

文章编号: 1000-6788(2009)12-0073-07

全面风险管理体系中的风险整合问题

高志强, 张梦琳

(南开大学 风险管理与保险学系, 天津 300071)

摘要 假设风险满足一定条件, 利用 Copula 和蒙特卡洛模拟方法对边际分布的选择和边际分布间的尾部相关关系两个方面进行分析, 并得出结论: 第一, 在一定条件下, 边际分布的选择并不影响对总风险的估计; 第二, 相关系数模型可能因为边际分布间的尾部相关关系而低估总风险. 在此基础上, 提出了尾部相关系数的概念, 得出了修正的相关系数模型.

关键词 全面风险管理 (ERM); 风险整合; 相关系数模型; 边际分布; 尾部相关性

中图分类号 F840

文献标志码 A

Risk aggregation in ERM system

GAO Zhi-qiang, ZHANG Meng-lin

(Department of Risk Management & Insurance, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract Copula is not an efficient tool for risk aggregation. Correlation coefficient model is an important method in the area of risk aggregation. But it is criticized for ignoring the marginal distributions and not capturing the tail correlation between risks. Based on some assumptions, this paper does research on these two subjects with copula and Monte Carlo. It concludes: first, under certain conditions, the choice of marginal distributions does not affect the estimation of the total risk; second, correlation coefficient model may underestimate the total risk if the marginal distributions are tail correlated. At last, this paper defines the concept of tail correlation coefficient and modifies the risk aggregation model.

Keywords enterprise risk management; risk aggregation; correlation coefficient model; marginal distribution; tail correlation

1 引言

全面风险管理 (ERM) 是一个新兴的研究领域, 近年来在金融业、保险业得到了广泛的重视和深入的研究. 随着 ERM 的推行, 风险整合成为一个研究的焦点.

Embrechts 等^[1]最早将 Copula 方法引入金融风险整合, Li^[2]将该方法应用于信用风险管理中. 此后, 包括 Glasserman^[3]在内的很多研究人员进一步发展了 Copula 在风险整合中的应用. 国内方面, 近些年也出现了很多以 Copula 为工具对风险间相关性及风险整合进行的研究. 韦艳华等^[4-5]从理论上探讨了 Copula 在金融风险管理方面的应用, 并研究了 Copula 方法在金融风险分析上的应用. 吴振翔等^[6-7]研究了 Copula-GARCH 模型在投资组合风险分析中的应用. 史道济^[8-9]等在此领域作出了较多研究, 不但从理论上探讨了

收稿日期: 2008-04-30

资助项目: 教育部人文社会科学项目 (07JA790055)

作者简介: 高志强 (1982-), 男, 河北徐水县人, 博士研究生, 研究方向为风险管理, E-mail: nkgaozq@gmail.com; 张梦琳 (1984-), 女, 天津人, 硕士研究生, 研究方向为保险精算.

Copula 的使用方法, 还利用 Copula 方法对我国金融市场的风险相关性及风险整合问题进行了研究.

随着研究的不断深入, 有些研究人员对 Copula 在风险整合方面的应用也提出了不同看法. Mikosch^[10] 认为 Copula 方法只是一种理论研究的工具, 实用性很差, 不适合应用于风险整合问题. 与此同时, Kuritzkes 等^[11] 在风险呈联合正态分布的假设条件下得到了总风险的计算公式, 即相关系数模型. Joshua 等^[12] 使用 VaR 作为风险度量指标对 Copula 及其他几种风险整合方法进行了比较, 认为相关系数模型是对 Copula 方法很好的近似. Manistre 等^[13] 经过研究认为, 多数情况下, 相关系数模型是对总风险很好的估计方法. 相关系数模型提出以后, 成为估计总风险的重要方法. 但是, 目前对相关系数模型的研究并没有解决以下问题: 该模型对真实的总风险的估计效果怎样? 该模型是否会低估总风险以及在什么情况下会低估总风险?

本文应用 Copula 的知识和蒙特卡洛模拟方法进行研究, 并得出结论: 在风险间尾部相关性比较明显时, 相关系数模型会低估总风险. 在此基础上, 本文提出尾部相关系数的概念, 得出了修正的风险整合模型, 对实践中的风险整合问题具有一定意义.

