

研究论文

# 一类间歇生产过程的迭代学习控制算法 及其收敛性分析

贾 立<sup>1</sup>, 施继平<sup>1</sup>, 邱铭森<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 上海大学机电工程与自动化学院自动化系, 上海市电站自动化技术重点实验室, 上海 200072;

<sup>2</sup> 新加坡国立大学工程学院, 新加坡 119260)

**摘要:** 针对基于迭代学习控制的间歇过程产品质量优化控制算法难以进行收敛性分析的难题, 并且考虑到实际生产中存在外部干扰和不确定因素的影响, 本文对间歇过程模型参数动态更新问题进行了分析, 建立了间歇生产过程产品质量的神经模糊 (NF) 预测模型, 提出了一种新颖的批次轴参数自适应调节算法。在此基础上, 构造了一种基于数据驱动的间歇生产过程产品质量迭代学习控制算法, 并对优化问题的收敛性给出了严格的数学证明。最后, 将本文提出的算法用于一类典型的间歇过程终点质量控制研究, 仿真结果验证了本文算法的有效性和实用价值, 为间歇过程的优化控制提供了一条新途径。

**关键词:** 间歇过程; 迭代学习; 神经模糊模型; 优化算法

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

文章编号: 0438-1157 (2010) 01-0116-08

## An iterative learning control algorithm with convergence analysis for batch processes

JIA Li<sup>1</sup>, SHI Jiping<sup>1</sup>, CHIU Minsin<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Shanghai Key Laboratory of Power Station Automation Technology, Department of Automation, School of Mechatronics Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072, China;

<sup>2</sup> Faculty of Engineering, National University of Singapore, 119260, Singapore)

**Abstract:** It is difficult to analyze the convergence of iterative learning optimal control for quality control of batch processes, and there exist the disturbance and uncertainties in practical processes. In this paper, a neural fuzzy (NF) model-based approach was used to predict the quality of product and an adaptive update algorithm in the direction of batch was also presented after analyzing the problem of parameters dynamic updating. On this basis, an iterative learning control algorithm with convergence analysis for batch processes was proposed. Moreover, the convergence of the proposed algorithm was analyzed and the rigorous proof was given. Lastly, to verify the efficiency of the proposed algorithm, the algorithm was applied to a classical batch process, and the simulation results showed the efficiency and practicability of the proposed method. Thus it provides a new way for the control of batch processes.

**Key words:** batch process; iterative learning; neural fuzzy model; optimization algorithm

2009-06-10 收到初稿, 2009-08-20 收到修改稿。

联系人及第一作者: 贾立 (1975—), 女, 博士, 副教授。

基金项目: 上海市国际科技合作基金项目 (08160705900); 上海市科委地方高校专项基金 (08160512100); 上海市基础研究重点项目 (09JC1406300); 上海市教育委员会科研创新项目 (09YZ08); 上海大学“十一五”211 建设项目; 上海大学研究生创新基金项目 (SHUCX 092212)。

Received date: 2009-06-10.

Corresponding author: JIA Li, jiali@staff.shu.edu.cn

Foundation item: supported by Shanghai Science Technology Commission (08160705900, 08160512100, 09JC1406300), Shanghai Municipal Education Commission (09YZ08), and Innovation Project for Postgraduate Student Granted by Shanghai University (SHUCX 092212).

## 引言

现代过程工业正逐渐由生产大批量、通用性的基础材料向既生产基础材料又生产小批量、多品种、系列化、高附加值的专业产品发展<sup>[1]</sup>。间歇过程 (batch process) 具有小批量、多品种、系列化、合成步骤复杂、技术密集等特点, 能够满足现代过程工业的特点和要求<sup>[2-3]</sup>。

虽然间歇过程在工业上已被广泛采用, 但间歇过程的动态过程是一个一直在“进行中”的过渡过程, 运行区间内一般没有稳态工作点, 并且具有很强的非线性及动态特性。这些特性决定了间歇过程控制要比连续过程控制复杂, 需要新的非传统的技术<sup>[4]</sup>。

迭代学习控制 (iterative learning control) 的思想非常适合间歇过程的优化控制。它利用系统先前的控制经验和输出误差来修正当前的控制作用, 使被控系统的实际输出轨迹在有限时间区间内尽可能收敛于期望的输入轨迹<sup>[5-6]</sup>。近年来有一些这方面的研究, 如 Lee 等<sup>[7]</sup>提出了把迭代学习控制和模型预测控制相结合的方法; 樊雷等<sup>[8]</sup>提出了迭代学习控制和广义预测控制相结合的方法; 邸丽清等<sup>[9]</sup>提出了利用偏最小二乘的隐变量模型和迭代学习控制结合的思想, 得到了不同质量等级的终点质量指标。可以看到, 迭代学习控制在间歇中的应用已经越来越受到青睐, 是解决间歇过程优化控制问题的一个重要途径, 有着广阔的发展前景。

本文主要研究间歇过程的产品质量迭代学习控制方法, 以神经模糊为工具建立间歇过程产品质量的预测模型, 并以此为基础, 提出一种新颖的批次轴参数自适应调节算法, 并创新性地对优化控制算法的收敛性给出了严格的数学证明。

## 1 间歇生产过程的产品质量神经模糊预测模型

### 1.1 神经模糊模型

间歇过程的优化控制往往依赖于过程精确的数学模型。本文采用神经模糊 (NF) 建立间歇过程的模型, 其实质是将间歇过程的非线性模型在空间中分成几个不同的区域, 每个区域具有一个局部模型, 然后通过权值将各个局部模型叠加构成一个非线性模型, 这样可以有效利用过程中已知的机理知识。

在本文研究的 NF 模型中, 模糊规则 IF-THEN 可表示为

$$R^j: \text{IF } x_1 \text{ is } A_{j1} \text{ AND } x_2 \text{ is } A_{j2} \text{ AND} \cdots \text{ AND } x_M \text{ is } A_{jM}, \text{ THEN } y \text{ is } h_j, j = 1, 2, \cdots, N$$

