

# 基于最小一乘估计的多传感器信息融合方法

万树平

(江西财经大学信息管理学院, 南昌 330013)

**摘要:** 针对多个传感器对某一特性指标进行测量实验的数据融合问题, 从稳健性角度, 利用统计理论中的最小一乘估计, 提出一种多传感器数据的融合方法。该方法基于自适应加权, 以最小化传感器测量数据的绝对偏差为目标函数, 通过求解条件极值问题, 得到各传感器数据的权数, 从而给出融合结果。仿真实例表明方法的有效性和较好的稳健性。

**关键词:** 多传感器; 数据融合; 最小一乘估计; 最小二乘估计; 稳健性

## Multi-sensor Information Fusion Method Based on Least Absolute Deviation Estimation

WAN Shu-ping

(College of Information Technology, Jiangxi University of Finance and Economic, Nanchang 330013)

**【Abstract】** Due to data fusion of multi-sensor experiment on some characteristic index, applied the least absolute deviation estimation in the theory of statistic, a fusion method for multi-sensor data is brought forward from the angle of stability. Based on the adaptive weight, the object function of the method is to minimize the absolute deviation of sensor's measurement, the fusion weights are obtained by solving the conditioned extremum problem, so the result of fusion is given. Simulation examples show that the method is not only effective, but also very robust.

**【Key words】** multi-sensor; data fusion; least absolute deviation estimation; least square estimation; robustness

### 1 概述

在自动化系统或科学试验中往往需要利用多个传感器从不同方位测量同一个指标参数, 这类试验的数据融合问题就是要来自多种或多个传感器的信息和数据进行综合处理, 从而得出比单一传感器更为准确可靠的结论。针对此类数据融合问题, 目前主要的融合方法有: 极大似然法<sup>[1]</sup>, 特征向量稳定理论<sup>[2]</sup>, Bayes 估计<sup>[3]</sup>, Fisher 信息<sup>[4]</sup>, 证据理论<sup>[5]</sup>, 最小二乘<sup>[6]</sup>, 参数估计<sup>[7]</sup>, 神经网络<sup>[8]</sup>, 相对距离<sup>[9]</sup>等方法。

上述方法虽然较好, 但是它们均没有考虑到多传感器数据融合结果的抗干扰性。本文认为, 由于传感器受到本身性能和外界随机因素的影响, 其测量值是不确定的, 可带有随机扰动, 因此要求数据融合的算法具有较好的稳健性。为得到更精确、稳健的融合算法, 本文从自适应加权融合算法着手, 利用最小一乘估计得到各传感器的权数, 提出了一种新的融合方法。

### 2 数据融合

#### 2.1 自适应加权

假设有  $n$  个传感器从不同的方位对某特性参数进行测量,  $X_i$  表示第  $i$  个传感器测得的数据,  $x_i$  是  $X_i$  的一次观测值。第  $i$  个传感器的量测方程为

$$X_i = X + \xi_i \quad (1)$$

其中,  $X$  为被估参数的真值;  $X_i$  为量测值;  $\xi_i$  为测量噪声, 不妨假设  $\xi_i \sim N(0, \sigma_i^2)$ , 且  $\xi_i, \xi_j, i \neq j$  相互独立,  $\sigma_i^2$  是第  $i$  个传感器的测量方差。

由于各传感器的测量精度不可能完全一样, 可信度也就不同。为使数据融合的效果更优, 可根据各个传感器的测量值自适应地寻找其对应的权数, 以达到最优的融合结果, 这

就是自适应加权融合算法。自适应加权数据融合模型如图 1 所示<sup>[7]</sup>。

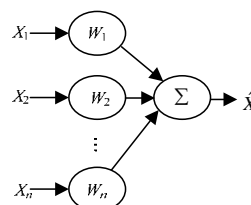


图 1 自适应加权数据融合模型

由图 1 可得数据融合的结果为

$$\hat{X} = \sum_{i=1}^n W_i X_i \quad (2)$$

#### 2.2 基于最小一乘估计的权数的确定

自适应加权融合算法最关键的是确定各传感器的权数  $W_i$ , 下面从无偏性和稳健性 2 个方面来考虑。

为保证融合结果  $\hat{X}$  是待估参数  $X$  的无偏估计, 必有  $E\hat{X} = X$ , 再由式(1)得到

$$E\hat{X} = E[\sum_{i=1}^n W_i X_i] = E[\sum_{i=1}^n W_i (X + \xi_i)] = \sum_{i=1}^n W_i X = X$$

