3. 组合逻辑电路的分析与设计

基本要求

- 熟悉逻辑代数的基本定律、恒等式和规则；
- 掌握逻辑代数的变换与卡诺图化简；
- 熟练掌握组合逻辑电路的分析与设计方法。

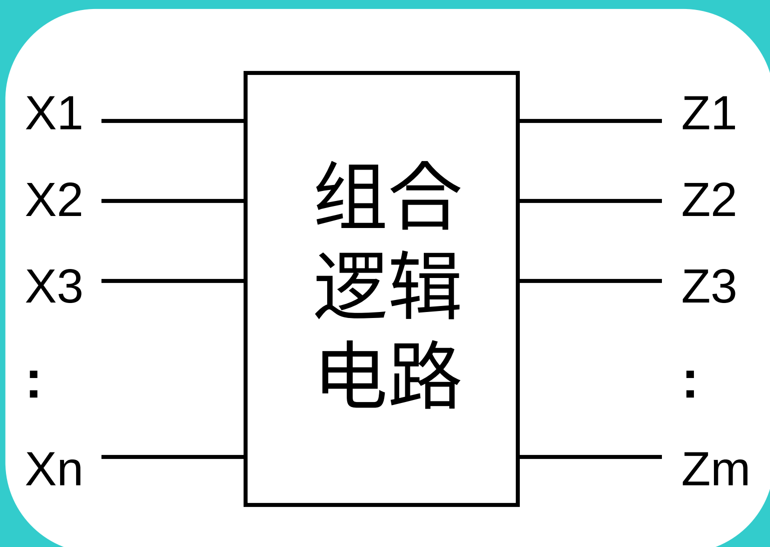
数字电路就结构和工作原理而言，可分为：

组合逻辑电路 ---无记忆元件

时序逻辑电路 ---有记忆元件

组合逻辑电路

定义：任意时刻的输出状态只决定于该时刻的输入状态，而与从前的状态无关。用方框图表示如下：



它们之间的关系是：

Z1=f1(X1, X2, …Xn)

Z2=f2(X1, X2, …Xn)

:

Zm=fm(X1, X2, …Xn)

对每一个逻辑函数，我们都可以分别写出真值表，经卡诺图化简变换后，得知电路功能。这个过程就是组合逻辑电路的分析。

3.1 逻辑代数

3.1.1 基本定律和恒等式

序号	名 称	公 式	公 式
1	基本定律	$A+0=A$	$A \cdot 0 = 0$
		$A+1=1$	$A \cdot 1 = A$
		$A+A=A$	$A \cdot A = A$
		$A+\overline{A}=1$	$A \cdot \overline{A}=0$
		$\overline{\overline{A}} = A$	
2	结合律	$A + (B + C)= (A + B) +C$	$A \cdot B C = A B \cdot C$
3	分配律	$A + B C= (A + B) \cdot (A + C)$	$A (B + C) = A B +A C$
4	交换律	$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$

HOME

BACK NEXT

3.1.1 基本定律和恒等式

5、摩根定律：

$$\overline{A \bullet B} = \overline{A} + \overline{B} \qquad \overline{A + B} = \overline{A} \bullet \overline{B}$$

6、吸收律：

在与或表达式中，如果某个乘积项取非是另一个乘积项的因子，则该因子多余

$$A + AB = A$$

$$A(A + B) = A$$

$$A + \overline{A}B = A + B$$

在与或表达式中，如果一个乘积项包含原变量A，另一个乘积项包含反变量A，且这两项的其余因子构成第三项，则第三项多余

7、其它常用恒等式：

$$AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$$

$$AB + \overline{A}C + BCD = AB + \overline{A}C$$

摩根定律的证明 ----用真值表验证。

例：证明 $\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$, $\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$ ，按A、B取值情况列出真值表，从表中可以直接得出结果。