其中,  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \cdots, x_M]^T$  是  $M$  维模糊规则前件向量, 表示神经模糊系统的输入;  $y$  是模糊规则后件, 表示神经模糊系统的输出;  $N$  为模糊规则数;  $R^j$  表示第  $j$  条规则;  $A_{ji}$  ( $i=1, 2, \cdots, M$ )、 $h_j$  分别表示第  $j$  条规则中各输入分量的模糊子集和后件变量。本文研究中, 采用式 (1) 表示的非线性函数作为模糊规则后件参数

$$h_j(k) = a_0^j + \sum_{i=1}^M a_i^j x_i(k) + \sum_{q=1}^M \sum_{p=1}^M b_{q,p}^j x_p(k) x_q(k) \quad (1)$$

NF 模型的输出为

$$y = \frac{\sum_{j=1}^N h_j \mu_j(\mathbf{X})}{\sum_{j=1}^N \mu_j(\mathbf{X})} = \frac{\sum_{j=1}^N h_j \exp\left[-\sum_{i=1}^M \frac{(x_i - c_{ji})^2}{\sigma_j^2}\right]}{\sum_{j=1}^N \exp\left[-\sum_{i=1}^M \frac{(x_i - c_{ji})^2}{\sigma_j^2}\right]} \quad (2)$$

其中,  $\mu_{A_{ji}}(x_i)$  表示高斯型隶属度函数,  $c_{ji}$  表示模糊子集  $A_{ji}$  的高斯型隶属度函数的中心,  $\sigma_j$  表示模糊子集  $A_{ji}$  的高斯型隶属度函数的宽度。

式 (2) 可简化为  $y = \Phi \mathbf{W}$ , 其中

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \cdots, \phi_N]$$

$$\phi_j = [1, x_1, \cdots, x_M, x_1^2, x_1 x_2, \cdots, x_{M-1} x_M, x_M^2] \bar{\mu}_j(\mathbf{X})$$

$$\bar{\mu}_j(\mathbf{X}) = \frac{\mu_j(\mathbf{X})}{\sum_{j=1}^N \mu_j(\mathbf{X})}$$

$$\mathbf{W} = [w_1, w_2, \cdots, w_N]^T$$

$$w_j = [a_0^j, a_1^j, \cdots, a_M^j, b_{1,1}^j, b_{1,2}^j, \cdots, b_{M-1,M}^j, b_{M,M}^j]$$

本文采用三维矩阵展开的建模思路, 将间歇过程输入输出数据的三维矩阵形式展开成二维形式, 分别采用模糊聚类算法和基于 Lyapunov 函数法的闭环构造法得到局部模型参数<sup>[10]</sup>。

### 1.2 批次轴上 NF 模型参数自适应调节策略

在实际的间歇过程生产中, 由于存在外部干扰和不确定因素的影响, 因此有必要根据实际生产中的动态数据更新模型参数。针对该问题, 本文提出了批次轴上 NF 模型参数自适应调节策略。

为方便讨论, 先给出 3 个定义。

**定义 1:** 定义加权二次范数  $\|\mathbf{H}\|_P^2 = \mathbf{H}^T \mathbf{P} \mathbf{H}$ , 其中  $\mathbf{H}$  和  $\mathbf{P}$  分别为列向量和对角矩阵。

**定义 2:** 将输入量  $U_k$  在时间段  $t_f$  内  $T$  等分,

即  $\mathbf{U}_k = (u_{k1} \quad u_{k2} \quad \cdots \quad u_{kT})$ ，相对应的输出为  $\mathbf{Y}_k = (y_{k1} \quad y_{k2} \quad \cdots \quad y_{kT})^T$ ，并令  $\Phi(\mathbf{U}_k)$  为  $T \times L$  维矩阵。

**定义 3:**  $\mathbf{I}_T$  为  $T$  维单位矩阵， $\mathbf{i}_T = (0 \quad \cdots \quad 1)_{1 \times T}$ 。

对于 NF 模型批次轴上参数调节问题，定义目标函数

$$\mathbf{E} = \|\Phi(\bar{\mathbf{U}}_k)\mathbf{W}_k - \bar{\mathbf{Y}}_k\|_{p_1}^2 + \|\mathbf{W}_k - \mathbf{W}_{k-1}\|_{p_2}^2 \quad (3)$$

其中

$$\bar{\mathbf{Y}}_k = (\mathbf{Y}_{k-\text{winnum}+1}^T \quad \mathbf{Y}_{k-\text{winnum}+2}^T \quad \cdots \quad \mathbf{Y}_k^T)^T$$

$$\bar{\mathbf{U}}_k = (\mathbf{U}_{k-\text{winnum}+1}^T \quad \mathbf{U}_{k-\text{winnum}+2}^T \quad \cdots \quad \mathbf{U}_k^T)^T$$

$$\mathbf{P}_1 = p_1 \mathbf{I}_{\max\{k-\text{winnum}, \text{winnum}\}T}$$

$$\mathbf{P}_2 = p_2 \mathbf{I}_{\max\{k-\text{winnum}, \text{winnum}\}T}$$

其中，winnum 为滑动窗口数， $p_1$ 、 $p_2$  为正标量 (本文取  $p_2 = \beta k^2$ )。

NF 模型参数调节的目的是使式 (3) 最小化，

即令  $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{W}_k} = 0$ ，可得到

$$\mathbf{W}_k = (p_1 \Phi^T(\bar{\mathbf{U}}_k)\Phi(\bar{\mathbf{U}}_k) + p_2 \mathbf{I}_L)^{-1} \times (p_1 \Phi^T(\bar{\mathbf{U}}_k)\bar{\mathbf{Y}}_k + p_2 \mathbf{W}_{k-1}) \quad (4)$$

