

基于概率的移动机器人 SLAM 算法框架

石杏喜^{1,2}, 赵春霞²

(1. 南京理工大学理学院, 南京 210094; 2. 南京理工大学计算机学院, 南京 210094)

摘要: 在移动机器人同时定位与地图创建(SLAM)过程中, 机器人本身位置不确定, 其所处环境也不可预知, 针对这些不确定性因素, 应用贝叶斯规则作为理论基础, 建立移动机器人 SLAM 算法的概率表示模型, 通过扩展卡尔曼滤波器实现 SLAM 算法, 并介绍一种激光雷达数据与特征地图的数据关联方法。实验结果表明, 该方法为实现 SLAM 算法提供了一种有效可靠的途径。

关键词: 机器人; 概率论; 同时定位与地图创建; 扩展卡尔曼滤波器

SLAM Algorithm Framework of Mobile Robot Based on Probability

SHI Xing-xi^{1,2}, ZHAO Chun-xia²

(1. College of Sciences, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094;

2. College of Computer, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

【Abstract】 During the mobile robot Simultaneous Localization And Mapping(SLAM), the location is unknown and the environment round is also unpredictable. Aiming at these uncertain factors, the Bayes rule is as a theory foundation, the probability model of the mobile robot SLAM is founded, the realization process of the SLAM by Extended Kalman Filter(EKF) is discussed. A data association method between the laser radar and the feature map is introduced. Experimental results show this method is effective and reliable to realize SLAM.

【Key words】 robot; probability theory; Simultaneous Localization And Mapping(SLAM); Extended Kalman Filter(EKF)

1 概述

移动机器人需要在自身位置不确定的条件下, 在未知环境中创建地图, 同时利用地图进行自主定位和导航, 即移动机器人的同时定位和地图创建(Simultaneous Localization And Mapping, SLAM), SLAM 可以描述为一个“鸡生蛋, 蛋生鸡”的问题, 一方面为实现精确定位, 机器人需要利用位置相对确定的环境地图不断校正自身的位置, 而另一方面为了确定环境地图的位置, 机器人需要获取其自身所在的位置, 2 个方面互为前提^[1]。由于在 SLAM 过程中, 存在很多不确定性因素。首先由于各传感器噪声数据使得机器人本身具有不确定性, 其次机器人所处环境也是不可预知的。这些不确定性因素使 SLAM 变得更加困难, 因此, 近年来, 越来越多的研究者把概率理论应用到移动机器人的 SLAM 技术中^[2]。

2 移动机器人 SLAM 的概率描述方法

机器人的 SLAM 问题可以描述为: 机器人和其工作环境组成的动态系统, 设 $X_k^r = [x_k^r, y_k^r, \theta_k^r]^T$ 表示机器人的状态; $X_k^m = [m_1, m_2, \dots, m_n]^T$ 表示点特征地图; $z_{1:k} = [z_1, z_2, \dots, z_k]^T$ 为观测数据系列; $u_{1:k} = [u_1, u_2, \dots, u_k]^T$ 为控制命令系列, 设机器人初始状态概率分布为 $p(X_0^r)$, 根据贝叶斯滤波原理得到后验概率密度。这样, 通过观测数据 $z_{1:k}$ 和控制输入 $u_{1:k}$ 来递推计算状态 X_k^r 和 X_k^m 取不同值时的置信度, 由此获得状态的最优估计, 其基本步骤分为预测(prediction)和更新(updating)^[3]。

(1) 预测阶段, 由于地图特征是静态的, 因此有 $X_k^m = X_{k-1}^m$, 为了表示方便, 这里用 M 来表示。预测阶段由系统的状态转移模型, 在未获得 k 时刻的观测值时, 实现后

验概率 $p(X_{k-1}^r, M / u_{1:k-1}, z_{1:k-1}, X_0^r)$ 到先验概率 $p(X_k^r, M / u_{1:k}, z_{1:k-1}, X_0^r)$ 的推导:

$$p(X_k^r, M / u_{1:k}, z_{1:k-1}, X_0^r) = \int p(X_k^r / u_k, X_{k-1}^r) \times p(X_{k-1}^r, M / u_{1:k-1}, z_{1:k-1}, X_0^r) dx_{k-1} \quad (1)$$

$p(X_k^r / u_k, X_{k-1}^r)$ 是机器人的运动模型, 是在已知 k 时刻机器人控制输入 u_k 和 $k-1$ 时刻位姿 X_{k-1}^r 的条件下, 求取 k 时刻机器人位姿 X_k^r 的条件概率。