2 Copula 与风险整合模型比较

2.1 基本模型

假设某金融机构面临 n 种风险, 对应的损失分别为 X_1, \dots, X_n , 则金融机构的总损失为 $\sum_{i=1}^n X_i$. 本文使用的风险度量指标是条件尾部期望 (Conditional tail expectation, CTE). CTE 表示的是在一定概率水平下, 最坏情况发生时的平均损失. 设损失为 L , 概率水平为 α , 则:

$$\text{VaR}_\alpha(L) = \min \{Q : P[L \leq Q] \geq \alpha\} \quad (1)$$

$$\text{CTE}_\alpha = E[L | L > \text{VaR}_\alpha] \quad (2)$$

Artzner^[14] 证明 CTE 是满足一致性的风险度量指标. 下文采用的风险度量指标均为概率水平为 99% 下的 CTE 值. 这一风险度量指标也被其他国家所广泛选用, 如加拿大保险偿付能力体系和瑞士保险偿付能力体系等. 在风险整合问题中, 一般假设单一风险的大小已经确定, 分别为 c_1, \dots, c_n , 现在需要计算金融机构总的风险 C .

2.2 Copula 方法

在每种风险的损失分布可估计的情况下, 如果能够得到总损失的分布, 就可以准确的计算总风险. 目前, 很多研究使用 Copula 方法估计损失的联合分布. Copula 的优点在于将边际分布与分布间的相关性分开考虑, 为研究总损失的分布提供了一个有力的工具.

Copula 的基本理论是, 任何 n 个连续分布的随机变量的联合分布, 都可以用一个唯一的 Copula 方程来表示, 即:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F(x_1), F(x_2), \dots, F(x_n)) \quad (3)$$

其中, $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$ 是一个 Copula 方程, u_i 服从 $[0, 1]$ 的均匀分布. 在不改变边际分布的情况下, 使用不同的 Copula 方程, 就给边际分布赋予了不同的相关关系.

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = F(F^{-1}(u_1), \dots, F^{-1}(u_n), \rho) \quad (4)$$

式 (4) 是一个正态 Copula, ρ 代表风险间的相关系数.

$$C(u_1, \dots, u_n) = t_{v,R}(t_v^{-1}(u_1), \dots, t_v^{-1}(u_n)) \quad (5)$$

式 (5) 是一个 t -Copula, v 表示自由度.

这种方法的优点在于能够得到总损失的分布, 有助于对总损失的理解. 但是, 本文认为, 目前情况下, Copula 方法并不能很好的解决风险整合的问题, 原因有以下三点: 第一, 当前, 在如何选择和检验 Copula 的问题上仍然缺乏科学的标准. 也就是说, Copula 的使用主观性非常强, 而选择不同的 Copula 对总风险的影响非常大. 第二, 使用 Copula 的过程中, 既要选择 Copula 方程, 又要估计 Copula 方程的参数. 过于复杂的模型会增加估计的误差, 影响最终结果的准确性. 第三, 当风险个数比较多, 也就是边际分布的维数比较高

时, Copula 的计算非常复杂, 处理起来极为困难, 极大的限制了 Copula 的使用. 对 Copula 持反对观点的学者称其为“皇帝的新装”^[10].

2.3 风险整合模型

与 Copula 方法对应的是风险整合模型, 其基本思路是通过一个简单的公式对总风险进行估计, 即 $C = C(c_1, \dots, c_n)$. 目前, 最主要的风险整合模型是相关系数模型, 即:

$$C = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{ij} c_i c_j} \quad (6)$$

式(6)中, ρ_{ij} 表示 X_i 与 X_j 的相关系数. 相关系数模型是在所有损失呈联合正态分布的假设下得出的结果. Manistre^[13] 证明, 如果损失的联合分布是 t 分布, 该模型也是准确的计算总风险的公式. 其他情况下, 相关系数模型是对总风险的近似估计.