这里需指出，若每次更新都需要第 1 批到第  $k$  批的所有数据，即取  $\text{winnum} = k$ ，这样随着批次数的增大，存储空间将发生“数据溢出”。

本文引入迭代策略来解决大量数据的存储问题。对第  $k$  批次计算  $\mathbf{W}_k$  后，只需存储  $\Phi^T(\bar{\mathbf{U}}_k)\Phi(\bar{\mathbf{U}}_k)$  和  $\Phi^T(\bar{\mathbf{U}}_k)\bar{\mathbf{Y}}_k$  作为下次迭代计算的数据，分别表示如下

$$\Phi^T(\bar{\mathbf{U}}_k)\Phi(\bar{\mathbf{U}}_k) = \Phi^T(\bar{\mathbf{U}}_{k-1})\Phi(\bar{\mathbf{U}}_{k-1}) + \Phi^T(\mathbf{U}_k)\Phi(\mathbf{U}_k)$$

$$\Phi^T(\bar{\mathbf{U}}_k)\bar{\mathbf{Y}}_k = \Phi^T(\bar{\mathbf{U}}_{k-1})\bar{\mathbf{Y}}_{k-1} + \Phi^T(\mathbf{U}_k)\mathbf{Y}_k$$

其中

$$\Phi(\bar{\mathbf{U}}_k) = \begin{pmatrix} \Phi(\bar{\mathbf{U}}_{k-1}) \\ \Phi(\mathbf{U}_k) \end{pmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{Y}}_k = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{Y}}_{k-1} \\ \mathbf{Y}_k \end{pmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{U}}_k = (\mathbf{U}_1^T \quad \mathbf{U}_2^T \quad \cdots \quad \mathbf{U}_k^T)^T$$

$$\bar{\mathbf{Y}}_k = (\mathbf{Y}_1^T \quad \mathbf{Y}_2^T \quad \cdots \quad \mathbf{Y}_k^T)^T$$

## 2 间歇生产过程的迭代学习控制算法及其收敛性分析

### 2.1 间歇生产过程的迭代学习控制算法

基于 NF 模型的间歇生产过程终点质量迭代优

化控制策略如图 1 所示。其中， $k$  表示批次， $\mathbf{U}_k$  表示第  $k$  批次的输入序列， $\hat{y}_{k+1}$  是第  $k+1$  批次产品质量的预测值， $\hat{y}_{k+1}^f$  表示第  $k+1$  批次模型预测终点质量的修正值， $f$  表示终点。NF [·] 用来预测第  $k+1$  批次产品质量值  $\hat{y}_{k+1}$ ， $q^{-1}$  为延尺算子。图 1 所示的迭代优化控制系统工作原理可描述为：基于前一批次的信息，优化控制器采用最优迭代控制策略来修正前一批次的最优控制序列  $\mathbf{U}_k$ ，从而得到第  $k+1$  批次的最优控制序列  $\mathbf{U}_{k+1}$ 。不断重复该过程，产品的终点质量在若干批次的迭代之后能够逼近目标期望值  $y_d^f$ 。

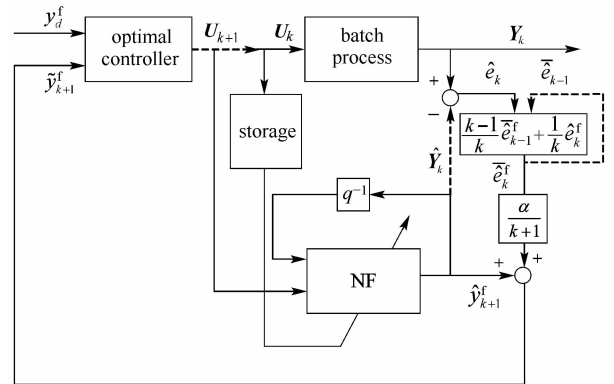


图 1 终点产品质量的批次迭代优化控制  
Fig. 1 Iterative optimal control for product quality at the end of batch

在实际的间歇生产过程中，模型预测值和系统实际输出值之间存在一定的偏差。因此，定义模型终点质量预测误差为

$$\hat{e}_k^f = y_k^f - \hat{y}_k^f \quad (5)$$

由于间歇过程具有不断重复的特性，可利用历史批次的信息修正第  $k+1$  批次的模型终点质量预测值，从而模型终点质量预测修正值  $\hat{y}_{k+1}^f$  可表示为

$$\hat{y}_{k+1}^f = \hat{y}_{k+1}^f + \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \quad (6)$$

其中， $\alpha$  表示偏差修正项参数，且  $\alpha \geq 0$ ， $\bar{e}_k^f$  表示模型终点质量平均预测误差，定义如下

$$\bar{e}_k^f = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \hat{e}_i^f = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (y_i^f - \hat{y}_i^f) \quad (7)$$

对于间歇过程的产品质量控制，要关心的是产品的终点质量  $y_d^f$ 。迭代学习控制的目的就是寻找最优控制序列  $\mathbf{U}_{k+1}$ ，使得  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k\| = 0$ ，且  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{U}_k - \mathbf{U}_{k-1}\| = 0$ 。因此，构造二次型目标函数

$$\min_{\mathbf{U}_{k+1} \in \Theta_U} J(\mathbf{U}_{k+1}, k+1) = \|\hat{e}_{k+1}^f\|_Q^2 + \|\Delta \mathbf{U}_{k+1}\|_R^2 \quad (8)$$

其中,  $\tilde{e}_{k+1}^f = y_d^f - \hat{y}_{k+1}^f$ , 表示模型终点质量预测修正值  $\hat{y}_{k+1}^f$  和期望值  $y_d^f$  之间的误差,  $\Delta U_{k+1}$  为最优控制策略的迭代修正项, 如式 (9) 所示。

$$\Delta U_{k+1} = U_{k+1} - U_k \quad (9)$$

$$u^{\text{low}} \leq u_{k+1}(t) \leq u^{\text{up}} \quad (10)$$

其中,  $u^{\text{low}}$  和  $u^{\text{up}}$  分别表示输入控制序列的下界和上界,  $y^{\text{low}}$  和  $y^{\text{up}}$  分别表示产品终点质量的下界和上界。Q 和 R 为权值矩阵, 分别为  $Q = q \times I_T$ ,  $R = r \times I_T$  ( $r$  和  $q$  为正标量)。

