)}$$

$$= (1-\rho)^2 A_0^2 \frac{1}{(1-\rho)^2 + 4\rho\sin^2\dfrac{\varphi}{2}}$$

$$= \frac{A_0^2}{1 + \dfrac{4\rho}{(1-\rho)}\sin^2\dfrac{\varphi}{2}}$$

$$A^2 = A_0^2 \Big/ \left[1 + \frac{4\rho}{(1-\rho)^2} \cdot \sin^2(\frac{\varphi}{2})\right]$$

$\dfrac{1}{1 + \dfrac{4\rho}{(1-\rho)^2}\sin^2(\dfrac{\varphi}{2})}$称为爱里函数

$$F = \frac{4\rho}{(1-\rho)^2}$$

称为精细度，它是干涉条纹细锐程度的量度。

对于给定的ρ 值，A^2 随φ而变，当时$\varphi = 0,2\pi,4\pi,\cdots$，振幅为最大值$A_0$，当 $\varphi = \pi,3\pi,5\pi,\cdots$时，振幅为最小值。

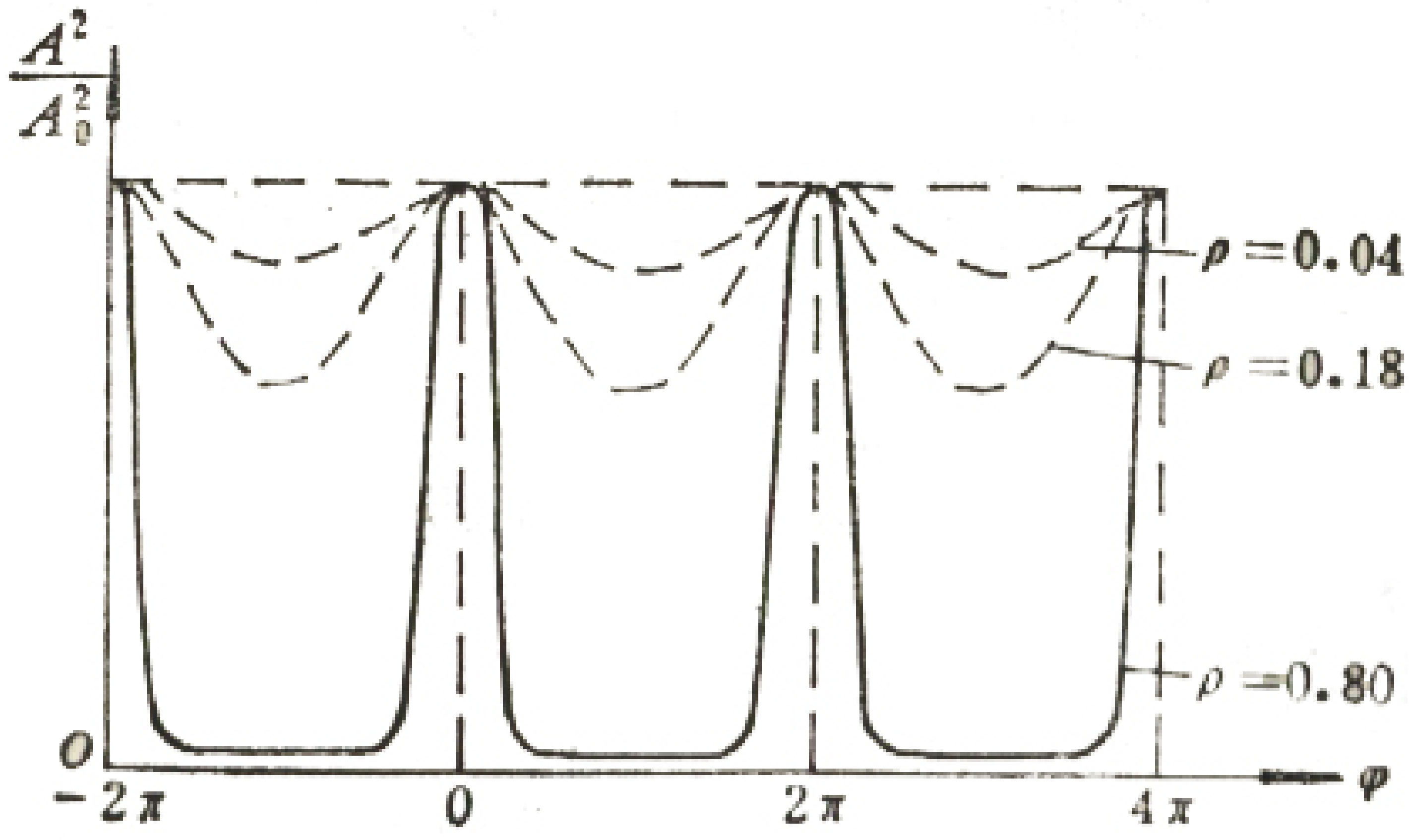
$$(\frac{1-\rho}{1+\rho})A_0$$

$$\frac{I_{\min}}{I_{\max}} = \frac{A^2 \min}{A^2 \max} = (\frac{1-\rho}{1+\rho})^2$$