如果假设 $i \neq j$ 时 $\rho_{ij} = 1$, 可以得到:

$$C = c_1 + c_2 + \dots + c_n \quad (7)$$

此时, 假设风险间是完全相关的, 不存在风险分散效应. 巴塞尔协议和标准普尔公司都采用该风险整合模型. 现实中风险间不会是完全相关的, 因此这个假设过于保守, 造成的结果是会高估金融机构的风险, 对金融机构的资本要求高于实际风险水平, 从而增加金融机构的资本持有成本.

如果假设 $i \neq j$ 时 $\rho_{ij} = 0$, 可以得到:

$$C = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2} \quad (8)$$

此时, 假设风险间是完全独立的, 存在风险分散效应. 美国保险业的 RBC 监管模式和 A. M. Best 公司都采用该风险整合模型. 但是, 风险间完全独立的假设过于宽松, 在现实中难以成立. 其导致的结果是低估金融机构的风险, 对金融机构的资本要求低于实际的风险水平, 从而增加金融机构的经营风险.

相关系数模型的优点在于形式明了、计算简单, 并且在此基础上可以计算单一风险对总风险的贡献比例. 相关系数模型也因为过于简单而被批评: 第一, 没有反应边际分布的特点和性质, 如果选用具有肥尾特征的边际分布, 该模型会低估风险. 第二, 没有考虑损失间尾部相关性, 因而低估了多个极值损失同时出现的概率, 进而低估总风险. 相关系数模型形式简单、计算容易, 在实践中使用非常方便. 如果能证明它不存在上述两个缺点, 或者对它进行适用的修正能克服上述缺点, 将具有重要的实践意义. 因此, 下文将主要研究边际分布与风险间相关性对总风险的影响, 进而探讨相关系数模型对真实的总风险的近似程度. 在此基础上, 提出修正的相关系数模型.

3 边际分布对总风险的影响

3.1 边际分布的尾部特征

两个随机变量 X, Y , 分布函数分布为 F_1, F_2 , 对应的生存函数分布为 \bar{F}_1 和 \bar{F}_2 . 如果满足:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \bar{F}_1(z) / \bar{F}_2(z) = 0 \quad (9)$$

X 的分布相对 Y 的分布就是瘦尾; 相反, 如果满足:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \bar{F}_1(z) / \bar{F}_2(z) = \infty \quad (10)$$

X 的分布相对 Y 的分布就是肥尾. 瘦尾的分布包括正态分布、自由度高的 t 分布等, 肥尾的分布包括 Pareto 分布、自由度低的 t 分布等. 一般理论认为, 瘦尾分布会低估极值损失出现的概率, 可能会低估风险. 但是, 不能认为瘦尾分布的损失就一定比肥尾分布的损失风险小. 某瘦尾分布损失的 CTE 可能比某肥尾分布损失的 CTE 还大, 即风险更高. 因此, 瘦尾分布是不是会低估风险要视实际情况而定. 下面通过几个例子来说明这个问题.

3.2 实例分析

假设某金融机构面临四种风险, 分布为风险一、风险二、风险三和风险四. 四种风险对应的 CTE 分布为 4、2.5、2 和 1.5, 风险间的相关系数如表 1 所示.

利用相关系数模型,可以得到总风险为 6.6,小于四种风险之和 10,可见相关系数模型考虑了风险间存在的风险分散效应.现在假设四种风险间真实的相关关系是正态 Copula,以下对真实的边际分布进行不同的假设,以比较边际分布的选择对总风险的影响.下文选用的边际分布均为两参数分布,在期望为 0、CTE 确定的情况下,两个参数都可以被确定¹.由于多维 Copula 的计算极为复杂,直接计算总损失的 CTE 是不现实的.下文对总风险的计算都基于蒙特卡洛模拟方法,在一定的 Copula 下,首先模拟 50000 组边际分布的值,进而可以得到 50000 个总损失值,500 个最大的总损失值的平均值即为总风险大小.为降低模拟过程产生的误差,将上述过程反复进行 100 次,将 100 次模拟结果的平均值记为最终总风险.

方案一 假设四种损失的真实分布都是正态分布,在正态 Copula 的情况下,四种损失的联合分布也是正态分布.通过计算,得到总风险为 6.6,和相关系数模型的计算结果一致.这个结果也证明了当损失的联合分布是正态分布时,相关系数模型是准确的计算总风险的公式.