本节提出的间歇生产过程迭代学习控制算法简述如下:

第一步: 建立 NF 模型;

第二步: 令  $k=1$ , 并初始化  $U_1$ 、 $\bar{e}_1$ 、Q、R、 $\alpha$  和 winnum;

第三步: 在第  $k$  批次, 将已得到的优化控制序列  $U_k$  输入到间歇生产过程中, 测量得到间歇过程产品的终点质量  $y_k^f$ ;

第四步: 比较间歇过程产品的终点质量  $y_k^f$  和模型 NF 的预测输出值  $\hat{y}_k^f$ , 根据式 (5) 和式 (7) 分别计算出模型预测误差  $\tilde{e}_k^f = y_k^f - \hat{y}_k^f$  及模型平均预测误差  $\bar{e}_k^f$ ;

第五步: 根据式 (4) 修正 NF 模型的权值, 并存储第  $k$  批的最优控制序列  $U_k$ ;

第六步: 由式 (6)、式 (8) 求解第  $k+1$  批次的最优控制序列  $U_{k+1}$ ;

第七步: 令  $k=k+1$ , 返回第三步。

## 2.2 算法的收敛性分析

对本文提出的参数迭代学习控制算法的收敛性进行分析, 可以得出定理 1 的结论。

**假设 1:** 矩阵  $\Phi^T(\bar{U}_k) \Phi(\bar{U}_k)$  和  $\Phi^T(\bar{U}_k) \bar{Y}_k$  均有界。

**定理 1:** 对于式 (5) ~ 式 (10) 所表示的优化算法, 采用式 (4) 的模型参数修正策略, 则该算法是收敛的, 即  $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta U_k = 0$ ,  $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta W_k = 0$ 。

证明: 由式 (4) 可得

$$\Delta W_k = \frac{1}{\beta k^2} p_1 \left( \frac{1}{\beta k^2} p_1 \Phi^T(\bar{U}_k) \Phi(\bar{U}_k) + I_L \right)^{-1} \times \Phi^T(\bar{U}_k) (\bar{Y}_k - \Phi(\bar{U}_k) W_{k-1}) \quad (11)$$

根据假设 1 可知,  $p_1 \left( \frac{1}{\beta k^2} p_1 \Phi^T(\bar{U}_k) \Phi(\bar{U}_k) + I_L \right)^{-1} \times \Phi^T(\bar{U}_k) (\bar{Y}_k - \Phi(\bar{U}_k) W_{k-1})$  有界, 所以有  $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta W_k = 0$ 。

为讨论方便, 将  $\hat{y}_{k+1}^f$  表示成如下形式

$$\hat{y}_{k+1}^f = f_{\text{NF}}(U_{k+1}, W_k) = i_T \Phi(U_{k+1}) W_k \quad (12)$$

由式 (5)、式 (8)、式 (12)、 $\tilde{e}_{k+1}^f = y_d^f - \hat{y}_{k+1}^f$  以及  $U_{k+1}$  为第  $k+1$  批次的最优解, 可得到

$$\left\| y_d^f - i_T \Phi(U_{k+1}) W_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 \leq J(U_{k+1}, k+1) \leq \left\| y_d^f - i_T \Phi(U_k) W_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 \quad (13)$$

因此

$$\begin{aligned} & \left\| y_d^f - i_T \Phi(U_{k+1}) W_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 - \\ & \left\| y_d^f - i_T \Phi(U_k) W_{k-1} - \frac{\alpha}{k} \bar{e}_{k-1}^f \right\|_Q^2 \leq \\ & \left\| y_d^f - i_T \Phi(U_k) W_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 - \\ & \left\| y_d^f - i_T \Phi(U_k) W_{k-1} - \frac{\alpha}{k} \bar{e}_{k-1}^f \right\|_Q^2 \end{aligned} \quad (14)$$

显然,  $\left\| y_d^f - i_T \Phi(U_k) W_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q + \left\| y_d^f - i_T \Phi(U_k) W_{k-1} - \frac{\alpha}{k} \bar{e}_{k-1}^f \right\|_Q$  有界, 并令其上界为  $M_1$ 。那么, 不等式 (14) 右侧满足如下关系

$$\begin{aligned} & \left\| y_d^f - i_T \Phi(U_k) W_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 - \\ & \left\| y_d^f - i_T \Phi(U_k) W_{k-1} - \frac{\alpha}{k} \bar{e}_{k-1}^f \right\|_Q^2 \leq \\ & M_1 \left\| i_T \Phi(U_k) (W_{k-1} - W_k) + \left( \frac{\alpha}{k} \bar{e}_{k-1}^f - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right) \right\|_Q \end{aligned} \quad (15)$$

又由式 (11)、式 (15) 和  $\bar{e}_k^f = \frac{k-1}{k} \bar{e}_{k-1}^f + \frac{1}{k} \tilde{e}_k^f$  可得到

$$\begin{aligned} & \left\| y_d^f - i_T \Phi(U_k) W_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 - \\ & \left\| y_d^f - i_T \Phi(U_k) W_{k-1} - \frac{\alpha}{k} \bar{e}_{k-1}^f \right\|_Q^2 \leq M_1 \frac{1}{\beta k^2} \times \\ & \left\| i_T p_1 \Phi(U_k) \left( \frac{1}{\beta k^2} p_1 \Phi^T(\bar{U}_k) \Phi(\bar{U}_k) + I_L \right)^{-1} \times \right. \\ & \left. \Phi^T(\bar{U}_k) (\Phi(\bar{U}_k) W_{k-1} - \bar{Y}_k) \right\|_Q + \\ & M_1 \frac{\alpha}{k} \frac{1}{k+1} \left\| 2\bar{e}_{k-1}^f - \tilde{e}_k^f \right\|_Q \end{aligned} \quad (16)$$