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}$	$\overline{AB}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1	$\overline{0+0}=1$	1	$\overline{0\cdot0}=1$	1
0	1	1	0	$\overline{0+1}=0$	0	$\overline{0\cdot1}=1$	1
1	0	0	1	$\overline{1+0}=0$	0	$\overline{1\cdot0}=1$	1
1	1	0	0	$\overline{1+1}=0$	0	$\overline{1\cdot1}=0$	0

3.1.2 逻辑代数的基本规则

1. 代入规则 ----扩大所有基本定律的范围。

在任何逻辑等式中，如果将等式两边出现的某变量A都用同一函数L代替，则等式依然成立。

例：$B(A + C) = BA + BC$

用$A + D$代替A，得

左边$=B[(A+D)+C] = B(A+D) + BC = BA + BD + BC$

右边$=B(A+D)+BC = BA + BD + BC$， 所以，原等式成立

1. 代入规则

2. 反演规则

3. 对偶规则

2. 反演规则 ----可容易地直接写出函数的反函数

求一个逻辑函数的非函数时，可将函数L中的与（•）换成或（+），或（+）换成与（•）；再将原变量换为非变量，非变量换为原变量；1换成0，0换成1；则所得表达式就是 $\overline{L}$。

例1： $L = \overline{A}\,\overline{B} + CD + 0$

$$\overline{L} = (A+B)\cdot(\overline{C}+\overline{D})\cdot 1 = (A+B)(\overline{C}+\overline{D})$$

例2：

$$L = A + \overline{B\overline{C} + \overline{D + \overline{E}}} \qquad \overline{L} = \overline{A}\cdot\overline{(\overline{B}+C)\cdot\overline{\overline{D}\cdot E}}$$

注意： （1）保持原来的运算优先顺序，

（2）对于反变量以外的非号应保留不变。

3. 对偶规则　---证明恒等式

将逻辑表达式L中的与（·）换成或（+），或（+）换成与（·）；并将1换成0，0换成1；那么，所得的函数式就是L的对偶式，记作 L'。两个相等的逻辑表达式，它们的对偶式也相等。

$$L = (A + \overline{B})(A + C) \qquad L' = A\overline{B} + AC$$

例　试证明　$A+BC=(A+B)(A+C)$

分别写出其对偶式：左边为：$A(B+C)$；右边为：$AB+AC$

由分配律知：左边$=A(B+C) = AB+AC=$右边

故　$A+BC=(A+B)(A+C)$

注：对偶规则与反演规则只差一句："原变量" ⟺ "反变量"