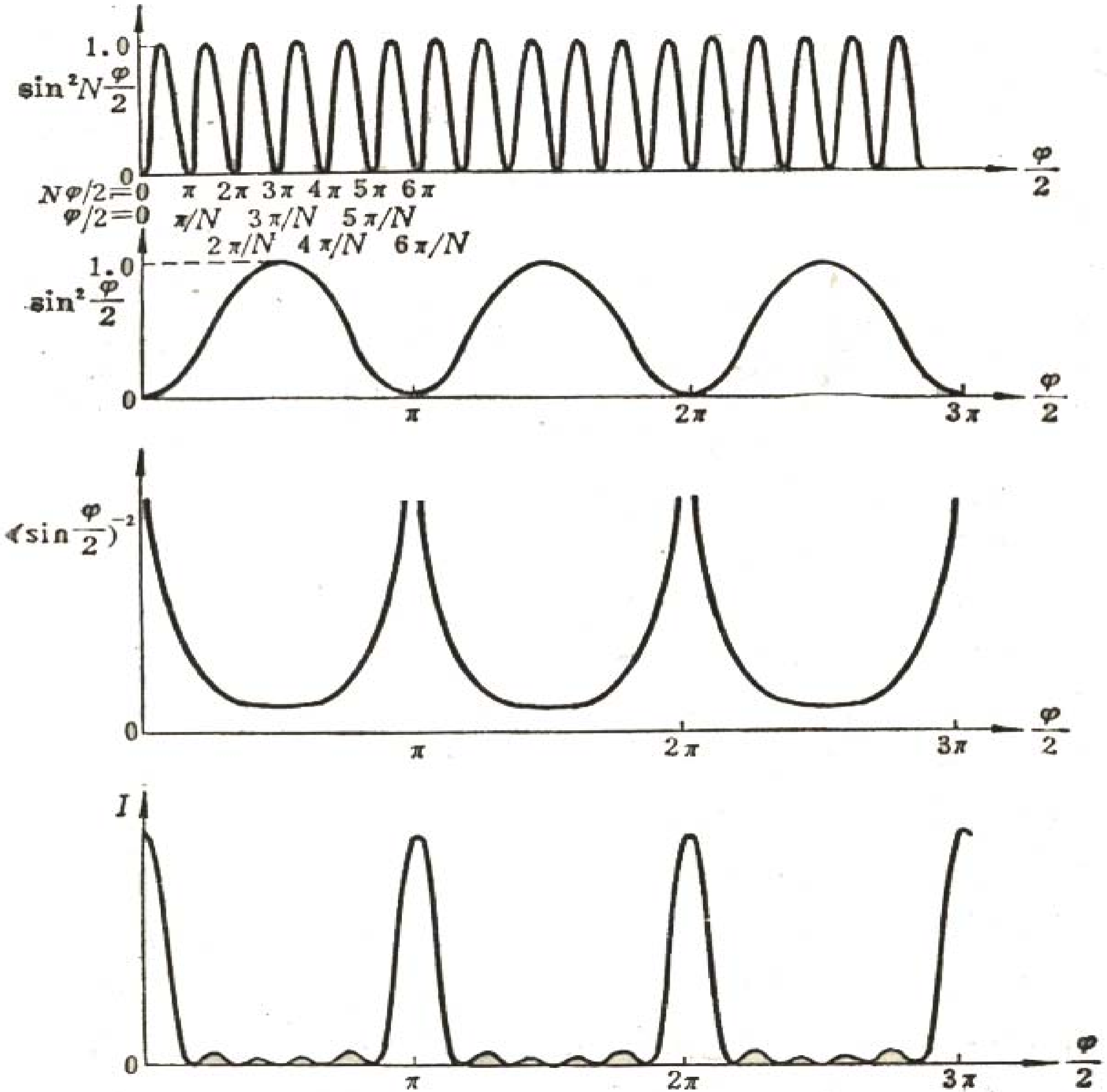
反射率 ρ 越大，可见度越显著。

$\rho \to 0$ 时，不论φ值大小如何，A几乎不变

$\rho \to 1$ 时，只有 $\varphi = 2k\pi$ 时 方出现最大值



$\frac{A^2}{A_0^2}$
$\rho=0.04$
$\rho=0.18$
$\rho=0.80$
O
-2π
0
2π
4π
φ


1.0
sin²Nφ/2
0
φ/2
Nφ/2=0 π 2π 3π 4π 5π 6π
φ/2=0 π/N 3π/N 5π/N
2π/N 4π/N 6π/N
1.0
sin²φ/2
0
π
2π
3π
φ/2
(sin φ/2)⁻²
0
π
2π
3π
φ/2
I
0
π
2π
3π
φ/2

当G、G'面的反射率很大时（实际上可达90%，甚至98%以上），由G'透射出来的各光束的振幅基本相等，这接近于等振幅的多光束干涉。计算这些光束的叠加结果，

$$A_1e^{i\omega t}, A_2e^{i(\omega t+\varphi)}, A_3e^{i(\omega t+2\varphi)}, A_4e^{i(\omega t+3\varphi)}, \cdots A_Ne^{i[\omega t+(N-1)\varphi]}$$

设 $A_1 = A_2 = A_3 = \cdots A_v = A_0$

合振幅为

$$Ae^{i\varphi_0} = A_0\left[1 + e^{i\varphi} + e^{i2\varphi} + \cdots e^{i(N-1)\varphi}\right]$$

$$Ae^{i\varphi_0} = A_0 \frac{e^{iN\varphi} - 1}{e^{i\varphi} - 1},$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$A^2 = A^2 e^{i\varphi_0} e^{-i\varphi_0}$$