根据假设 1 可知,  $\left\| i_T p_1 \Phi(U_k) \left( \frac{1}{\beta k^2} p_1 \Phi^T(\bar{U}_k) \times \Phi(\bar{U}_k) + I_L \right)^{-1} \Phi^T(\bar{U}_k) (\Phi(\bar{U}_k) W_{k-1} - \bar{Y}_k) \right\|_Q$  有界, 令其上界为  $M_2$ 。另外, 由  $\bar{e}_{k-1}^f$  和  $\tilde{e}_k^f$  的有界性可知  $\left\| 2\bar{e}_{k-1}^f - \tilde{e}_k^f \right\|_Q$  有界, 令其上界为  $M_3$ 。再由式 (16) 可推导出如下关系式

$$\left\| \left\| y_d^f - i_T \Phi(\mathbf{U}_k) \mathbf{W}_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 - \left\| y_d^f - i_T \Phi(\mathbf{U}_k) \mathbf{W}_{k-1} - \frac{\alpha}{k} \bar{e}_{k-1}^f \right\|_Q^2 \right\| \leq M_1 \left( \frac{1}{\beta} M_2 + \alpha M_3 \right) \frac{1}{k^2} \quad (17)$$

因此, 根据级数的性质、附录引理和式 (14) 可得到

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left( \left\| y_d^f - i_T \Phi(\mathbf{U}_k) \mathbf{W}_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 - \left\| y_d^f - i_T \Phi(\mathbf{U}_{k+1}) \mathbf{W}_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 \right) = 0 \quad (18)$$

再由式 (13) 可知

$$0 \leq J(\mathbf{U}_{k+1}, k+1) - \left\| y_d^f - i_T \Phi(\mathbf{U}_{k+1}) \mathbf{W}_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 \leq \left\| y_d^f - i_T \Phi(\mathbf{U}_k) \mathbf{W}_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 - \left\| y_d^f - i_T \Phi(\mathbf{U}_{k+1}) \mathbf{W}_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 \quad (19)$$

因此

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left[ J(\mathbf{U}_{k+1}, k+1) - \left\| y_d^f - i_T \Phi(\mathbf{U}_{k+1}) \mathbf{W}_k - \frac{\alpha}{k+1} \bar{e}_k^f \right\|_Q^2 \right] = 0 \quad (20)$$

由式 (8) 和式 (20) 可推导得到  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\Delta \mathbf{U}_{k+1}\|_{\mathbf{R}}^2 = 0$ , 即  $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta \mathbf{U}_k = 0$ , 证毕。

定理 1 表明, 本文提出的参数优化迭代学习控制算法是收敛的。在实际操作中, 该结论同样也适用于多输入多输出系统。

### 3 仿真研究

将本文提出的算法应用到由如下机理模型描述的间歇过程中<sup>[11]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1 = \frac{\rho_0^2 \rho}{M_m} (1-x_1)^2 \times \\ &\exp(2x_1 + 2\chi x_1^2) A_m \exp\left(-\frac{E_m}{uT_{re,f}}\right) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2 = \frac{f_1 x_2}{1+x_1} \left[ 1 - \frac{1400x_2}{A_w \exp(B/uT_{re,f})} \right] \\ \frac{dx_3}{dt} &= f_3 = \frac{f_1}{1+x_1} \left[ \frac{A_w \exp(B/uT_{re,f})}{1500} - x_3 \right] \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1-x_1}{r_1+r_2T_c} + \frac{x_1}{r_3+r_4T_c} \\ \rho_0 &= r_1+r_2T_c \\ T_c &= uT_{re,f} - 273.15 \end{aligned}$$

其中,  $x_1$  表示浓度;  $x_2 = x_n/x_{nf}$  和  $x_3 = x_w/x_{wf}$  分别表示量纲 1 数均链长 (NACL) 和权均链长 (WACL);  $u = T/T_{re,f}$  表示控制变量, 其作用区间为  $[0.93486 \quad 1.18539]$ ;  $T$  和  $T_c$  分别表示反应器的绝对温度和摄氏温度;  $A_w$  和  $B$  表示由试验测得的 WACL 和温度的关系系数;  $A_m$  和  $E_m$  分别表示单体反应的频率因子和活化能; 常数  $r_1 \sim r_4$  为密度-温度校正数;  $M_w$  和  $\chi$  分别为单体分子量和聚合物-单体交互参数。表 1 列出了用以得到量纲 1 变量的参照值以及反应器的参数值。终点时刻  $t_f$  限制为 313 min, 状态变量的初始值分别为  $x_1(0) = 0, x_2(0) = 1, x_3(0) = 1$ , 目标期望值为  $y_d = (0.8 \quad 1 \quad 1)^{[11]}$ 。

仿真中将控制时间段分成 10 等份, 每个时间段内的控制轨迹是个阶跃函数。建立 3 个神经模糊模型分别为  $NF_1、NF_2、NF_3$ , 分别代表  $u \rightarrow x_1, u \rightarrow x_2, u \rightarrow x_3$  的映射。随机产生 50 批的训练数据, 其中有 30 批用于训练, 剩下的 20 批用于测试, 并用 3 个不同的 0.5% 的随机噪声干扰系统输出。模型的输入为  $\mathbf{X}_k = (u_{k-1} \quad u_k \quad y_{k-1} \quad y_k)$ , 3 个 NF 模型的模糊规则数分别为 15、14、13。