(2) 更新阶段, 即由系统的观测模型, 在获得 k 时刻的观测值 z_k 后实现先验概率 $p(X_k^r, M / u_{1:k}, z_{1:k-1}, X_0^r)$ 到后验概率 $p(X_k^r, M / u_{1:k}, z_{1:k}, X_0^r)$ 的推导, 即

$$p(X_k^r, M / z_{1:k}, u_{1:k}, X_0^r) = \eta p(z_k / X_k^r, M) p(X_k^r, M / z_{1:k-1}, u_{1:k}, X_0^r) \quad (2)$$

其中, $p(z_k / X_k^r, M)$ 为系统的观测模型, 如果已知机器人的运动模型和观测模型, 就可以通过式(1)、式(2)进行迭代求解 SLAM 问题^[4]。其中最基本的方法是基于 EKF 的 SLAM 算法。

3 机器人的状态模型

3.1 机器人的运动模型

设机器人的联合状态向量为 $X_k = [X_k^r, X_k^m]^T$, 特征点一般

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60705020); 国家部委基金资助项目

作者简介: 石杏喜(1975 -), 男, 讲师、博士, 主研方向: 模式识别, 机器人自主导航, GPS 卫星定位理论及其组合导航; 赵春霞, 教授、博士、博士生导师

收稿日期: 2009-06-10 **E-mail:** xingxishi@163.com

是静止的，即 k 时刻与 $k-1$ 时刻的位置不发生变化。设机器人的控制输入为 $\mathbf{u}_k = [v_k^r, \theta_k^r]^T$ ，则机器人的运动模型 $p(\mathbf{X}_k^r / \mathbf{X}_{k-1}^r, \mathbf{u}_k)$ 可以描述为

$$\mathbf{X}_k^r = f(\mathbf{X}_{k-1}^r, \mathbf{u}_k) = \begin{bmatrix} x_{k-1}^r + Tv_k^r \cos(\theta_{k-1}^r + \theta_k^r) \\ y_{k-1}^r + Tv_k^r \sin(\theta_{k-1}^r + \theta_k^r) \\ \theta_{k-1}^r + \frac{Tv_k^r \sin(\theta_k^r)}{L} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中， T 为采样周期； L 为机器人前后轮间距。

3.2 机器人的观测模型

通过激光雷达测量得到特征点到机器人的距离 ρ 和机器人前进方向的夹角 β ，设第 i 个特征点的位置坐标为 (x_i, y_i) ，则机器人观测模型可以表示为

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{X}_k) = \begin{bmatrix} \rho_k \\ \beta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_k^r - x_i)^2 + (y_k^r - y_i)^2} \\ \arctan \frac{y_i - y_k^r}{x_i - x_k^r} - \theta_k^r \end{bmatrix} \quad (4)$$

4 EKF-SLAM 算法

EKF 是 SLAM 算法基础。其过程可以归纳为预测过程、更新过程和状态增广过程^[5]。

(1) 预测过程

假设在 $k-1$ 时刻状态向量及其协方差矩阵分别为 \mathbf{X}_{k-1} 和 \mathbf{P}_{k-1} ，将 \mathbf{P}_{k-1} 写成分块矩阵形式为

$$\mathbf{P}_{k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k-1}^{rr} & \mathbf{P}_{k-1}^{rm} \\ (\mathbf{P}_{k-1}^{rm})^T & \mathbf{P}_{k-1}^{mm} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中， \mathbf{P}_{k-1}^{rr} 、 \mathbf{P}_{k-1}^{rm} 和 \mathbf{P}_{k-1}^{mm} 分别为 $k-1$ 时刻机器人位姿的协方差估计，特征点位置的协方差估计和机器人位姿和地图特征点位置的互协方差估计。

根据机器人运动模型得到状态向量的预测值和方差为

$$\mathbf{X}_{k/k-1} = \begin{bmatrix} f(\mathbf{X}_{k-1}^r, \mathbf{u}_k) \\ \mathbf{X}_{k-1}^m \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k/k-1}^{rr} & \mathbf{P}_{k/k-1}^{rm} \\ (\mathbf{P}_{k/k-1}^{rm})^T & \mathbf{P}_{k/k-1}^{mm} \end{bmatrix} \quad (7)$$

(2) 更新过程

在 k 时刻得到观测值 \mathbf{z}_k ，便可对其预测进行更新，因此，可以得到：

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{k/k-1} + \mathbf{w}_k \mathbf{v}_k \quad (8)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{w}_k \mathbf{s}_k \mathbf{w}_k^T \quad (9)$$