方案二 正态分布属于瘦尾分布,现在选择肥尾的边际分布.由于 t 分布的尾部特征比较灵活,会根据自由度不同而变化,这里选择 t 分布作为边际分布.当自由度较大时, t 分布趋近于正态分布,具有瘦尾特征;随着自由度降低, t 分布的尾部逐渐变肥;当自由度较小时, t 分布会有明显的肥尾特征.在不同的 t 分布下,计算出来的总风险如表 2 所示.

表 1 四种风险间的相关系数

	风险一	风险二	风险三	风险四
风险一	1	0.4	0.2	0.2
风险二	0.4	1	0	0.2
风险三	0.4	0	1	0
风险四	0.2	0.2	0	1

表 2 不同 t 分布下的总风险

	风险一	风险二	风险三	风险四	总风险
情况一	$v=100$	$v=100$	$v=100$	$v=100$	6.57
情况二	$v=20$	$v=10$	$v=10$	$v=4$	6.25
情况三	$v=4$	$v=10$	$v=10$	$v=20$	6.23
情况四	$v=4$	$v=4$	$v=4$	$v=4$	5.95

表 2 中的结果显示,随着边际分布的尾部逐渐变肥,总风险居然逐渐减小.在第一种情况下,四个 t 分布的自由度都是 100,此时的 t 分布基本趋近于正态分布,因此总风险也趋近于 6.6.在第二种情况下,四个边际分布的自由度明显下降,风险四的损失分布具有很明显的肥尾特征,此时总风险下降为 6.25.第三情况下,风险二和风险三的损失分布没有变化,风险一与风险四的损失分布互换.需要注意的是,风险一的 CTE 为 4,而风险四的 CTE 为 1.5.情况三的作法相当于将比重大的风险换成了肥尾分布,结果是总风险继续下降为 6.23.第四种情况下,四种风险的损失分布采用更加肥尾的自由度为 4 的 t 分布,此时总风险降低到 5.95.

3.3 解释与结论

对于改变边际分布后总风险下降的原因,Manistre^[13]认为是当边际分布的选择与 Copula 不同时,模型会失去一定的对称性.这种观点只能解释当边际分布不是正态分布时,总风险会发生变化,但是不能解释总风险变化同边际分布变化的关系.为更好的理解表 2 中出现的结果,本文对边际分布的尾部特征进行研究.

图 1 是自由度分别为 4、10、20 和 100 的 t 分布的尾部图形.从图中可以看出自由度低的 t 分布具有明显的肥尾特征.通过计算,四种 t 分布的交点的横坐标大概为 1.65,四种损失大于 1.65 的概率分布为 8.7%、6.5%、5.7% 和 5.1%.即,在概率水平为 99% 的情况下,自由度为 4 的 t 分布的肥尾特征非常明显.

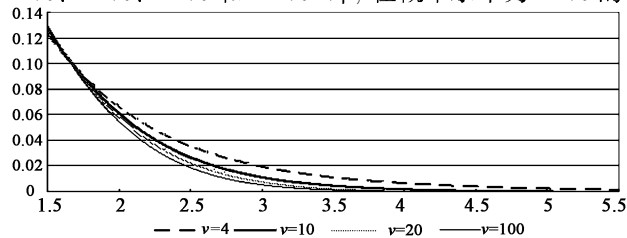
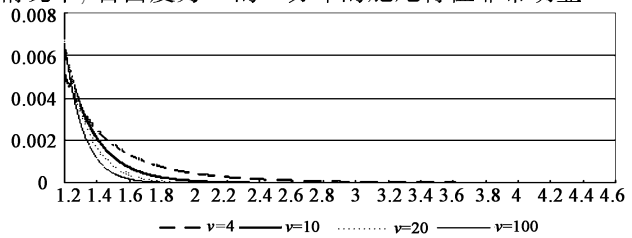
图 1 标准 t 分布的尾部分布图 2 CTE 等于 1 的 t 分布的尾部特征

图 2 是 CTE 等于 1 的四种 t 分布的尾部特征,从图中可以看到,自由度低的 t 分布仍然具有肥尾特征.但进一步分析,四条曲线交点的横坐标大致为 1.3,四种损失大于 1.3 的概率分别为 0.2%、0.07%、0.05% 和 0.03%.也就是说,在概率水平不足 0.2% 的情况下,自由度为 4 的 t 分布的尾部才可能肥于其他三种 t 分布.