优化控制的目标是让产品输出质量  $\mathbf{y} = (x_1 \quad x_2 \quad x_3)$  能够逼近  $\mathbf{y}_d^f = (0.8 \quad 1 \quad 1)$ , 取目标函数为

$$J(\mathbf{U}_{k+1}, k+1) = \|\tilde{\mathbf{e}}_{k+1}\|_Q^2 + \|\Delta \mathbf{U}_{k+1}\|_{\mathbf{R}}^2 = \|\tilde{\mathbf{e}}_{k+1,1}^f\|_{q_1}^2 + \|\tilde{\mathbf{e}}_{k+1,2}^f\|_{q_2}^2 + \|\tilde{\mathbf{e}}_{k+1,3}^f\|_{q_3}^2 + \|\Delta \mathbf{U}_{k+1}\|_{\mathbf{R}}^2 \quad (21)$$

其中

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{pmatrix}$$

分析可知, 这里  $\mathbf{R}$  若取定值则有可能造成收敛到最优解比较远的局部最优解, 所以考虑令  $\mathbf{R}$  为动态参数

表 1 间歇聚合反应过程参数值  
Table 1 Parameter values for batch polymerization process

$A_m/m^3 \cdot (\text{kmol} \cdot \text{s})^{-1}$	$A_w$	$B/K$	$E_m/K$	$M_m/\text{kg} \cdot \text{kmol}^{-1}$	$r_1/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$r_3/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$4.266 \times 10^5$	0.033454	4364	10103.5	104	$0.9328 \times 10^3$	$1.0902 \times 10^3$
$r_2/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{C}^{-1}$	$r_4/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{C}^{-1}$	$T_{re,f}/K$	$t_f/\text{min}$	$x_{nf}$	$x_{wf}$	$\chi$
-0.87902	-0.59	399.15	313	700	1500	0.33

$$R = rI_T$$

$$r = \tau_1 \left\{ 1 - \exp \left[ -\tau_2 \sum_{k=k_0}^K \sum_{i=1}^3 |\bar{e}_{k,i}^f| / (K - k_0) \right] \right\} \quad (22)$$

从式 (22) 可以看出,  $r$  随着  $\sum_{k=k_0}^K \sum_{i=1}^3 |\bar{e}_{k,i}^f| / (K - k_0)$  的减小而不断减小。当  $\sum_{k=k_0}^K \sum_{i=1}^3 |\bar{e}_{k,i}^f| / (K - k_0)$  趋于 0 时,  $r$  也趋于 0。这样当模型和系统之间的误差达到足够小的时候, 当前批次的最优解离期望的最优解也就越近。仿真中各参数值如表 2 所示。

表 2 仿真中各参数值

Table 2 Parameters in simulation

$\tau_1$	$\tau_2$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$\alpha$	$\beta$	winnum
$1 \times 10^5$	0.1	0.1	$1 \times 10^4$	$1 \times 10^4$	0.2	0.01	15

图 2 为第 1、3、10、20 批次的控制轨迹; 图 3~图 5 分别表示浓度、NACL、WACL 的输出轨迹; 图 6 表示产品终点质量值的绝对误差轨迹以及  $\Delta U_k$  的变化轨迹, 从中可以看出, 产品终点质量能够充分逼近期望值并且控制轨迹收敛; 图 7 表示模型-系统终点误差值、轨迹误差 RMSE 值以及 MAXE 值的变化轨迹, 从中可以看出, 随着迭代批次的增加, 本文提出的模型修正策略能够使模型精度进一步提高。经过 20 批次迭代产品终点质量值为 (0.7972 0.9980 0.9987), 跟踪误差为 ( $2.8015 \times 10^{-3}$   $2.0028 \times 10^{-3}$   $1.3309 \times 10^{-3}$ ), 而文献 [2] 提出的控制策略其跟踪误差为 ( $1.0700 \times 10^{-2}$   $4.6000 \times 10^{-3}$   $2.1000 \times 10^{-3}$ )。可见, 本文提出的算法具有更好优化控制效果。

