

# 带多层融合结构的广义系统 Kalman 融合器

高媛<sup>1</sup> 李怀敏<sup>1</sup> 邓自立<sup>1</sup>

**摘要** 对带多传感器的线性离散随机广义系统,用奇异值分解将其化为两个降阶耦合子系统,应用现代时间序列分析方法,基于自回归滑动平均(Autoregressive moving average, ARMA)新息模型和白噪声估计理论,提出了带三层融合结构的分布式稳态 Kalman 融合器,它由两个加权融合器和两个复合融合器组成.第一层给出子系统状态融合器,实现了每个子系统分量解耦融合;第二层给出变换后状态融合器,实现了两个子系统的解耦融合;第三层给出原始状态融合器,它可统一处理状态融合滤波、平滑和预报问题.为计算最优加权阵,给出了计算局部估计误差互协方差阵公式,证明了它的精度比每个局部估值器精度高. Monte Carlo 的仿真实例说明了其有效性.

**关键词** 多传感器信息融合, 广义系统, Kalman 滤波器, 多层融合, 解耦融合, 现代时间序列分析方法  
**中图分类号** 0211.64

## Kalman Fuser with Multi-layer Fusion Structure for Descriptor Systems

GAO Yuan<sup>1</sup> LI Huai-Min<sup>1</sup> DENG Zi-Li<sup>1</sup>

**Abstract** For the linear discrete stochastic descriptor system with multisensors, by using the singular value decomposition, it is transformed into two reduced order coupled subsystems. By the modern time series analysis method, based on the autoregressive moving average (ARMA) innovation model, and white noise estimation theory, a distributed steady-state Kalman fuser with a three-layer fusion structure is presented, which consists of two weighted fusers and two composite fusers. The first layer gives the state fusers of subsystems which realize a decoupled fusion of components for each subsystem. The second layer gives the transformed state fuser which realizes a decoupled fusion between two subsystems. The third layer gives the original state fuser. It can handle the fused filtering, smoothing, and prediction problems in a unified framework. In order to compute the optimal weights, the formulas of computing the cross-covariances among local estimation errors are presented. It is proved that its accuracy is higher than that of each local estimator. A Monte Carlo simulation example shows its effectiveness.

**Key words** Multisensor information fusion, descriptor system, Kalman filter, multi-layer fusion, decoupled fusion, modern time series analysis method

广义系统在机器人、电网络、经济系统、航空航天、复杂化工过程等领域有着重要应用背景,近年来尤其被人们关注.关于广义系统状态估计在国内外文献中已有一些报道<sup>[1-6]</sup>,但关于广义系统信息融合状态估计问题尚未解决.常规系统的信息融合 Kalman 滤波器已广泛应用于军事、制导、目标跟踪、GPS 定位等新兴高科技领域,成为备受关注的热门领域<sup>[7]</sup>.最优融合可分为集中式融合和分布式融合<sup>[7-8]</sup>.虽然通常分布式融合可获得次优状态估计,但其优点是可提高系统的可靠性和冗余性,便于

系统故障诊断和分离,便于并行处理,可减少计算负担.集中式融合的优点是可获得全局最优状态估计,但缺点是计算负担大.广义系统信息融合问题是一个新课题,目前报道很少<sup>[9-11]</sup>.文献[9-11]仅给出了用 Kalman 滤波方法求降阶广义 Kalman 状态估值器,尚未解决用现代时间序列分析方法<sup>[6]</sup>求广义系统 Kalman 状态估值器问题,且没有提出多层解耦融合.文献[11]用 Kalman 滤波方法仅解决了广义系统信息融合 Kalman 滤波问题,而没有解决信息融合 Kalman 平滑问题.本文利用奇异值分解<sup>[5]</sup>将广义系统化为两个降阶子系统,进而将多传感器广义系统信息融合状态估计问题转化为两个耦合的非广义子系统多传感器信息融合状态估计问题,并且将问题最终归结为计算子系统局部状态估计及误差方差阵和互协方差阵,应用现代时间序列方法<sup>[6]</sup>和白噪声估计理论<sup>[12]</sup>,提出了带多层融合结构的分布式信息融合降阶稳态 Kalman 状态估值器,可统一处理滤波、平滑、预报问题,实现了两个子系统的解耦融合估计和子系统状态分量的解耦融合估计.理论上证明了其精度高于每个局部估值器的精度,