其中， \mathbf{v}_k 为新息； \mathbf{s}_k 为新息方差； \mathbf{w}_k 为卡尔曼滤波增益。

(3) 状态向量增广过程

状态向量增广过程为对于新观测到的特征点必须加入到状态向量中，并进行初始化：

$$\mathbf{X}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k \\ \mathbf{z}_{new} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k^r \\ \mathbf{X}_k^m \\ \mathbf{z}_{new} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{P}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_k^{rr} & \mathbf{P}_k^{rm} & 0 \\ (\mathbf{P}_k^{rm})^T & \mathbf{P}_k^{mm} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{m}_{new} = g(\mathbf{X}_k^r, \mathbf{z}_{new}) = \begin{bmatrix} x_k^r + r_{new} \cos(\beta_{new} + \theta_k^r) \\ y_k^r + r_{new} \sin(\beta_{new} + \theta_k^r) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_a = f(\mathbf{X}_a) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k^r \\ \mathbf{X}_k^m \\ g(\mathbf{X}_k^r, \mathbf{z}_{new}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_a = \nabla f_{\mathbf{X}_a} \mathbf{P}_a \nabla f_{\mathbf{X}_a}^T \quad (14)$$

5 数据关联

在移动机器人 SLAM 中，数据关联用来建立观测与地图中已有特征的关系，错误的关联不仅会影响机器人的定位，还会改变建立的地图，直接导致 SLAM 算法的发散。在 SLAM 中使用的数据关联算法也多种多样，本文采用近邻算法，设在 k 时刻，激光雷达得到 m 个环境特征 m_i 的观测值 \mathbf{z}_k^i ($i=1,2,\dots,m$)，地图中已经存在 n 个特征 m_j ($j=1,2,\dots,n$)，利用观测方程可预测 k 时刻的地图特征点 m_j 的预测观测值：

$$\mathbf{z}_k^j = h(\mathbf{X}_{k/k-1}) = \begin{bmatrix} \rho_{k/k-1} \\ \beta_{k/k-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

根据新息 \mathbf{v}_k^j 和新息协方差 \mathbf{s}_k^j 计算马氏距离(Mahalanobis Distance)：

$$(\mathbf{D}_k^j)^2 = (\mathbf{v}_k^j)^T (\mathbf{s}_k^j)^{-1} \mathbf{v}_k^j \quad (16)$$

$(\mathbf{D}_k^j)^2$ 满足 χ^2 分布，当给出一定的置信水平 $1-\alpha$ ，一般为 95%，以 $\chi_{n,1-\alpha}^2$ 作为关联门，满足下式的地图特征点，可以认为是与 m_i 相容的地图特征点，选择马氏距离最短的特征点作为最佳匹配^[5]：

$$(\mathbf{D}_k^j)^2 < \chi_{n,1-\alpha}^2 \quad (17)$$

6 实验结果

采用 EKF 算法，对 SLAM 进行了仿真实验分析，环境区域大小为 $100\text{ m} \times 100\text{ m}$ ，共有 21 个地图特征和 4 个路口，

图 1 为机器人沿 4 个路口探索时的仿真环境地图。设定其仿真条件和参数为：机器人初始状态值 $\mathbf{X}^r = [-30, -30, 0]^T$ ，运行线速度 $v^r = 1\text{ m/s}$ ，角速度 $\theta^r = 20 \times \pi / 180\text{ rad/s}$ ，速度误差 $\sigma_v = 0.3\text{ m/s}$ ，舵角误差 $\sigma_{\theta} = 0.3 \times \pi / 180\text{ rad/s}$ ，激光雷达的测距误差 $\sigma_{d_p} = 1\text{ m}$ 和测角误差 $\sigma_{\beta} = 1 \times \pi / 180\text{ rad}$ 。

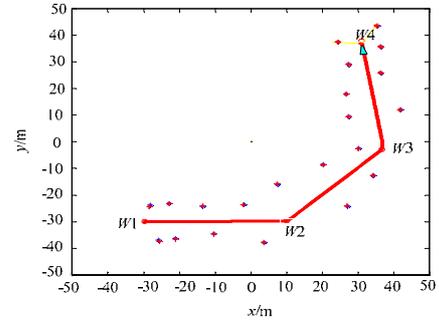


图 1 机器人轨迹及特征位置

图 2~图 4 分别是机器人 X 轴方向、 Y 轴方向和方位角的估计误差随时间变化的曲线，可以看出，误差随运行时间，逐渐积累，并且经过 EKF 滤波使其精度明显提高。

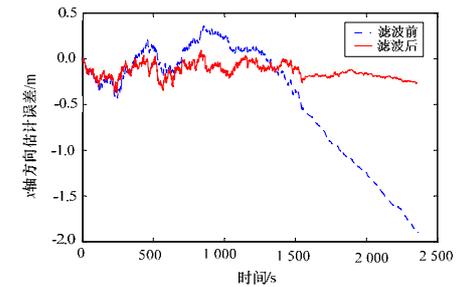


图 2 X 轴方向的估计误差

(下转第 41 页)