根据图 1、图 2 的分析,不难得出结论,当损失分布的 CTE 固定时,具有肥尾特征的分布曲线会被挤压,

1. 在金融风险中,损失期望为 0 是比较常见的情况.即使损失期望不为 0,也可以通过 $[X - E(X)]$ 的处理,使得处理后的损失期望为 0.

其尾部出现极值的概率减小, 也就是尾部变细. 在 99% 到 99.8% 之间的概率下, 肥尾分布的尾部比本来瘦尾分布的尾部还要瘦. 也就是说, 在这个概率区间内, 肥尾分布与瘦尾分布的尾部特征是相反的. 而在 99% 的概率水平下, 影响总损失 CTE 的恰恰是处于 99% 到 99.8% 之间部分的损失值. 因此, 当边际分布选择肥尾分布时, 出现总风险下降的现象也就合情合理了. 有兴趣的读者可以证明, 当边际分布选择其他厚尾分布, 如正态分布或 Pareto 分布时, 总风险仍然不超过 6.6.

此时, 可以得出结论, 在边际分布的 CTE 固定的条件下, 边际分布的选择并不会影响最终的总风险. 也就是说, 相关系数模型不会因为考虑边际分布的尾部特征而低估总风险.

4 尾部相关性对总风险的影响

4.1 上尾相关

风险管理理论中, 风险间相关性尤其是尾部相关性是影响总风险的重要因素.

$$\lambda = \lim_{u \rightarrow 1} P(X > F_X^{-1}(u) | Y > F_Y^{-1}(u)) \quad (11)$$

式 (11) 用来计算两种损失间的尾部是否相关, 如果 $\lambda = 0$, 两种损失是上尾独立的; 如果 $\lambda \neq 0$, 两种损失是上尾相关的. 尾部相关性概念的重要意义在于, 在风险管理中, 损失分布的尾部值对总风险的影响非常大, 而相关系数只能描述两个随机变量间整体的相关关系, 而不能反应出其尾部的相关关系. 在两种损失的相关系数确定的条件下, 尾部的相关关系可以是多种多样的.

损失间尾部是否相关, 一方面取决于相关系数, 另一方面取决于 Copula 的选择. 在正态 Copula 的情况下, 如果损失间相关系数不是 1, 则损失间是上尾独立的. 在上文的例子中, 损失间的相关系数明显不为 1, 而选用的 Copula 均为正态 Copula. 此时, 可以初步推断, 正态 Copula 的假设忽略了损失间可能存在的尾部相关性, 因而低估风险.

4.2 案例分析

继续使用上文中的例子, 某金融机构有四种风险, 损失分布均为正态分布, 对应的 CTE 分布为 4、2.5、2 和 1.5. 假设损失间真实的相关关系不是正态 Copula, 而是 t -Copula². 仍然采用蒙特卡洛模拟方法, 每次模拟 50000 组损失数据, 反复模拟 100 次, 计算总风险的平均值. 计算结果如表 3.

随着损失间尾部相关性的增强, 总风险逐渐增加. 当 t -Copula 的自由度为 100 时, t -Copula 趋近于正态 Copula, 此时的总风险略高于 6.6. 随着 t -Copula 自由度不断降低, 损失间尾部相关性不断增强, 总风险也明显高于 6.6. 可见, 当损失间具有尾部相关性时, 相关系数模型会低估风险, 低估的比例如表 3 所示.

