

第二章：控制系统的数学模型

§ 2.1 引言

• 系统数学模型—描述系统输入、输出及系统内部变量之间关系的数学表达式。

- 建模方法 $\left\{ \begin{array}{l} \text{机理分析法} \\ \text{实验法 (辨识法)} \end{array} \right.$
- 本章所讲的模型形式 $\left\{ \begin{array}{l} \text{时域: 微分方程} \\ \text{复域: 传递函数} \end{array} \right.$

§ 2.2 控制系统时域数学模型

1、 线性元部件、系统微分方程的建立

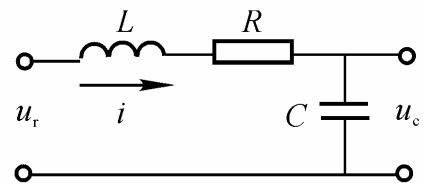
(1) L-R-C 网络

$$u_r = L \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot R + u_c$$

$$\downarrow i = C \cdot u_c'$$

$$= L \cdot C \cdot u_c'' + R \cdot C \cdot u_c' + u_c$$

$$\therefore u_c'' + \frac{R}{L} u_c' + \frac{1}{LC} u_c = \frac{1}{LC} u_r \quad \text{—— 2 阶线性定常微分方程}$$



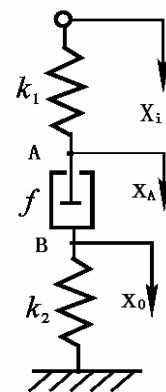
(2) 弹簧—阻尼器机械位移系统

分析 A、B 点受力情况

$$\begin{array}{ccc} \downarrow k_1(x_i - x_A) & & \downarrow f(\dot{x}_A - \dot{x}_0) \\ \uparrow f(\dot{x}_A - \dot{x}_0) & & \uparrow k_2 x_0 \end{array}$$

$$\therefore k_1(x_i - x_A) = f(\dot{x}_A - \dot{x}_0) = k_2 x_0$$

$$\text{由 } k_1(x_i - x_A) = k_1 x_A$$



解出 $x_A = x_i - \frac{k_2}{k_1} x_0$

代入 B 等式: $f(\dot{x}_1 - \frac{k_2}{k_1} \dot{x}_0 - \dot{x}_0) = k_2 x_0$

$$f \cdot \dot{x}_1 = f(1 + \frac{k_2}{k_1}) \dot{x}_0 + k_2 x_0$$

得: $f(k_1 + k_2) \dot{x}_0 + k_1 k_2 x_0 = f k_1 \dot{x}_1$ —— 一阶线性定常微分方程

(3) 电枢控制式直流电动机

电枢回路: $u_a = R \cdot i + E_b$ ---- 克希霍夫

电枢及电势: $E_b = C_e \cdot \omega_m$ ---- 楞次

电磁力矩: $M_m = C_m \cdot i$ ---- 安培

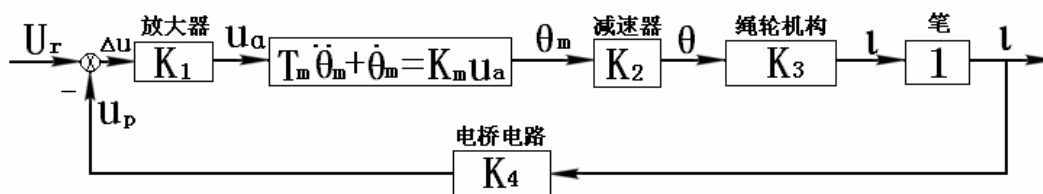
力矩方程: $J_m \cdot \dot{\omega}_m + f_m \omega_m = M_m$ ---- 牛

顿

变量关系: $u_a \begin{cases} i \\ E_b \end{cases} \omega_m$

消去中间变量有:

$$T_m \dot{\omega}_m + \omega_m = k_m u_a \quad \left\{ \begin{array}{l} = [\cdot +] \\ = [\cdot +] \end{array} \right.$$



ERROR: rangecheck
OFFENDING COMMAND: string

STACK:

66038
33018
32512
33019