一种基于混沌的自适应粒子群全局优化方法

高雷阜,刘旭旺
GAO Lei-fu,LIU Xu-wang

辽宁工程技术大学 数学与系统科学研究所,辽宁 阜新 123000
Institute of Mathematics and Systems Science,Liaoning Technical University,Fuxin,Liaoning 123000,China
E-mail:liuxuwang007@163.com

GAO Lei-fu,LIU Xu-wang.Adaptive particle swarm global optimization algorithm based on chaos.Computer Engineering and Applications,2010,46(3):51-53.

Abstract: By making the best of the particle swarm optimization's quick convergence speed and the ergodicity,stochastic property and regularity of chaos,considering the effect of inertia gene for diversity,introducing the evaluate mechanism about precocity convergence's degree,getting chaos sequence using logic mapped function, this paper proposes an adaptive particle swarm global optimization algorithm based on Chaos.The experimental results demonstrate that the new algorithm has the ability to avoid being trapped in local minima,and improves computational precision,convergence speed and the ability of global optimization.The performance of ACPSO is evidently better than original PSO and CPSO.

Key words: nonlinear optimization;global optimization;particle swarm optimization;chaos optimization;adaptive

摘 要:充分利用粒子群优化算法的收敛速度较快及混沌运动的遍历性、随机性以及对初值的敏感性等特性,考虑到惯性因子对多样性的影响,通过引入早熟收敛程度评价机制,采用逻辑自映射函数来产生混沌序列,提出一种基于混沌思想的自适应混沌粒子群优化(ACPSO)算法,改善了粒子群优化算法摆脱局部极值点的能力,提高了算法的收敛速度和精度。仿真结果表明提出的自适应混沌粒子群优化算法的性能明显优于一般混沌粒子群优化算法。

关键词:非线性规划;全局优化;粒子群优化;混沌优化;自适应
DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2010.03.016 **文章编号:**1002-8331(2010)03-0051-03 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP18

1 引言

粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization,PSO)是Kennedy和Eberhart于1995年提出的一种智能优化算法[1]。PSO源于对鸟群和鱼群等群体运动行为的研究,因此它和蚁群算法一样都有群智能的特点[2]。由于它简单,收敛速度快,并且对目标函数要求较少(例如无需梯度信息)等特点,因此发展十分迅速,且在诸多领域得到成功应用。与其他智能算法类似,PSO也存在早熟收敛和局部寻优能力差等缺点。目前解决这些问题的主要方法是增加种群的多样性以及和其他方法的融合等[3-5]。

利用混沌策略与粒子群算法的结合已有不少尝试[6-7]。例如:文献[6]已提出将两者混合,但未能提出对粒子群早熟现象的判定,并且这些文献利用的混沌模型大都是Logistic映射,然而Logistic映射所产生的序列极不均匀[9],因此较大地浪费了计算时间。提出早熟判断机制,并采用逻辑自映射函数来产生混沌序列,与Logistic映射函数相比,此映射产生的混沌变量更具均匀性,能更好地遍历可行域。为了提高算法效率,提出一种基于群体早熟收敛程度和个体适应值来调整惯性权重的自适应混沌粒子群优化(Adaptive Chaos Particle Swarm Optimization,ACPSO)算法,实验表明算法具有较快的收敛速度,且兼顾全局寻优和局部寻优,能够有效地避免早熟收敛,仿真结果表明,这种算法具有强鲁棒性、高收敛速度和高精度等优点。

2 混沌粒子群全局优化算法

2.1 基本粒子群算法

在PSO模型中,优化问题的每个解对应搜索空间中的一只鸟,称为粒子。每个粒子还有一个速度决定它飞翔的方向和距离。PSO初始化为一群随机粒子,然后粒子开始追随当前的最优粒子运动,直到在整个解空间中搜索到最优解为止。在每次迭代中,粒子通过追踪两个极值来更新自己。一个是粒子自己找到的最优解,称为个体极值 $pbest$;另一个是整个粒子群目前找到的最优解,称为全局极值 $gbest$。