收稿日期 2007-01-11 收修改稿日期 2007-06-18  
Received January 11, 2007; in revised form June 18, 2007  
国家自然科学基金(60374026),黑龙江省普通高等学校电子工程重点实验室科学技术研究项目(DZZD2006-16),黑龙江省教育厅科学技术研究项目(11521214)资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (60374026), Key Laboratory of Electronics Engineering, College of Heilongjiang Province (DZZD2006-16), Science and Technology Research Foundation of Heilongjiang Education Department (11521214)  
1. 黑龙江大学自动化系 哈尔滨 150080  
1. Department of Automation, Heilongjiang University, Harbin 150080  
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.00639

但同集中式融合 Kalman 估值器相比,它是全局次优的<sup>[7]</sup>.

## 1 问题阐述

考虑带多个传感器的线性离散定常广义随机系统

$$M\mathbf{x}(t+1) = \Phi\mathbf{x}(t) + \Gamma\mathbf{w}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_i(t) = H_i\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, L \quad (2)$$

其中, 状态  $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ , 第  $i$  个传感器输出 (观测)  $\mathbf{y}_i(t) \in \mathbf{R}^{m_i}$ , 输入噪声  $\mathbf{w}(t) \in \mathbf{R}^r$ , 观测噪声  $\mathbf{v}_i(t) \in \mathbf{R}^{m_i}$ .

假设 1.  $M$  为奇异方阵, 即  $\det M = 0$ .

假设 2. 系统是正则的, 即  $\det(zM - \Phi)$  不恒为零, 其中  $z$  为任意复数.

假设 3.  $\mathbf{w}(t) \in \mathbf{R}^r$  和  $\mathbf{v}_i(t) \in \mathbf{R}^{m_i}$  是零均值相关白噪声

$$\begin{aligned} & \mathbb{E} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{w}(t) \\ \mathbf{v}_i(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}^T(k), & \mathbf{v}_j^T(k) \end{bmatrix} \right\} = \\ & \begin{bmatrix} Q_w & S_j \\ S_i^T & R_i \delta_{ij} \end{bmatrix} \delta_{tk} \end{aligned} \quad (3)$$

假设 4. 每个传感器子系统是完全可观的, 即对任意复数  $z$ , 对  $i = 1, \dots, L$  有

$$\text{rank} \begin{bmatrix} zM - \Phi \\ H_i \end{bmatrix} = n, \quad \text{rank} \begin{bmatrix} M \\ H_i \end{bmatrix} = n \quad (4)$$

问题是基于观测  $(\mathbf{y}_i(t+N), \mathbf{y}_i(t+N-1), \dots)$  求状态  $\mathbf{x}(t)$  的局部稳态 Kalman 估值器  $\hat{\mathbf{x}}_i(t|t+N)$ ,  $i = 1, \dots, L$  及最优解耦融合稳态 Kalman 估值器  $\hat{\mathbf{x}}_0(t|t+N)$ . 对  $N = 0$ ,  $N > 0$  或  $N < 0$ , 分别称其为融合滤波器、平滑器或预报器.

## 2 局部稳态 Kalman 估值器与误差协方差阵

由假设 1 和假设 2, 设  $\text{rank} M = n_1$ ,  $n_1 < n$ , 则用奇异值分解<sup>[5]</sup>, 存在正交阵  $P, Q$  使

$$PMQ = \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Sigma = \text{diag}\{\sigma_1, \dots, \sigma_{n_1}\} \quad (5)$$

其中  $\sigma_i > 0$ ,  $i = 1, \dots, n_1$ . 引入分块表示

$$\begin{aligned} P\Phi Q &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad P\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} \\ H_i Q &= [H_{i1}, H_{i2}] \end{aligned} \quad (6)$$

定义变换后的状态为

$$\underline{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

且引入状态变换

$$\mathbf{x}(t) = Q\underline{\mathbf{x}}(t) \quad (8)$$

则原系统化为典型型

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t+1) \\ \mathbf{x}_2(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \times \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} \mathbf{w}(t) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mathbf{y}_i(t) = [H_{i1}, H_{i2}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \end{bmatrix} + \mathbf{v}_i(t) \quad (10)$$