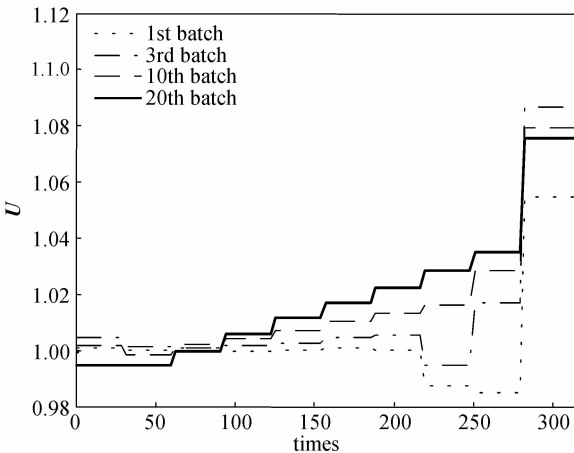


图 2 控制轨迹

Fig. 2 Control trajectory

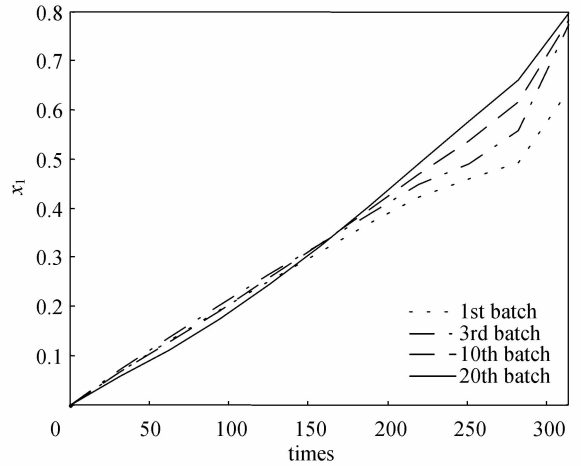


图 3  $x_1$  输出轨迹

Fig. 3 Output trajectory of concentration  $x_1$

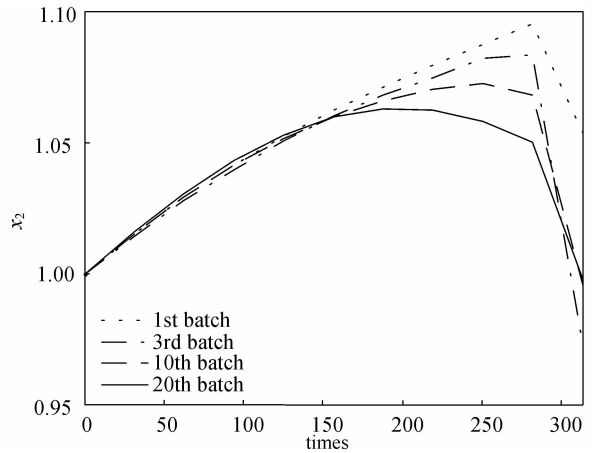


图 4  $x_2$  输出轨迹

Fig. 4 Output trajectory of NACL  $x_2$

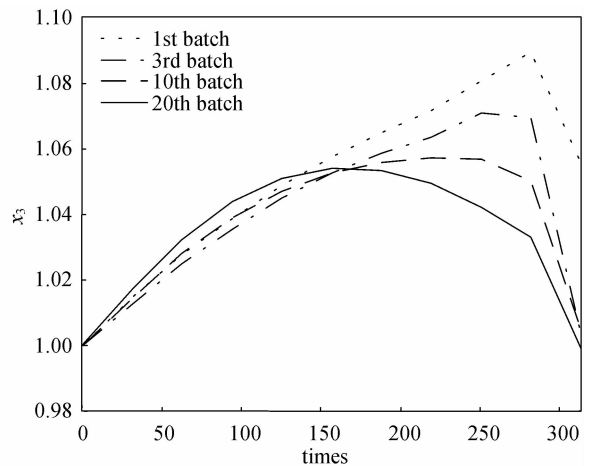


图 5  $x_3$  输出轨迹

Fig. 5 Output trajectory of WACL  $x_3$

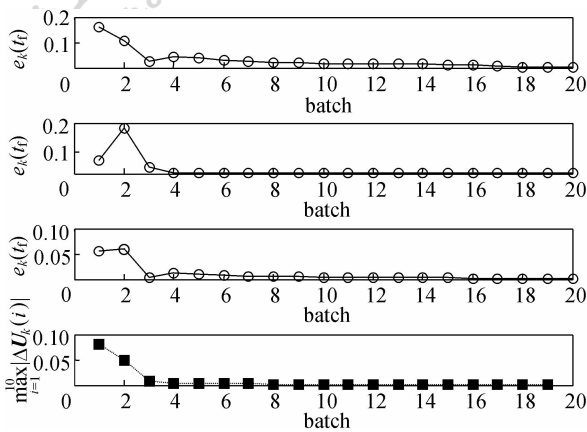


图 6  $x_1$ 、 $x_2$  和  $x_3$  终点质量跟踪误差

曲线及  $\max_{i=1}^{10} |\Delta U_k(i)|$  曲线图

Fig. 6 Tracking error curve of  $x_1$ ,  $x_2$  and  $x_3$  at the

end of the batch and the  $\max_{i=1}^{10} |\Delta U_k(i)|$  curve

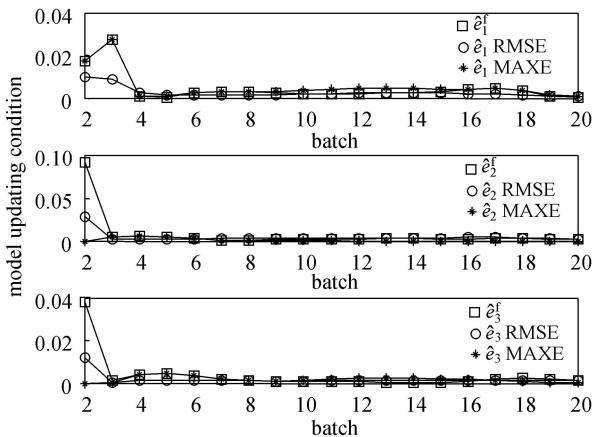


图 7 模型-系统误差曲线图

Fig. 7 Curve of error between model and plant

## 4 结 论

本文主要研究间歇过程的产品质量控制迭代学习方法，以 NF 为工具建立间歇过程模型，并以此为基础，提出一种模型参数可自适应调节的间歇过程的产品质量控制迭代学习方法，以模型再训练的方式来减小模型和系统之间的误差，并创新性地对优化控制中优化算法的收敛性给出了严格的数学证明。仿真结果验证了该算法的有效性和实用性。

## 附 录

引理：若有界数列  $\{a(k)\}$  满足  $a(k+1) - a(k) \leq \epsilon(k)$ ，且  $\sum_{k=1}^{\infty} \epsilon(k)$  绝对收敛，则有  $\lim_{k \rightarrow \infty} [a(k+1) - a(k)] = 0$ 。