假设在 D 维搜索空间中,有 m 个粒子组成一群体,第 i 个粒子在 D 维空间中的位置表示为 $X_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{iD})$,第 i 个粒子经历过的最好位置(适应值最好)记为 $P_i=(p_{i1},p_{i2},\cdots,p_{iD})$,每个粒子的飞行速度为 $V_i=(v_{i1},v_{i2},\cdots,v_{iD})$,$i=1,2,\cdots,m$。在整个

基金项目:辽宁省自然科学基金(the Natural Science Foundation of Liaoning Province of China under Grant No.20042176)。
作者简介:高雷阜(1963-),男,教授,博士生导师,研究方向:非线性优化理论与应用,非线性动力系统预测;刘旭旺(1983-),男,通讯作者,硕士研究生,研究方向:最优化理论与方法。
收稿日期:2008-09-17 **修回日期:**2008-11-07

群体中，所有粒子经历过的最好位置为 $P_g=(p_{g1},p_{g2},\cdots,p_{gD})$，每一代粒子根据下面公式更新自己的速度和位置：

$$v_{id}(t+1)=wv_{id}(t)+c_1r_1(p_{id}-x_{id}(t))+c_2r_2(p_{gd}-x_{id}(t)) \tag{1}$$

$$x_{id}(t+1)=x_{id}(t)+v_{id}(t+1) \tag{2}$$

其中，w 为惯性权重；c_1 和 c_2 为学习因子；r_1 和 r_2 是[0，1]之间的随机数。

更新过程中，粒子每一维的位置、速度都被限制在允许范围之内。如果当前对粒子的加速导致它在某维的速度 V_i 超过该维的最大速度 $V_{d\max}$，则该维的速度被限制为该维最大速度上限 $V_{d\max}$。一般来说，$V_{d\max}$ 的选择不应超过粒子宽度范围，如果 $V_{d\max}$ 太大，粒子可能飞过最优解的位置；如果太小，可能降低粒子的全局收索能力。

每个粒子的优劣程度根据已定义好的适应度函数来评价，这和被解决的问题相关。PSO 算法的算法流程见文献[6]。

2.2　混沌粒子群算法基本思想

混沌粒子群优化算法的基本思想主要体现在两个方面：

（1）采用混沌序列初始化粒子的位置和速度，既不改变粒子群优化算法初始化时所具有的随机性本质，又利用混沌提高了种群的多样性和粒子搜索的遍历性，在产生大量初始群体的基础上，从中择优出初始群体。

（2）以当前整个粒子群迄今为止搜索到的最优位置为基础产生混沌序列，把产生的混沌序列中的最优位置粒子替代当前粒子群中的一个粒子的位置。引入混沌序列的搜索算法可在迭代中产生局部最优解的许多邻域点，以此帮助“惰性”粒子逃离局部极小点，并快速搜寻到最优解。

3　一种基于混沌的自适应粒子群优化算法

假设要解决的优化问题为：

$$\min\ f(x_1,x_2,\cdots,x_n)\ \text{ s.t. }\ a_i\leqslant x_i\leqslant b_i \tag{3}$$

采用逻辑自映射函数产生混沌，其模型如下：

$$z_{n+1}=1-2\times z_n^2,n=1,2,\cdots,-1<z_n<1 \tag{4}$$

在 PSO 中，w 对算法能否收敛具有重要作用，它使粒子保持运动惯性，使其有扩展搜索空间的趋势。w 值大，有利于全局搜索，收敛速度快，但不易得到精确的解；w 值小，有利于局部搜索，能得到更为精确的解，但收敛速度慢。有人提出了随着迭代的进行线性地减小惯性权重的策略，由 PSO 粒子的搜索特征不难发现，线性减小 w 不能满足开始搜索速度快些、搜索后期速度慢些的要求，而且，PSO 在实际搜索过程中是非线性的且是高度复杂的，致使惯性权重 w 线性递减的策略不能反映实际的优化搜索过程，这使算法在求解复杂问题的后期易于发生早熟收敛，于是结合混沌粒子群优化算法，提出一种基于群体早熟收敛程度和个体适应值来调整惯性权重的自适应混沌粒子群优化方法。