其中,  $i = 1, \dots, L$ ,  $n = n_1 + n_2$ ,  $\mathbf{x}_1(t) \in \mathbf{R}^{n_1}$ ,  $\mathbf{x}_2(t) \in \mathbf{R}^{n_2}$ . 它可写成两个子系统

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(t+1) &= \Sigma^{-1}A_{11}\mathbf{x}_1(t) + \Sigma^{-1}A_{12}\mathbf{x}_2(t) + \\ & \Sigma^{-1}\Gamma_1\mathbf{w}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

$$0 = A_{21}\mathbf{x}_1(t) + A_{22}\mathbf{x}_2(t) + \Gamma_2\mathbf{w}(t) \quad (12)$$

$$\mathbf{y}_i(t) = H_{i1}\mathbf{x}_1(t) + H_{i2}\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{v}_i(t) \quad (13)$$

假设  $A_{22}$  非奇异, 则由子系统 (12) 可解出

$$\mathbf{x}_2(t) = -A_{22}^{-1}[A_{21}\mathbf{x}_1(t) + \Gamma_2\mathbf{w}(t)] \quad (14)$$

将其代入式 (11) 和 (13) 有降阶常规子系统

$$\mathbf{x}_1(t+1) = A_0\mathbf{x}_1(t) + \Gamma_0\mathbf{w}(t) \quad (15)$$

$$\mathbf{y}_i(t) = H_{i0}\mathbf{x}_1(t) + \boldsymbol{\eta}_i(t), \quad i = 1, \dots, L \quad (16)$$

其中定义

$$\begin{aligned} A_0 &= \Sigma^{-1}(A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}) \\ \Gamma_0 &= \Sigma^{-1}(\Gamma_1 - A_{12}A_{22}^{-1}\Gamma_2) \\ H_{i0} &= H_{i1} - H_{i2}A_{22}^{-1}A_{21} \\ \boldsymbol{\eta}_i(t) &= \mathbf{v}_i(t) - H_{i2}A_{22}^{-1}\Gamma_2\mathbf{w}(t) \end{aligned} \quad (17)$$

显然  $\mathbf{w}(t)$  与  $\boldsymbol{\eta}_i(t)$  是带零均值的相关白噪声

$$\begin{aligned} & \mathbb{E} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{w}(t) \\ \boldsymbol{\eta}_i(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}^T(k), & \boldsymbol{\eta}_i^T(k) \end{bmatrix} \right\} = \\ & \begin{bmatrix} Q_w & S_{i0} \\ S_{i0}^T & Q_{\eta_i} \end{bmatrix} \delta_{tk} \end{aligned} \quad (18)$$

$$S_{i0} = S_i - Q_w\Gamma_2^T(A_{22}^{-1})^T H_{i2}^T \quad (19)$$

$$Q_{\eta_i} = R_i - H_{i2}A_{22}^{-1}\Gamma_2S_i - S_i^T\Gamma_2^T(A_{22}^{-1})^T H_{i2}^T + H_{i2}A_{22}^{-1}\Gamma_2Q_w\Gamma_2^T(A_{22}^{-1})^T H_{i2}^T \quad (20)$$

$$Q_{\eta_{ij}} = E[\boldsymbol{\eta}_i(t)\boldsymbol{\eta}_j^T(t)] = H_{i2}A_{22}^{-1}\Gamma_2Q_w \times \Gamma_2^T(A_{22}^{-1})^T H_{j2}^T - S_i^T\Gamma_2^T(A_{22}^{-1})^T H_{j2}^T - H_{i2}A_{22}^{-1}\Gamma_2S_j \quad (21)$$

可以证明  $(A_0, H_{i0})$  为完全可观对<sup>[5]</sup>, 因而子系统 (15) 和 (16) 存在稳态 Kalman 估值器. 为了应用现代时间序列分析方法<sup>[6]</sup>, 建立子系统的自回归滑动平均 (Autoregressive moving average, ARMA) 新息模型. 由式 (15) 和 (16) 有

$$\mathbf{y}_i(t) = H_{i0}(I_{n_1} - q^{-1}A_0)^{-1}\Gamma_0\mathbf{w}(t-1) + \boldsymbol{\eta}_i(t) \quad (22)$$