在以上结论的基础上, 一个有趣的问题是, 如果损失间相关系数矩阵发生变化, 会产生怎样的结果? 对此, 本文继续对原案例进行调整. 四种风险, 损失分布均为正态分布, 对应的 CTE 分布为 4、2.5、2 和 1.5. 四种风险间高度相关, 相关系数如表 4. 在表 4 的假设条件下, 如果选用正态 Copula, 计算得到总风险为 9.22. 而利用相关系数模型计算得到的总风险为 9.22, 与正态 Copula 下的计算结果一致. 现在变正态 Copula 为 t -Copula, 可以得到结果如表 5 所示.

从表 5 中的数据可知, 当损失间相关系数增加后, 总风险也随着增加. 同上文分析结果相同, 相关系数模型仍然低估了总风险. 但是, 需要注意的是, 相关系数增加后, 相关系数模型低估总风险的比例降低了. 也就是说, 损失间相关系数越大, 相关系数模型对总风险的低估程度就越低.

表 3 不同 t -Copula 下的总风险

Copula 自由度	100	20	10	4
总风险	6.64	6.76	6.91	7.23
低估比例 (%)	0.6	2.37	4.49	8.71

表 4 四种风险间的相关系数

	风险一	风险二	风险三	风险四
风险一	1	0.9	0.7	0.8
风险二	0.9	1	0.7	0.8
风险三	0.7	0.7	1	0.8
风险四	0.8	0.8	0.8	1

表 5 改变相关系数后 t -Copula 下的总风险

Copula 自由度	100	20	10	4
总风险	9.24	9.32	9.34	9.46
低估比例 (%)	0.22	1.07	1.28	2.54

4.3 解释与结论

对上述结果的解释是, 某些情况下, 当极端的外部条件发生时, 所有风险趋向于同时出现非正常的重大损失, 也就是说损失的尾部相关性会强于损失的平均相关性. 而相关系数模型只反应损失间的平均相关性, 不能反应损失间尾部相关性, 因此会低估风险. 当损失间实际的尾部相关性比较强时, 如果两种损失的平均相关性

2. 在 t -Copula 下, 损失间尾部相关性随 t -Copula 自由度的降低而增强.

比较小,说明平均相关性在很大程度上拉低了尾部相关性,对尾部相关性的低估就会很明显,相关系数模型低估总风险的比例就比较高;如果两种损失的平均相关性本身就比较大,说明损失间不仅尾部相关性比较强,各区间的损失相关性都比较强,平均相关性对尾部相关性的拉低效果就不明显,平均相关性对尾部相关性的低估的程度也会比较弱,相关系数模型低估总风险的比例就比较低。

现在通过一个简单的例子证明以上的分析:计算二维 Copula 时不同相关系数下的 $P(X > F_X^{-1}(u) | Y > F_Y^{-1}(u))$, 结果如表 6。通过表 6 中的数据可知,当损失间相关系数变大时,虽然正态 Copula 下边际分布的尾部相关性仍然趋于 0,但是趋于 0 的速度逐渐变缓,也就是说,相关系数变大时,正态 Copula 的边际分布

表 6 不同相关系数与不同概率下的 P 值

	$\rho = 0$	$\rho = 0.2$	$\rho = 0.4$	$\rho = 0.7$	$\rho = 0.9$
$u=0.9$	0.1	0.17	0.27	0.47	0.69
$u=0.99$	0.01	0.03	0.09	0.27	0.54
$u=0.999$	0	0.01	0.03	0.16	0.44
$u=0.9995$	0	0	0.02	0.14	0.41

的尾部在一定的区间内也具有了相关性,因此对尾部相关性的低估会逐渐变小,对总风险的低估也会变小。

此时的结论是,如果损失间具有较强的尾部相关性,相关系数模型会低估总风险,造成金融机构资本准备不足,进而造成金融机构应对极端风险的能力不足。但是,这种低估的程度会随风险间相关系数增大而减弱。

5 修正的相关系数模型

通过上文的分析,我们可以初步得出结论:在每种风险大小确定的情况下,相关系数模型不会因为边际分布的选择而低估总风险,是对总风险比较好的估计。但是,当损失间具有比较明显的尾部相关性时,相关系数模型会低估总风险,造成金融机构资本准备不充分。也就是说,对相关系数模型的两点批评中,第一点不成立,第二点成立。