3.1　早熟收敛程度评价

在算法中，全局最优值总是优于所有个体的当前的适应度值。设粒子群的规模数是 N，如果 f_{avg} 为所有粒子当前适应度值的平均值，则

$$f_{avg}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}f_i \tag{5}$$

其中 f_i 是粒子在当前迭代次数时的适应值。设最优粒子的适应值为 f_g，并将适应值优于 f_{avg} 的适应值求平均得到 f'_{avg}，定义 $\Delta=|f_{avg}-f'_{avg}|$，$\Delta$ 可用来评价粒子群的早熟收敛程度，且 Δ 越小说明粒子群越趋于早熟收敛。

分析式（1）可以发现，粒子群到达局部最优附近时，粒子速度的更新主要由 wv_{id} 来决定。由于固定参数的 PSO 算法的惯性权重 w 通常小于 1，粒子的速度将会越来越小，甚至停止运动，发生早熟收敛。改进算法在此时赋予粒子大于 1 的惯性权重，以使粒子具有较大的速度，从而有效地跳出局部最优，避免早熟收敛。

3.2　自适应调整策略

适应值为 f_i 的粒子，其惯性权重 w 的具体调整方法如下：

（1）f_i 优于 f'_{avg}

满足此条件的粒子是群体中较优的粒子，已经比较接近全局最优，所以应被赋予较小的惯性权重，以加速向全局最优收敛。根据粒子适应值按式（6）调整粒子的惯性权重 w：

$$w=w-(w-w_{\min})\cdot\left|\frac{f_i-f'_{avg}}{f_g-f'_{avg}}\right| \tag{6}$$

其中 $w_{\min}$ 为 w 得最小值，$w_{\min}=0.5$。取粒子适应值越好，其惯性权重相应越小，加强了局部寻优。

（2）f_i 优于 f_{avg} 但次于 f'_{avg}

满足此条件的粒子是群体中一般的粒子，具有良好的全局寻优能力和局部寻优能力。如果惯性权值 w 随着搜索的进行按余弦规律减小，开始搜索时 w 能较长时间保持较大值以提高搜索效率，在搜索后期 w 又能较长时间保持较小值以提高搜索精度。w 的修正公式为：

$$w=w_{\min}+(w_{\max}-w_{\min})\cdot\frac{1+\cos((iter-1)\pi/(\max step-1))}{2} \tag{7}$$

其中 $w_{\max}$ 为搜索开始时最大的 w，$w_{\min}$ 为搜索结束时最小的 w，$iter$ 为迭代所进行的步数，$\max step$ 为允许最大迭代步数。

（3）f_i 次于 f_{avg}

满足此条件的粒子是群体中较差的粒子，对其惯性权重的调整引用文献[9]中调整控制参数方法来进行

$$w=1.5-\frac{1}{1+k_1\cdot\exp(-k_2\cdot\Delta)} \tag{8}$$

式（8）中参数 k_1 和 k_2 的选择对算法的性能有较大的影响。k_1 主要用来控制 w 的上限，k_1 越大，w 的上限越大，k_1 的选取应使式（8）能够提供大于 1 的惯性权重，即 k_1 为大于 1 的常数。取 $k_1=1.5$，显然 $\omega\in(0.5,1.1)$。k_2 主要用来控制式（8）的调节能力，若 k_2 过大，在早期停滞时，w 会迅速变得很小，这虽然会加快收敛，却使算法在早期全局寻优能力不足；若 k_2 过小，式（8）的调节能力不是很明显，尤其是在后期算法不能有效地跳出局部最优。