故  $\sum_{i=1}^n W_i = 1$ 。

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(10626029); 江西省自然科学基金资助项目(0611082, 2007GQS0074); 江西省教育厅科技基金资助项目(GJJ08350)

**作者简介:** 万树平(1974 -), 男, 副教授、博士, 主研方向: 信息融合, 数据挖掘

**收稿日期:** 2009-09-10 **E-mail:** shupingwan@163.com

自适应加权融合估计的绝对偏差为

$$E|\hat{X} - X| = E|\sum_{i=1}^n W_i X_i - X| = E|\sum_{i=1}^n W_i (X + \xi_i) - X| = E|\sum_{i=1}^n W_i \xi_i|$$

因此, 自适应加权融合的权数可以转化为求  $W_1, W_2, \dots, W_n$ , 使得绝对偏差最小, 即

$$\min_{W_1, W_2, \dots, W_n} E|\sum_{i=1}^n W_i \xi_i| \text{ s.t. } \sum_{i=1}^n W_i = 1 \quad (3)$$

**定理** 式(3)的最优解即各传感器权数的最小一乘估计  $W_1, W_2, \dots, W_n$  可通过求解下式得到:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2 - \frac{2}{\pi \lambda^2} W_1^2 \sigma_1^4 = 0 \\ \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2 - \frac{2}{\pi \lambda^2} W_2^2 \sigma_2^4 = 0 \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2 - \frac{2}{\pi \lambda^2} W_n^2 \sigma_n^4 = 0 \\ \sum_{i=1}^n W_i = 1 \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $\lambda$  为拉格朗日乘子。

证明: 由式(3)构造拉格朗日函数:

$$L(\lambda, W_1, W_2, \dots, W_n) = E|\sum_{i=1}^n W_i \xi_i| + \lambda(\sum_{i=1}^n W_i - 1) \quad (5)$$

根据极值的一阶条件, 有

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial W_1} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial W_2} = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial L}{\partial W_n} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^n W_i - 1 = 0 \end{cases} \quad (6)$$

因为  $\xi_i \sim N(0, \sigma_i^2)$ , 且  $\xi_i, \xi_j, i \neq j$  相互独立, 所以

$$\sum_{i=1}^n W_i \xi_i \sim N(0, \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2).$$

$$\begin{aligned} E|\sum_{i=1}^n W_i \xi_i| &= \int_{-\infty}^{+\infty} |z| \frac{1}{\sqrt{2\pi \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{z^2}{2 \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2}\right) dz = \\ &= 2 \int_0^{+\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{z^2}{2 \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2}\right) dz = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2} \end{aligned} \quad (7)$$

把式(7)代入式(5)得到:

$$L(\lambda, W_1, W_2, \dots, W_n) = \sqrt{\frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2} + \lambda(\sum_{i=1}^n W_i - 1) \quad (8)$$

再把式(8)代入式(6), 便可得到式(4), 定理得证。

注: 定理表明, 在自适应加权融合算法中, 各传感器的权数  $W_i$  通过最小一乘法估计由式(4)求出。由于式(4)是  $n+1$  元二次方程组, 一般来说要得到显示解非常困难, 但是可通过迭代方法求解。最容易的方法是利用 Matlab 软件求解。

### 2.3 基于最小一乘估计的融合算法

综上所述, 本文的数据融合算法为: 首先利用文献[1]或文献[6]的方法确定传感器最佳融合组数  $l$  和融合集, 然后求解式(4)得到融合权数, 最后根据式(2)得到数据融合结果为

$$\hat{X} = \sum_{i=1}^l W_i X_i \quad (9)$$

## 3 仿真实验

首先以文献[6]中的实验来说明本文的方法。文献[6]采用 10 个传感器测量某特性参数(被估计参数的真值为 1), 测量结果如表 1 所示。

表 1 文献[9]中测量参数及测量值

传感器序号	测定值 $x_i$	方差值 $\sigma_i^2$
1	1.000	0.05
2	0.990	0.07
3	0.980	0.10
4	0.970	0.20
5	0.500	0.30
6	0.650	0.25
7	1.010	0.10
8	1.020	0.10
9	1.030	0.20
10	1.500	0.30

在此,  $n=10$ 。首先, 由文献[4]得到最佳融合组数  $l=7$ , 融合集是  $\{x_1^{(1)}, x_2^{(2)}, x_3^{(3)}, x_4^{(4)}, x_7^{(5)}, x_8^{(6)}, x_9^{(7)}\}$ 。其次, 利用 Matlab6.5.1 求解式(4), 得到传感器 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9 的权数分别为

$$(W_1, W_2, \dots, W_7) = (0.2692, 0.1923, 0.1346, 0.0673, 0.1346, 0.1346, 0.0673)$$