对相关系数模型进行修正的一个基本思路是以更保守的系数来代替原来的相关系数。Wang 提出以相关系数的置信区间的上限来代替相关系数^[15]。但是,这种方法只适用于小样本量,当样本量比较大时,这种方法的效果并不明显。本文提出的一个方法是用损失间尾部的相关系数来表示尾部的相关关系,并用其替代损失间的平均相关系数,以修正相关系数模型。设两个损失分布为 X 和 Y , 其尾部相关系数表示为:

$$\bar{\rho}_{XY} = \frac{\text{cov}(X, Y | X > \text{VaR}_\alpha(X), Y > \text{VaR}_\alpha(Y))}{\sqrt{\text{Var}(X | X > \text{VaR}_\alpha(X))} \sqrt{\text{Var}(Y | Y > \text{VaR}_\alpha(Y))}} \quad (12)$$

本文认为,当风险度量指标选用概率水平为 99% 的 CTE 时,式 (12) 中 α 选择 95% 是比较合适的。

但是,并不是所有损失间都具有显著的尾部相关性。也就是说,损失间尾部相关系数并不一定总是大于平均相关系数。当损失间的平均相关系数大于尾部相关系数时,说明平均相关系数并没有低估尾部相关性,相关系数模型是对总风险很好的估计。当损失间的平均相关系数小于尾部相关系数时,说明平均相关系数低估了尾部相关性,相关系数模型会比较明显的低估总风险。下面以两个例子说明这一结论:

例一,假设现在有三种资产,第一种资产将 100 元投资于上证综指,第二种资产将 100 元投资于深证成指,第三种资产将 100 元投资于上证综指、100 元投资于深证成指,计算三种资产的投资风险,即每种资产一天损失的 CTE。首先对上证综指和深证成指的收益数据进行分析,本文选择了 2000 年 1 月 4 日到 2008 年 6 月 17 日之间每天的上证综指和深证成指。将数据进行简单整理后,共得到 1990 组数据,数据间的相关系数为 0.935。利用历史数据估计的结果为:第一种资产一天损失的 CTE 为 3.805,第二种资产一天损失的 CTE 为 4.058,第三种资产一天损失的 CTE 为 7.753。现在主要考虑第三种资产的风险,如果利用相关系数模型,得到的总风险为 7.734,低估总风险的比例只有 0.25%。此时,该结果是对真实总风险很好的估计。利用式 (12) 的方法,计算两种风险的尾部相关系数,得到的结果是 0.853,小于 0.935。如果利用尾部相关系数计算第三种资产的总风险,得到的结果是 7.568。这一结果符合上文的分析,上证指数与深成指间的相关系数为 0.935,接近于 1,说明二者之间具有很强的相关性。两种风险的平均相关性强于尾部相关性,因此不存在平均相关性对尾部相关性的拉低效应。此时,相关系数模型是对总风险很好的估计。

例二,假设某金融机构有两种风险,对应的损失分布都是正态分布,CTE 分别为 4 和 2.5,损失间相关系数矩阵为单位矩阵,损失间的相关关系表示为自由度为 3 的 t-Copula。从条件可知,两种损失是相关独立的(相关系数为 0),但是损失间存在明显的尾部相关关系。首先进行蒙特卡洛模拟,每次模拟 50000 组数据,反复模拟 100 次。模拟结果表明,真实的总风险为 5.32。然后使用相关系数模型,计算得到的总风险为 4.72。可见,相关系数模型很明显的低估了总风险。如果利用尾部相关系数代替总体相关系数,就会得到不同的结果。

100 次模拟下, 两种损失相关系数的平均值为 0, 符合假设条件, 两种损失的尾部相关系数的平均值为 0.38, 用此系数计算得到的总风险为 5.46. 此时, 使用尾部相关系数得到的总风险是对真实总风险很好的估计.

综上所述, 风险整合模型的修正方法为: 当损失间相关系数大于尾部相关系数时, 采用原相关系数模型; 当损失间相关系数小于尾部相关系数时, 用尾部相关系数代替相关系数.

$$C = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{ij}^* c_i c_j} \quad (13)$$

其中, $\rho_{ij}^* = \max(\rho_{ij}, \bar{\rho}_{ij})$.