其中,  $q^{-1}$  为单位滞后算子,  $q^{-1}\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{x}_1(t-1)$ ,  $I_{n_1}$  为  $n_1 \times n_1$  单位阵. 引入左素分解

$$H_{i0}(I_{n_1} - q^{-1}A_0)^{-1}\Gamma_0q^{-1} = A_i^{-1}(q^{-1})B_i(q^{-1}) \quad (23)$$

其中  $A_i(q^{-1}), B_i(q^{-1})$  有形式

$$X_i(q^{-1}) = X_{i0} + X_{i1}q^{-1} + \cdots + X_{in_{x_i}}q^{-n_{x_i}} \quad (24)$$

$A_{i0} = I_{m_i}, B_{i0} = 0$ . 将式 (23) 代入式 (22) 有第  $i$  个子系统的 ARMA 新息模型

$$A_i(q^{-1})\mathbf{y}_i(t) = D_i(q^{-1})\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) \quad (25)$$

$$D_i(q^{-1})\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) = B_i(q^{-1})\mathbf{w}(t) + A_i(q^{-1})\boldsymbol{\eta}_i(t) \quad (26)$$

$D_i(q^{-1})$  是稳定的,  $D_{i0} = I_{m_i}$ . 新息  $\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) \in \mathbf{R}^{m_i}$  有方差阵  $Q_{\varepsilon_i}$ . 用 Gevers-Wouters<sup>[6]</sup> 算法可求得  $D_i(q^{-1})$  和  $Q_{\varepsilon_i}$ .

**引理 1**<sup>[6]</sup>. 降阶子系统式 (15) 和 (16) 有稳态 Kalman 预报器为

$$\hat{\mathbf{x}}_{1i}(t+1|t) = \Psi_{pi}\hat{\mathbf{x}}_{1i}(t|t-1) + K_{pi}\mathbf{y}_i(t) \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) = \mathbf{y}_i(t) - H_{i0}\hat{\mathbf{x}}_{1i}(t|t-1) \quad (28)$$

$$\Psi_{pi} = A_0 - K_{pi}H_{i0} \quad (29)$$

其中,  $\Psi_{pi}$  是一个稳定矩阵, 预报增益阵  $K_{pi}$  为

$$K_{pi} = \begin{bmatrix} H_{i0} \\ H_{i0}A_0 \\ \vdots \\ H_{i0}A_0^{\beta_i-1} \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} M_{i1} \\ M_{i2} \\ \vdots \\ M_{i\beta_i} \end{bmatrix} \quad (30)$$

其中,  $\beta_i$  为可观性指数, 伪逆  $X^+ = (X^T X)^{-1} X^T$ ,  $M_{ij}$  可递推计算为

$$M_{ik} = -A_{i1}M_{i,k-1} - \cdots - A_{in_{a_i}}M_{i,k-n_{a_i}} + D_{ik} \quad (31)$$

规定  $M_{ij} = 0$  ( $j < 0$ ),  $D_{ij} = 0$  ( $j < n_{di}$ ). 局部稳态一步预报误差  $\tilde{\mathbf{x}}_{1i}(t+1|t) = \mathbf{x}_1(t+1) - \hat{\mathbf{x}}_{1i}(t+1|t)$  的协方差阵  $\Sigma_{ij} = E[\tilde{\mathbf{x}}_{1i}(t|t-1)\tilde{\mathbf{x}}_{1j}^T(t|t-1)]$  满足 Lyapunov 方程

$$\Sigma_{ij} = \Psi_{pi}\Sigma_{ij}\Psi_{pi}^T + \Delta_{pij}, \quad i, j = 1, \cdots, L \quad (32)$$

$$\Delta_{pij} = \Gamma_0Q_w\Gamma_0^T - K_{pi}S_{i0}^T\Gamma_0^T - \Gamma_0S_{j0}K_{pj}^T + K_{pi}R_{\eta_{ij}}K_{pj}^T \quad (33)$$