最后, 根据式(9)得到融合结果为

$$\hat{X} = \sum_{i=1}^l W_i X_i = 0.9993$$

若在测定数据中发生扰动, 例如第 1 号传感器测定数据扰动为  $x_1=1.100$ , 其方差扰动为  $\sigma_1^2=0.03$ , 则此时可得到文献[1]的极大似然法、文献[3]的 Bayes 法、文献[6]的最小二乘法和本文最小一乘法这 4 种方法融合结果的比较, 如表 2 所示。

表 2 4 种融合方法的比较

方法	扰动前的融合结果	扰动后的融合结果	绝对扰动	相对扰动
极大似然法	0.9992600	1.0376	0.0383	0.0384000
Bayes 法	0.9999806	1.0058	0.0058	0.0058000
最小二乘法	0.9994000	1.0376	0.0382	0.0382000
最小一乘法	0.9993000	0.9994	0.0001	0.0001007

注意, 表 2 中的绝对扰动等于扰动前后的融合结果之差的绝对值, 相对扰动为绝对扰动除以扰动前的融合结果。由表 2 可见, 从融合精度方面来看, 在扰动前, Bayes 法的精度最高, 其次是最小二乘法、最小一乘法, 最后是极大似然法, 本文给出的最小一乘法精度高于极大似然法; 在扰动后, 最小一乘法的精度最高。从抗干扰能力方面来看, 最小一乘法的相对扰动和绝对扰动都最小, 而且远小于其他 3 种方法, Bayes 法的相对扰动和绝对扰动都小于最小二乘法、极大似然法。因此, 最小一乘法的抗干扰能力最强, 其次是 Bayes 法、最小二乘法、极大似然法。

为进一步说明最小一乘融合方法的抗干扰能力, 下面对传感器  $i$  随机生成满足方差要求  $N(0, \sigma_i^2)$  的噪声序列,  $i=1, 2, \dots, 10$ , 其与真值之和作为传感器  $i$  的实时测量值。采用随机模拟的方法, 每次实验采用 10 个传感器进行仿真, 给出 10 次仿真实验的结果, 如图 2 所示。其中, 第  $t$  次实验的扰动项为传感器  $t$  的测定值和方差值,  $t=1, 2, \dots, 10$ , 测定值扰动为 -0.020 和方差值扰动为 -0.01。由图 2 可以看出, 本文最小一乘法的相对扰动曲线在 4 条曲线的最下方, 最小二乘法和极大似然法的相对扰动曲线在最上方, 说明在 10 次试验中最小一乘法的相对扰动最小, Bayes 法次之, 最小二乘法和极大似然法的相对扰动都非常大。因此采用最小一乘的融合算法在精度和稳健性上均具有明显的优势。

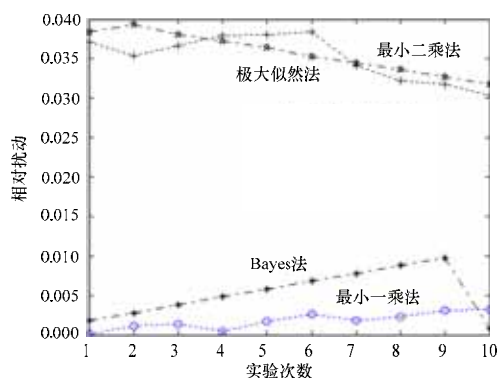


图2 10次随机仿真实验结果

笔者认为产生上述结果的主要原因是：最小二乘法使得数据融合的均方误差最小，尽管该方法在计算时十分简单，但一个明显不足就是其结果是不稳健的，即当测量数据发生微小扰动时，可能会导致估计结果发生极大的变化。最小一乘法是使得数据融合的绝对偏差最小，从测量值与真值的偏差来看，绝对偏差要比平方偏差受扰动变化的影响更小，测量数据的细小变化不会引起估计结果的较大变动，因而最小一乘法比最小二乘法具有更高的稳健性<sup>[10]</sup>。Bayes 和极大似然法都是假设测量值服从正态分布，由正态分布的密度函数导出，其实质还是通过测量值与真值偏差的平方得来的，所以比最小一乘法的稳健性差。

#### 4 结束语

本文针对多个传感器对某一特性指标进行测量实验的数

编辑 任吉慧

(上接第 253 页)