3.3　基于混沌的自适应粒子群优化算法流程

该自适应混沌粒子群优化算法 ACPSO 是在混沌粒子群优化算法的基础上，根据群体早熟收敛程度和个体适应值来调整惯性权重的一种改进粒子群优化算法。算法具体流程如下：

步骤 1　初始化设置最大允许迭代次数或适应度误差限，以及相关参数：惯性权值、学习因子。

步骤 2　混沌初始化粒子位置和速度。

（1）随机产生一个 n 维每个分量数值在[-1，1]上的向量，$z_1=(z_{11},z_{12},\cdots,z_{1n})$，$n$ 为目标函数中的变量个数，根据式（4），得到 N 个向量 $z_1,z_2,\cdots,z_N$。

（2）将 z_i 的各个分量载波到对应变量的取值区间。

（3）计算粒子群的适应值，并从 N 个初始群体中选择性能较好的 M 个为初始解，随机产生 M 个初始速度。

步骤 3　如果粒子适应度优于个体极值 $pbest$，$pbest$ 设置为

新位置。

步骤4 如果粒子适应度优于全局极值 $gbest$，$gbest$ 设置为新位置。

步骤5 根据公式（1）、（2）更新粒子的速度和位置。

步骤6 对最优位置 $P_g=(p_{g1},p_{g2},\cdots,p_{gD})$进行混沌优化。将 $p_{gi}(i=1,2,\cdots,D)$映射到逻辑自映射方程（4）的定义域[-1，1]，$z_i=2(p_{gi}-a_i)/(b_i-a_i)-1$，$(i=1,2,\cdots,D)$，然后，用逻辑自映射方程进行迭代产生混沌变量序列 $z_i^{(m)}(m=1,2,\cdots)$，再把产生的混沌变量序列通过逆映射 $p_{gi}^{(m)}=(b_i-a_i)z_i^{(m)}/2+(a_i+b_i)/2$，返回到原解空间，得：$p_g^{(m)}=(p_{g1}^{(m)},p_{g2}^{(m)},\cdots,p_{gD}^{(m)})$，$(m=1,2,\cdots)$。

在原解空间对混沌变量经历的每个可行解 $p_g^{(m)}(m=1,2,\cdots)$计算其适应值，得到性能最好的可行解 p^*。

步骤7 用 p^* 取代当前群体中任意一个粒子的位置。

步骤8 若满足停止条件，则搜索停止，输出全局最优位置；否则执行步骤步骤 9。

步骤9 根据粒子适应值不同采取相应的自适应策略，分别按照公式（6）、（7）、（8）调整惯性权重，转向步骤 3。

4 数值仿真实验

为了测试自适应混沌粒子群优化算法 ACPSO 的性能，使用了 2 个典型测试函数来进行实验，并且将实验结果与一般混沌粒子群优化算法 CPSO 的测试结果进行比较：

（1）f_1 函数（Schaffer Function）

$$f(x_1,x_2)=0.5+\frac{\sin^2\sqrt{x_1^2+x_2^2}-0.5}{[1.0+0.001(x_1^2+x_2^2)]^2},|x_i|\leqslant 100$$

$$\min f(x^*)=f(0,0)=0$$

Schaffer 函数在距全局最优点大约 3.14 范围内存在无穷多个局部极小将其包围，且该函数强烈振荡，如图 1 所示，一般算法难以得到最优解，利用 ACPSO 算法的仿真结果如图 2 所示。