## References

- [1] Lu Ningyun (陆宁云), Wang Fuli (王福利), Gao Furong (高福荣), Wang Shu (王姝). Statistical modeling and online monitoring for batch processes. *Acta Automatica Sinica* (自动化学报), 2006, **32** (3): 400-410
- [2] Xiong Z H, Zhang J, Wang X, Xu Y M. Integrated tracking control strategy for batch processes using a batch-wise linear time-varying perturbation model. *Control Theory & Applications*, 2007, **1** (1): 178-188
- [3] Lu N, Gao F. Stage-based process analysis and quality prediction for batch processes. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2005, **44** (10): 3547-3555
- [4] Zhang Jie (张杰), Jerome N, Xiong Zhihua (熊智华). Iterative learning control of batch processes based on time varying perturbation models. *Journal of Tsinghua University: Science and Technology* (清华大学学报: 自然科学版), 2008, **48** (S2): 1771-1774
- [5] Owens D H, Ha J. Iterative learning control—an optimization paradigm. *Annual Reviews in Control*, 2005, **29** (1): 57-70
- [6] Wang Shuqing (王树青), Zhang Xuepeng (张学鹏), Chen Liang (陈良). Review on Run-to-Run control in semiconductor manufacturing. *Journal of Zhejiang University* (浙江大学学报), 2008, **42** (8): 1393-1398
- [7] Lee J H, Lee K S. Iterative learning control applied to batch processes: an overview. *Control Engineering Practice*, 2007, **15** (10): 1306-1318
- [8] Fan Lei (樊雷), Wang Haiqing (王海清), Song Zhihuan (宋执环), Li Ping (李平). Iterative optimal control for batch process based on generalized predictive control. *Control and Instruments in Chemical Industry* (化工自动化仪表), 2006, **33** (2): 25-28
- [9] Di Liqing (邸丽清), Xiong Zhihua (熊智华), Yang Xianhui (阳宪惠). Iterative optimal control for final product qualities of batch processes based on multi-way PLS model. *Control and Instruments in Chemical Industry* (化工自动化及仪表), 2007, **34** (2): 10-12
- [10] Jia Li (贾立), Shi Jiping (施继平), Chiu Minsen (邱铭森). Research on fuzzy neural model with global convergence for batch process. *Information and Control* (信息与控制), 2009, **38** (6): 1-7
- [11] Kwon Y D, Evans L B. A coordinate transformation method for the numerical solution of nonlinear minimum-time control problems. *AIChE J.*, 1975, **21**: 1158-1164

证明：为叙述的方便，将空间分为  $\Theta^+$  和  $\Theta^-$  两部分，分别描述为

$$\Theta^+ = \{k \mid a(k+1) - a(k) \geq 0\}$$

$$\Theta^- = \{k \mid a(k+1) - a(k) < 0\}$$

首先，可证明得到  $\sum_{\Theta^+} [a(k+1) - a(k)]$  绝对收敛。然后采用反证法，假设  $\lim_{k \rightarrow \infty} [a(k+1) - a(k)] \neq 0$ ，则有

$\sum_{\Theta^-} [a(k+1) - a(k)]$  发散。进而得到  $\lim_{K \rightarrow \infty} a(K+1) = -\infty$ ，这与  $\{a(k)\}$  为有界数列矛盾，所以假设不成立，即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [a(k+1) - a(k)] = 0.$$

证毕。

## 《化工学报》2009年第一作者单位刊出论文统计

编号	单 位	篇数	编号	单 位	篇数
1	浙江大学	46	26	中国科学技术大学	4
2	华东理工大学	26	26	中国科学院广州能源研究所	4
3	清华大学	22	34	福州大学	3
4	东南大学	21	34	广西大学	3
5	华南理工大学	19	34	湖南大学	3
5	浙江工业大学	19	34	山东大学	3
7	南京工业大学	18	34	西安交通大学	3
8	大连理工大学	14	34	郑州大学	3
9	天津大学	12	34	中国科学院大连化学物理研究所	3
10	哈尔滨工业大学	11	34	仲恺农业工程学院	3
11	北京化工大学	9	42	北京交通大学	2
11	重庆大学	9	42	大连海事大学	2
11	中国科学院过程工程研究所	9	42	大庆石油学院	2
11	中国石油大学(北京)	9	42	东北电力大学	2
15	华中科技大学	8	42	广东工业大学	2
15	太原理工大学	8	42	哈尔滨理工大学	2
17	上海交通大学	7	42	合肥工业大学	2
18	北京工业大学	6	42	湖南工业大学	2
18	北京理工大学	6	42	集美大学	2
20	东北大学	5	42	江南大学	2
20	南京理工大学	5	42	解放军后勤工程学院	2
20	上海大学	5	42	南京林业大学	2
20	四川大学	5	42	青岛科技大学	2
20	同济大学	5	42	沈阳工程学院	2
20	中国石油大学(华东)	5	42	沈阳化工学院	2
26	北京科技大学	4	42	天津科技大学	2
26	河北工业大学	4	42	武汉工程大学	2
26	江苏工业学院	4	42	厦门大学	2
26	南京航空航天大学	4	42	浙江工商大学	2
26	上海理工大学	4	42	中国海洋大学	2
26	浙江理工大学	4	42	中国科学院广州化学研究所	2

发表1篇文章的单位有：北京工商大学，北京市环境保护科学研究所，长沙理工大学，成都信息工程学院，重庆科技学院，重庆理工大学，大连工业大学，德州学院，防化研究院，福建农林大学，光明乳业股份有限公司，广东药学院，广西师范大学，广州大学，桂林工学院，海军工程大学，河海大学，黑龙江科技学院，湖南工程学院，湖南科技大学，湖南省化工职业技术学院，华北电力大学，华南师范大学，华侨大学，济南大学，暨南大学，嘉兴学院，江苏大学，江苏技术师范学院，辽宁工业大学，煤炭科学研究总院沈阳研究院，南华大学，南京大学，南京师范大学，南开大学，宁波工程学院，齐齐哈尔大学，三明学院，山西大学，陕西科技大学，上海应用技术学院，深圳大学，沈阳师范大学，石河子大学，石家庄铁道学院，太原工业学院，天津工业大学，五邑大学，武汉工业学院，西安石油大学，西北大学，西北工业大学，西南大学，西南石油大学，徐州师范大学，燕山大学，扬州大学，浙江科技学院，浙江师范大学，中国地质大学，中国工程物理研究院核物理与化学研究所，中国环境科学研究院，中国科学院成都有机化学研究所，中国科学院工程热物理研究所，中国科学院山西煤炭化学研究所，中国矿业大学(北京)，中国农业科学院研究生院，中国石化上海石油化工研究院，中国石化石油化工科学研究院，中南大学，中南民族大学，中山大学。