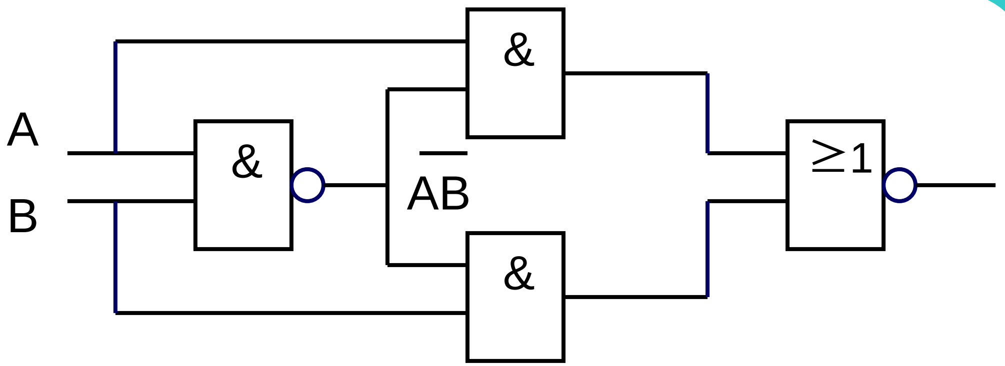
HOME

BACK NEXT

3.1.3 逻辑函数的代数变换

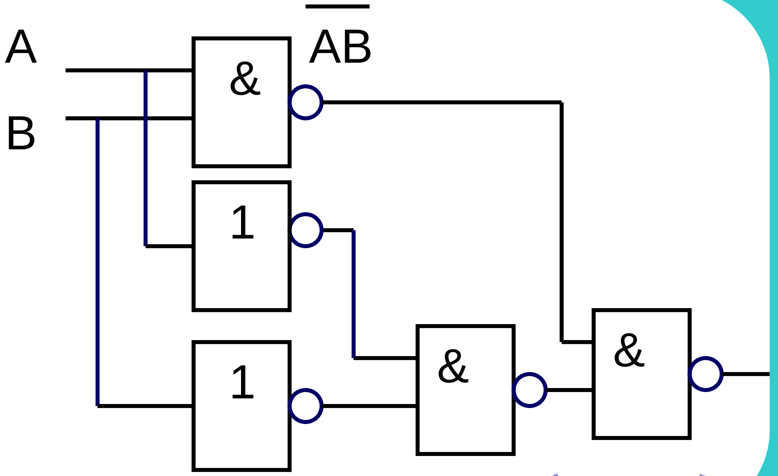
例，试用逻辑电路来实现逻辑函数 $L=\overline{A\cdot\overline{AB}+B\cdot\overline{AB}}$

a. 直接用与非门、与 门、或非门实现



b.代数变换后，用与非门实现

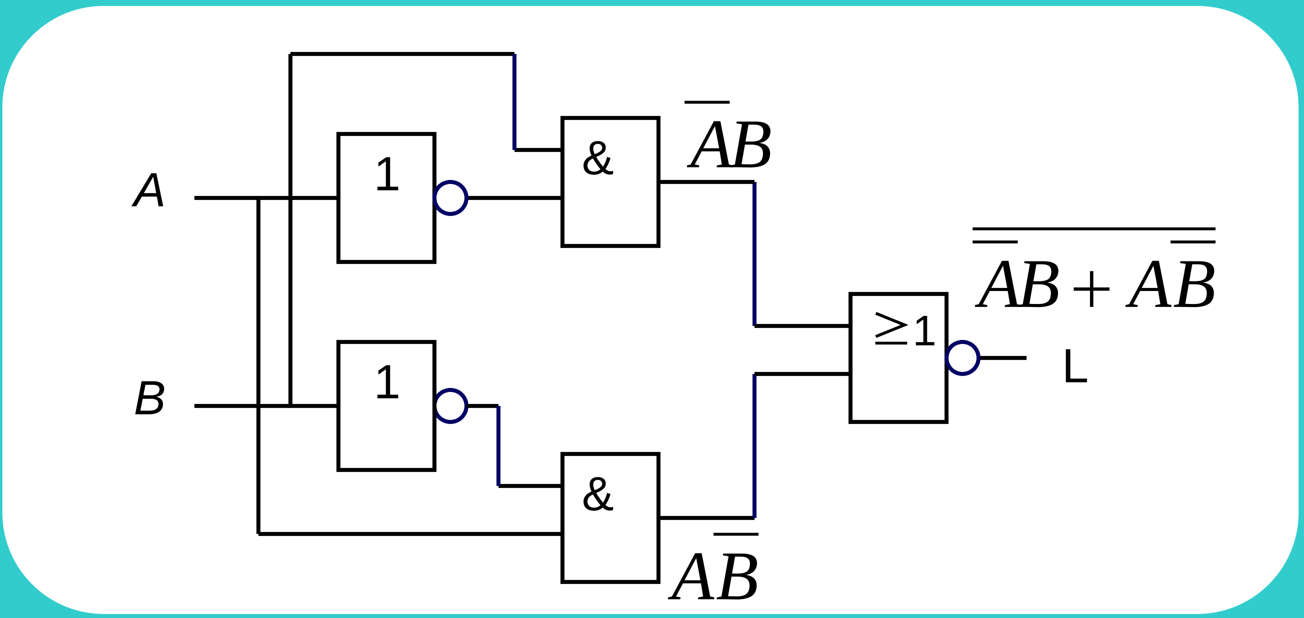
$$L=\overline{\overline{AB}(A+B)}=\overline{\overline{AB}\cdot\overline{\overline{A}\;\overline{B}}}$$