局部稳态 Kalman 滤波器和平滑器为

$$\hat{\mathbf{x}}_{1i}(t|t+N) = \hat{\mathbf{x}}_{1i}(t|t-1) + \sum_{k=0}^N K_i(k) \times \boldsymbol{\varepsilon}_i(t+k), \quad N \geq 0 \quad (34)$$

$$K_i(k) = \Sigma_{ii}\Psi_{pi}^{Tk}H_{i0}^TQ_{\varepsilon_i}^{-1} \quad (35)$$

局部误差  $\tilde{\mathbf{x}}_{1i}(t|t+N) = \mathbf{x}_1(t) - \hat{\mathbf{x}}_{1i}(t|t+N)$  的协方差阵  $P_{ij}^{x_1}(N) = E[\tilde{\mathbf{x}}_{1i}(t|t+N)\tilde{\mathbf{x}}_{1j}^T(t|t+N)]$  为

$$P_{ii}^{x_1}(N) = \Sigma_{ii} - \sum_{k=0}^N K_i(k)Q_{\varepsilon_i}K_i^T(k), \quad N \geq 0 \quad (36)$$

$$P_{ij}^{x_1}(N) = \Sigma_{ij} - \sum_{r=0}^N K_i(r)H_{i0}\Psi_{pi}^r\Sigma_{ij} - \sum_{s=0}^N \Sigma_{ij}\Psi_{pj}^{sT}H_{j0}^T K_j^T(s) + \sum_{r=0}^N \sum_{s=0}^N K_i(r)E_{ij}(r,s)K_j^T(s) \quad (37)$$

$N \geq 0, i \neq j$

其中定义稳态新息互协方差为  $E_{ij}(r,s) = E[\boldsymbol{\varepsilon}_i(t+r)\boldsymbol{\varepsilon}_j^T(t+s)]$ . 当  $\min(r,s) > 0$  时, 有

$$E_{ij}(r,s) = H_{i0}\Psi_{pi}^r\Sigma_{ij}\Psi_{pj}^{sT}H_{j0}^T + \sum_{k=1}^{\min(r,s)} H_{i0} \times \Psi_{pi}^{r-k}[\Gamma_0, -K_{pi}] \begin{bmatrix} Q_w & S_{j0} \\ S_{i0}^T & Q_{\eta_{ij}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Gamma_0^T \\ -K_{pj}^T \end{bmatrix} \Psi_{pj}^{(s-k)T}H_{j0}^T + Q_{\eta_{ij}}\delta_{rs} \quad (38)$$

当  $\min(r, s) = 0$  时, 有

$$E_{ij}(0, 0) = H_{i0} \Sigma_{ij} H_{j0}^T + Q_{\eta ij} \quad (39)$$

$$E_{ij}(r, 0) = H_{i0} \Psi_{pi}^r \Sigma_{ij} H_{j0}^T + H_{i0} \Psi_{pi}^{r-1} [\Gamma_0 S_{j0} - K_{pi} Q_{\eta ij}] \quad (40)$$

$$E_{ij}(0, s) = H_{i0} \Sigma_{ij} \Psi_{pi}^{sT} H_{j0}^T + [S_{i0}^T \Gamma_0^T - Q_{\eta ij} K_{pj}^T] \Psi_{pj}^{(s-1)T} H_{j0}^T \quad (41)$$

局部稳态最优白噪声估值器为

$$\hat{\boldsymbol{w}}_i(t|t+N) = \sum_{k=0}^N M_i(k) \boldsymbol{\varepsilon}_i(t+k), \quad N \geq 0$$

$$\hat{\boldsymbol{w}}_i(t|t+N) = 0, \quad N < 0 \quad (42)$$

$$\begin{aligned} M_i(k) &= D_i^w \Psi_{pi}^{T(k-1)} H_{i0}^T Q_{\varepsilon i}^{-1} \\ M_i(0) &= S_{i0} Q_{\varepsilon i}^{-1} \\ D_i^w &= Q_w \Gamma_0^T - S_{i0} K_{pi}^T \end{aligned} \quad (43)$$

相应的稳态估计误差方差阵为

$$P_{ii}^w(N) = Q_w - \sum_{k=0}^N M_i(k) Q_{\varepsilon i} M_i^T(k), \quad N \geq 0 \quad (44)$$

$$P_{ii}^w(N) = Q_w, \quad N < 0 \quad (45)$$

局部稳态估计误差协方差阵为

$$\begin{aligned} P_{ij}^w(N) &= Q_w - \sum_{r=0}^N M_i(r) Q_{\varepsilon i} M_i^T(r) - \\ &\sum_{s=0}^N M_j(s) Q_{\varepsilon j} M_j^T(s) + \\ &\sum_{r=0}^N \sum_{s=0}^N M_i(r) E_{ij}(r, s) M_j^T(s), \quad N \geq 0 \end{aligned} \quad (46)$$