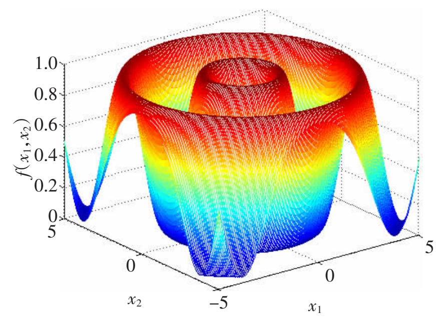

图 1 Schaffer 函数的几何特性

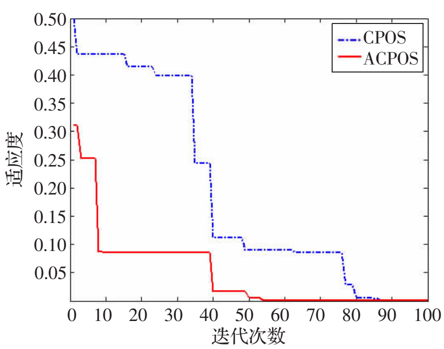

图 2 Schaffer 函数 ACPSO 算法仿真结果比较

（2）f_2 函数（Rastrigrin Function）

$$f(x)=\sum_{i=1}^{n}[x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10],|x_i|\leqslant 5.12$$

$$\min f(x^*)=f(0,0,\cdots,0)=0$$

Rastrigrin 函数为多极值函数，当 $x_i=0$ 时达到全局极小点，在 $S=\{x_i\in[-5.12,5.12],i=1,2,\cdots,n\}$范围内大约存在 $10n$ 个局部极小点，如图 3 所示（为了可视化取 $n=2$），当 $n=10$ 时仿真结果如图 4 所示。当 $n=100$ 时在高维空间内，ACPSO 的优化性能较 CPSO 都有很大程度的提高，提高了收敛速度。

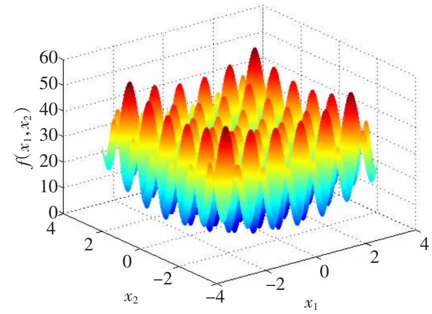

图 3 Rastrigrin 函数的几何特性

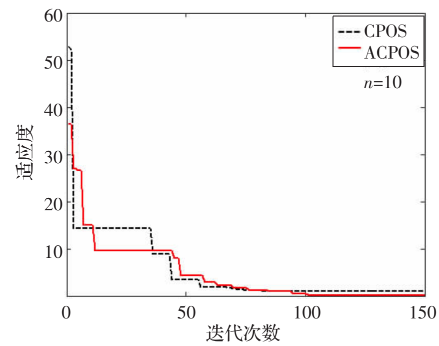

图 4 Rastrigrin 函数 ACPSO 算法仿真结果比较

参数选择说明：最大速度 $v_{\max}$ 和最小速度 $v_{\min}$ 分别是设置的上限和下限的一半，$w_{\max}=0.9$，$w_{\min}=0.5$，最大迭代次数取 2 000，取 $c_1=c_2=2.0$，w、k_1 和 k_2 的选取见上文 3.2，当问题的维数超过 50 时候，$w_{\min}$ 应适当减小才能有更好的收敛效果。

由仿真结果可知：提出的 ACPSO 算法不仅比 CPSO 算法收敛速度快，而且能收敛到复杂多极点函数的全局最优解，特别是对于高维的非凸非线性振荡函数，有很好的优化效果。

5 结束语

利用混沌模型特性和惯性因子对粒子群优化全局收敛的影响，引入早熟收敛程度评价机制，设计了一种基于混沌的自适应粒子群优化算法，仿真结果表明这是一种较基本混沌粒子群优化更好的优化算法。该自适应混沌粒子群优化算法一方面能克服早熟现象，另一方面也提高了算法的收敛精度和全局收敛性。

参考文献：

[1] Kennedy J，Eberhartr C.Particle swarm optimization[C]//Proceeding of IEEE International Conference on Neural Networks.Perth：IEEE Piscataway，1995：1942-1948.

（下转 101 页）