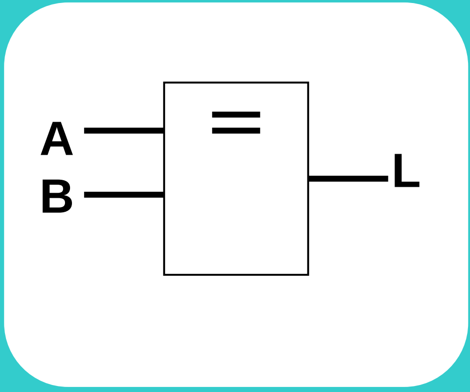


c. 代数变换后，用同或门实现

$$L=\overline{A\bullet\overline{AB}+B\bullet\overline{AB}}=\overline{A(\overline{A}+\overline{B})+B(\overline{A}+\overline{B})}$$

$$=\overline{A\overline{B}+\overline{A}B}$$





结论： 以上均为同或门的逻辑电路和表达式，可见，一个逻辑问题对应的真值表是唯一的，但实现它的逻辑电路是多样的，可根据手头器件，通过逻辑表达式的变换来实现。

3.1.4 逻辑函数的化简

同一个逻辑函数可以有多个不同的逻辑表达式，例如：

$L_1 = AB + \bar{A}C$ ------------- “与或表达式”

$L_2 = (A+C)(\bar{A}+B)$ ---------- “或与表达式”

$L_3 = \overline{\overline{AB} \cdot \overline{\bar{A}C}}$ ---------- “与非-与非表达式”

$L_4 = \overline{\overline{(A+C)} + \overline{(\bar{A}+B)}}$ ----- “或非-或非表达式”

$L_5 = \overline{A\bar{B} + \bar{A}\,\bar{C}}$ ----------- “与-或-非表达式”

$L_1 = AB + \bar{A}C$

$L_2 = (A+C)(\bar{A}+B)$

$L_3 = \overline{\overline{AB}\cdot\overline{\bar{A}C}}$

$L_4 = \overline{\overline{A+C}+\overline{\bar{A}+B}}$

$L_5 = \overline{A\bar{B} + \bar{A}\,\bar{C}}$

以上五个式子是同一个函数不同形式的最简表达式。我们重点讨论第一种形式—与或表达式的化简。因为它易于从真值表直接写出，同时也容易同其他形式的表达式相互转换，还易于用与非门实现。

如 ：由与或非表达式L_5 ➡ 与或表达式L_1

$$L_5 = \overline{A\bar{B} + \bar{A}\bar{C}} = \overline{A\bar{B}} \bullet \overline{\bar{A}\bar{C}} = (\bar{A}+B)(A+C)$$

$$= \bar{A}A + \bar{A}C + AB + BC = AB + \bar{A}C = L_1$$

又如 ：由或与表达式L_2 ➡ 或非-或非表达式L_4

$$L_2 = (A+C)(\bar{A}+B) = \overline{\overline{(A+C)(\bar{A}+B)}} = \overline{\overline{A+C}+\overline{\bar{A}+B}} = L_4$$

最简与或表达式的特点：

① 与项（即乘积项）的个数最少---对应的与门最少，且或门输入端最少。

② 在满足条件1的情况下，每一与项中，变量的个数最少---对应与门的输入端最少。

例如：$L_1 = ABC + AB\bar{C} + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}\bar{C} = AB(C + \bar{C}) + \bar{A}C(B + \bar{B})$

$$L_2 = AB + \bar{A}C + BC \qquad = AB + \bar{A}C = L_3$$

$$L_3 = AB + \bar{A}C$$

以上三个式子描述的是同一个逻辑关系，显然$L3$是最简形式，实现也容易。可见用化简后的表达式构成逻辑电路可节省器件，降低成本，提高工作可靠性。

化简逻辑函数主要有代数法和卡诺图法
我们先讨论代数化简法

代数化简法-----运用逻辑代数的基本定律和恒等式进行化简的方法。常用的方法有以下四种：

1. 并项法: 利用公式 $A+\overline{A}=1$将两项合并成一项,并消去一个变量

$$L=\overline{A}\,\overline{B}\,C+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}=\overline{A}\,\overline{B}(C+\overline{C})=\overline{A}\,\overline{B}$$