其中,  $i, j = 1, \dots, L, i \neq j, N \geq 0$ , 且有

$$P_{ij}^w(N) = Q_w, \quad i, j = 1, \dots, L, \quad i \neq j, \quad N < 0 \quad (47)$$

记  $\tilde{\boldsymbol{a}}_i(t|t+N) = \boldsymbol{a}(t) - \hat{\boldsymbol{a}}_i(t|t+N)$ ,  $\tilde{\boldsymbol{b}}_i(t|t+N) = \boldsymbol{b}(t) - \hat{\boldsymbol{b}}_i(t|t+N)$ , 定义

$$\begin{aligned} P_{ij}^{ab}(N) &= E[\tilde{\boldsymbol{a}}_i(t|t+N) \tilde{\boldsymbol{b}}_j^T(t|t+N)] \\ P_{ij}^a(N) &= P_{ij}^{aa}(N) \end{aligned} \quad (48)$$

由式 (7)、(8) 有状态  $\boldsymbol{x}(t)$ 、 $\boldsymbol{z}(t)$  的局部稳态估值器

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}}_i(t|t+N) &= Q \hat{\boldsymbol{x}}_i(t|t+N) \\ \hat{\boldsymbol{z}}_i(t|t+N) &= \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}_{1i}(t|t+N) \\ \hat{\boldsymbol{x}}_{2i}(t|t+N) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (49)$$

由此引出

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{x}}_i(t|t+N) &= Q \tilde{\boldsymbol{x}}_i(t|t+N) \\ \tilde{\boldsymbol{z}}_i(t|t+N) &= \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{x}}_{1i}(t|t+N) \\ \tilde{\boldsymbol{x}}_{2i}(t|t+N) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (50)$$

**定理 1.** 广义系统 (1) 和 (2) 在假设 1~4 下, 原状态  $\boldsymbol{x}(t)$  和变换后状态  $\boldsymbol{z}(t)$  有局部稳态估值误差协方差阵各为

$$\begin{aligned} P_{ij}^x(N) &= Q P_{ij}^z(N) Q^T \\ P_{ij}^z(N) &= \begin{bmatrix} P_{ij}^{x1}(N) & P_{ij}^{x1x2}(N) \\ P_{ij}^{x2x1}(N) & P_{ij}^{x2}(N) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (51)$$

**证明.** 由式 (50) 得证.  $\square$

**定理 2.** 广义系统 (1) 和 (2) 在假设 1~4 下, 当  $N \geq 0$  时有

$$\begin{aligned} P_{ii}^{x2}(N) &= G_1 P_{ii}^{x1}(N) G_1^T + G_2 P_{ii}^w(N) G_2^T + \\ &G_1 P_{ii}^{x1w}(N) G_2^T + G_2 P_{ii}^{wx1}(N) G_1^T \end{aligned} \quad (52)$$

$$G_1 = -A_{22}^{-1} A_{21}, \quad G_2 = -A_{22}^{-1} \Gamma_2 \quad (53)$$

$$\begin{aligned} P_{ii}^{x1w}(N) &= -\sum_{k=0}^N K_i(k) Q_{\varepsilon i} M_i^T(k) \\ P_{ii}^{wx1}(N) &= (P_{ii}^{x1w}(N))^T \end{aligned} \quad (54)$$

**证明.** 当  $n \geq 0$  时, 由式 (14) 有

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}}_{2i}(t|t+N) &= G_1 \hat{\boldsymbol{x}}_{1i}(t|t+N) + \\ &G_2 \hat{\boldsymbol{w}}_i(t|t+N) \end{aligned} \quad (55)$$

由式 (14) 和 (55) 有

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{x}}_{2i}(t|t+N) &= G_1 \tilde{\boldsymbol{x}}_{1i}(t|t+N) + \\ &G_2 \tilde{\boldsymbol{w}}_i(t|t+N) \end{aligned} \quad (56)$$

注意  $\tilde{\boldsymbol{x}}_{1i}(t|t+N)$  与  $\tilde{\boldsymbol{w}}_i(t|t+N)$  正交 (不相关), 并注意关系<sup>[6]</sup>

$$E[\boldsymbol{w}(t) \boldsymbol{\varepsilon}_i^T(t+k)] = M_i(k) Q_{\varepsilon i} \quad (57)$$