#### 5 结束语

本文提出并实现了一种基于社会 Agent 理论的网络监测系统框架，为快速构建监测目前层出不穷的各种应用层协议数据的软件提供参考。通过本文框架开发的一个网页内容访问监测软件，在许多方面比通常使用的直接构建的开发方式优越。下一步的工作是开发一个面向该框架的可视化集成软件。

#### 参考文献

[1] Rao A S, Georgeff M P. Modeling Rational Agents Within a BDI Architecture[C]//Proc. of the 2nd International Conference on

据融合问题，提出了一种新的基于最小一乘法的融合方法。采用该方法，数据融合结果精度较高，相对扰动较小，具有较好的稳健性，可用于提高智能仪表的测量准确度和改善智能仪表的抗干扰能力。

#### 参考文献

[1] 陈福增. 多传感数据融合的数学方法[J]. 数学的实践与认识, 1995, 25(2): 11-16.  
 [2] 涂国平. 多传感器数据融合的稳健处理方法[J]. 数据采集与处理, 1998, 13(1): 85-87.  
 [3] 吴小俊, 曹奇英, 陈宝香. 基于 Bayes 估计的多传感器数据融合方法研究[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(7): 45-48.  
 [4] 万树平. 基于 Fisher 信息的多传感器数据的融合方法[J]. 传感技术学报, 2008, 21(12): 2035-2038.  
 [5] 张晓明, 王航宇, 黄 达. 基于 D-S 证据理论的多平台协同数据融合[J]. 计算机工程, 2007, 33(11): 242-244.  
 [6] 刘建书, 李人厚, 常 宏. 基于相关性函数和最小二乘的多传感器数据融合[J]. 控制与决策, 2006, 21(6): 714-716.  
 [7] 廖惜春, 丘 敏, 麦汉荣. 基于参数估计的多传感器数据融合算法研究[J]. 传感技术学报, 2007, 20(1): 193-197.  
 [8] 周开利, 康耀红. 神经网络数据融合模式识别系统性能研究[J]. 计算机工程, 2006, 32(17): 103-105.  
 [9] 胡振涛, 刘先省. 基于相对距离的一种多传感器数据融合方法[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(2): 196-198.  
 [10] 陈希孺, 赵林城. 线性模型中的 M 方法[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1996.

Principles of Knowledge Representation and Reasoning. San Mateo, USA: Morgan Kaufmann Publisher, 1991: 473-484.

[2] Cavedon L, Sonenberg L. On Social Commitment, Roles and Preferred Goals[C]//Proc. of the 3th International Conference on Multi-agent Systems. Washington D. C., USA: IEEE Computer Society, 1998: 80-86.  
 [3] Ierusalimsky R. Lua 程序设计[M]. 周惟迪, 译. 北京: 电子工业出版社, 2008.  
 [4] 马光伟, 徐晋辉, 石纯一. 社会 Agent 的 BDO 模型[J]. 计算机学报, 2001, 24(5): 521-528.

编辑 陆燕菲

(上接第 256 页)

#### 6 结束语

本文提出了基于 REST 面向资源的企业信息集成平台的框架模型，并基于此实现了一个原型平台进行验证。面向资源的集成平台与传统基于 SOAP 协议的集成方式相比有很多优势：服务具有可寻址、可连通、接口一致性、资源可缓存。RESTful Web 服务较传统基于 SOAP 的 Web 服务而言，文档描述简洁，发布容易，是一种轻量级的 Web 服务；资源表现形式的多样性降低了客户端对服务的依赖。之后将进一步研究和丰富资源服务的描述方法，基于领域本体研究包含语义的资源服务发布发现机制及基于语义的资源服务组方法。

#### 参考文献

[1] 蔡鸿明, 何耀军, 刘胡瑶. 基于分层语义网络的设计资源库建模及实现[J]. 计算机集成制造系统, 2005, 11(1): 73-78.  
 [2] Richardson L, Ruby S. RESTful Web Services[M]. [S. l.]: O'Reilly Media, Inc., 2007.  
 [3] 刘 威, 乔立红. 基于元模型的统一制造资源模型框架[J]. 计算机集成制造系统, 2007, 13(10): 1903-1908.  
 [4] 李晓东, 杨 扬, 郭文彩. 基于企业服务总线的数据共享与交换平台[J]. 计算机工程, 2006, 32(21): 217-219.  
 [5] Curbera F, Duftler M, Khalaf R, et al. Bite: Workflow Composition for the Web[M]. Berlin, Germany: Springer, 2008.

编辑 张 帆