2. 吸收法：利用公式 $A+AB=A$ 消去多余的项

$$L=\overline{A}B+\overline{A}BCD(E+F)=\overline{A}B$$

3.消去法：利用公式 $A+\overline{A}B=A+B$ 消去多余因子

$$L=AB+\overline{A}C+\overline{B}C=AB+(\overline{A}+\overline{B})C$$

$$=AB+\overline{AB}C=AB+C$$

摩根定律

4.配项法：利用公式 $A=A(B+\overline{B})$配项后，先增加必要的乘积项，再用并项法或吸收法，减少项数

$$L = AB + \overline{A}\,\overline{C} + B\overline{C} = AB + \overline{A}\,\overline{C} + (A+\overline{A})B\overline{C}$$

$$= AB + \overline{A}\,\overline{C} + AB\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}$$

$$= (AB + AB\overline{C}) + (\overline{A}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{C}B)$$

$$= AB + \overline{A}\,\overline{C}$$

练习1：$L = A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}B$

$$= A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{B}C(A+\overline{A}) + \overline{A}B(C+\overline{C})$$

$$= A\overline{B} + B\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C}$$

$$= A\overline{B}(1+C) + B\overline{C}(1+\overline{A}) + \overline{A}C(B+\overline{B})$$

$$= A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{A}C$$

练习2：$L = A\overline{C} + ABC + AC\overline{D} + CD$

$$= A(\overline{C}+BC) + C(A\overline{D}+D)$$

$A+\overline{A}B=A+B$

$$= A(\overline{C}+B) + C(A+D) = A\overline{C}+AB+AC+CD$$

$$= A(\overline{C}\cancel{+C}) + AB + CD = A + AB + CD = A + CD$$

练习3：$L = A + \overline{\overline{B}+\overline{CD}} + \overline{\overline{AD}\bullet\overline{B}}$

摩根定律

$$= A + BCD + AD + B \quad = A + B$$

练习4：$L = \overline{\overline{A}(B+\overline{C})} \bullet (A+\overline{B}+C) \bullet \overline{\overline{ABC}}$

$$= [A+\overline{B+\overline{C}}] \bullet (A+\overline{B}+C) \bullet (A+B+C)$$

$$= (A+\overline{B}C)(A+AB+AC+A\overline{B}+\overline{B}C+\cancel{AC}+BC+C)$$

$$= (A+\overline{B}C)(A+C) = A+AC+A\overline{B}C+\overline{B}C$$

$$= A+\overline{B}C$$

HOME

练习5：

A+$\bar{A}$B=A+B

$$L = AB + \bar{A}C + \bar{B}C + B\bar{C} + \bar{B}D + B\bar{D} + ADE\ (F+G)$$

$$= A(B+\bar{C}) + \bar{B}C + B\bar{C} + \bar{B}D + B\bar{D} + ADE(F+G)$$

$$= \underline{A \bullet \overline{\bar{B}C} + \bar{B}C} + B\bar{C} + \bar{B}D + B\bar{D} + ADE(F+G)$$

A+AB=A

$$= \underline{A} + \bar{B}C(D+\bar{D}) + B\bar{C} + \bar{B}D + B\bar{D}(C+\bar{C}) + \underline{ADE(F+G)}$$

$$= A + \underline{\bar{B}CD} + \underline{\bar{B}C\bar{D}} + B\bar{C} + \underline{\bar{B}D} + \underline{BC\bar{D}} + B\bar{C}\bar{D}$$

$$= A + \bar{B}D\,(C+1) + C\bar{D}\,(\bar{B}+B) + B\bar{C}\,(1+\bar{D})$$

$$= A + \bar{B}D + C\bar{D} + B\bar{C}$$

作　　业

P120　　3.1.3 (a—f)

3.1.6

HOME

BACK NEXT