$$= A_0 \frac{e^{iN\varphi} - 1}{e^{i\varphi} - 1} \cdot \frac{e^{-iN\varphi} - 1}{e^{-i\varphi} - 1}$$

$$= A_0^2 \frac{2 - (e^{iN\varphi} + e^{-iN\varphi})}{2 - (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi})} = A_0^2 \frac{1 - \cos N\varphi}{1 - \cos\varphi} = A_0^2 \frac{\sin^2(\frac{1}{2} N\varphi)}{\sin^2(\frac{1}{2}\varphi)}$$

$$A^2 = A_0^2 \frac{\sin^2 \frac{1}{2} N\varphi}{\sin^2 \frac{1}{2}\varphi}$$

A_0为每束光的振幅，N为光束的总数，φ 则为各相邻光束之间的位相差。

由上式可知，当 $\varphi = 2j\pi (j = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots)$ 时，得到最大值

$$A_{最大}^2 = \lim_{\varphi \to 2j\pi} A_0^2 \frac{\sin^2 \frac{1}{2} N\varphi}{\sin^2 \frac{1}{2}\varphi} = N^2 A_0^2$$

而当 $\varphi=2j'\dfrac{\pi}{N}$ $\left[j'=\pm1,\pm2,\cdots\pm(N+1);\pm(N+1),\cdots\pm(2N+1),\pm(2N+1)\cdots\right]$ 时

得到最小值 $A^2=0$

$j\neq 0,\pm N,\pm 2N\cdots$ 这时已变经最大值的条件。

•由此可见，在两个相邻最大值之间分布着（N-1）个最小值，又因为相邻最小值之间，必有一个最大值，故在两个相邻的最大值之间分布着（N-2）个较弱的最大光强，称为次最大，可以证明，当N很大时，

最强的次最大不超过最大值的 $\dfrac{1}{23}$。