6 结束语

实践中, 风险间真实的相关关系很难通过 Copula 模拟, 使用 Copula 进行风险整合的可行性比较差. 这种情况下, 风险整合模型就显得非常重要. 相关系数模型是对总风险的近似估计, 尽管它没有考虑边际分布的尾部特征, 但是并不会因为边际分布的不同选择而低估总风险. 但是, 传统的相关系数模型可能会因为风险间具有的尾部相关关系而低估总风险. 尤其是当风险间的尾部相关性高于平均相关性时, 相关系数模型会比较明显的低估总风险. 使用修正的风险整合模型可以有效改进这一问题, 得到对总风险的良好估计结果.

参考文献

- [1] Embrechts P, McNeil A J, Straumann D. Correlation: pitfalls and alternatives[J]. Risk, 1999, 12(1): 69–71.
- [2] Li D X. On default correlation: A Copula function approach[J]. Journal of Fixed Income, 2000, 9(4): 43–54.
- [3] Glasserman P, Heidelberger P, Shahabuddin P. Portfolio value-at-risk with heavy-tailed risk factors[J]. Mathematical Finance, 2002, 12(3): 239–270.
- [4] 韦艳华, 张世英, 孟利锋. Copula 理论在金融上的应用 [J]. 西北农林科技大学学报: 社会科学版, 2003, 3(5): 97–101.
Wei Y H, Zhang S Y, Meng L F. Application of Copula method in finance[J]. Journal of Northwest Sci-Tech University of Agriculture and Forestry: Social Science, 2003, 3(5): 97–101.
- [5] 韦艳华, 张世英. 金融市场动态相关结构的研究 [J]. 系统工程学报, 2004, 21(3): 313–317.
Wei Y H, Zhang S Y. Research on dynamic dependence structure in financial market[J]. Journal of Systems Engineering, 2004, 21(3): 313–317.
- [6] 吴振翔, 叶五一, 缪柏其. 基于 Copula-GARCH 的投资组合风险分析 [J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(3): 45–52.
Wu Z X, Ye W Y, Miao B Q. Analysis of portfolio risks on the basis of Copula-GARCH[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2006, 26(3): 45–52.
- [7] 叶五一, 缪柏其, 吴振翔. 基于 Copula 方法的条件 VaR 估计 [J]. 中国科学技术大学学报, 2006, 36(9): 917–922.
Ye W Y, Miao B Q, Wu Z X. Conditional VaR estimation with Copula method[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2006, 36(9): 917–922.
- [8] 史道济, 关静. 沪深股市风险的相关性分析 [J]. 统计研究, 2003(10): 45–48.
Shi D J, Guan J. Analysis on the risk correlation between Shanghai stock market and Shenzhen stock market[J]. Statistical Research, 2003(10): 45–48.
- [9] 史道济, 王爱莉. 相关风险函数 VaR 的界 [J]. 系统工程, 2004, 22(9): 42–45.
Shi D J, Wang A L. The bond of correlated risk function VaR[J]. Systems Engineering, 2004, 22(9): 42–45.
- [10] Mikosch T. Copulas: Tales and facts[J]. Extremes, 2006, 9(1): 3–20.
- [11] Kuritzkes A, Schuermann T, Weiner S M. Brookings-Wharton papers in financial services[C]//Washington, DC: Brookings Institution Press, 2003: 141–194.
- [12] Rosenberg J V, Schuermann T. A general approach to integrated risk management with skewed, fat-tailed risks[J]. Journal of Financial Economics, 2006, 79(3): 569–614.
- [13] John Manistre B. A practical concept of tail correlation[EB/OL]. <http://www.ermssymposium.org/2008/concurrent.php>, 2008-10-18.
- [14] Artzner P, Delbaen F, Eber J M, et al. Coherent measures of risk[J]. Mathematical Finance, 1999, 9(3): 203–228.
- [15] Wang S. Risk-adjusted correlation and tail correlation in economic capital calculations[EB/OL]. http://www.ermssymposium.org/2007/pdf/handouts/R/R4_wang.pdf, 2008-10-16.