而  $\boldsymbol{w}(t)$  与  $\tilde{\boldsymbol{x}}_{1i}(t|t-1)$  不相关, 则由式 (34) 有

$$\begin{aligned} P_{ii}^{x1w}(N) &= E[\tilde{\boldsymbol{x}}_{1i}(t|t+N)(\boldsymbol{w}(t) - \\ &\tilde{\boldsymbol{w}}_i(t|t+N))^T] = \\ &E[(\boldsymbol{x}_1(t) - \hat{\boldsymbol{x}}_{1i}(t|t+N)) \boldsymbol{w}^T(t)] = \\ &-\sum_{k=0}^N K_i(k) Q_{\varepsilon i} M_i^T(k) \end{aligned} \quad (58)$$

而由定义式 (48) 有  $P_{ij}^{wx_1}(N) = (P_{ij}^{x_1w}(N))^T$ .  $\square$

**定理 3.** 广义系统 (1) 和 (2) 在假设 1~4 下, 当  $N \geq 0$  时, 对  $i \neq j$  有

$$P_{ij}^{x_2}(N) = G_1 P_{ij}^{x_1}(N) G_1^T + G_2 P_{ij}^w(N) G_2^T + G_1 P_{ij}^{x_1w}(N) G_2^T + G_2 P_{ij}^{wx_1}(N) G_1^T \quad (59)$$

$$P_{ij}^{x_1w}(N) = - \sum_{k=0}^N K_i(k) Q_{\varepsilon_i} M_i^T(k) - \sum_{k=0}^N \sum_{i,j} \Psi_{pj}^{kT} H_{j0}^T M_j^T(k) + \sum_{r=0}^N \sum_{s=0}^N K_i(r) E_{ij}(r, s) M_j^T(s) \quad (60)$$

$$P_{ij}^{wx_1}(N) = (P_{ji}^{x_1w}(N))^T \quad (61)$$

其中  $E_{ij}(r, s)$  由式 (38)~(41) 定义.

**证明.** 由式 (56) 得式 (59). 当  $N \geq 0$  且  $i \neq j$  时有

$$P_{ij}^{x_1w}(N) = E[(\tilde{\mathbf{x}}_{1i}(t|t-1) - \sum_{k=0}^N K_i(k) \times \varepsilon_i(t+k))(\mathbf{w}(t) - \sum_{k=0}^N M_j(k) \varepsilon_j(t+k))^T] \quad (62)$$

将上式展开为 4 项, 注意  $\mathbf{w}(t)$  正交于  $\tilde{\mathbf{x}}_{1i}(t|t-1)$ , 应用式 (57) 和关系式<sup>[6]</sup>

$$\varepsilon_i(t+k) = H_{i0} \Psi_{pi}^k \tilde{\mathbf{x}}_{1i}(t|t-1) + \sum_{r=1}^k H_{i0} \Psi_{pi}^{k-r} [\Gamma_0 \mathbf{w}_i(t+r-1) - K_{pi} \boldsymbol{\eta}_i(t+r-1)] + \boldsymbol{\eta}_i(t+k) \quad (63)$$

其中规定  $k=0$  时上式求和项为零, 则立刻得式 (60), 由定义式 (48) 得式 (61).  $\square$

**定理 4.** 广义系统 (1) 和 (2) 在假设 1~4 下, 当  $N < 0$  时有

$$P_{ij}^{x_2}(N) = G_1 P_{ij}^{x_1}(N) G_1^T + G_2 Q_w G_2^T \quad (64)$$

**证明.** 注意  $N < 0$  时, 有  $\hat{\mathbf{w}}_i(t|t+N) = 0$ , 故有

$$\tilde{\mathbf{x}}_{2i}(t|t+N) = G_1 \tilde{\mathbf{x}}_{1i}(t|t+N) - G_2 \mathbf{w}(t) \quad (65)$$

注意当  $N < 0$  时,  $\mathbf{w}(t)$  与  $\tilde{\mathbf{x}}_{1i}(t|t+N)$  不相关, 由上式可得式 (64).  $\square$

**定理 5.** 广义系统 (1) 和 (2) 在假设 1~4 下,  $P_{ii}^x(N)$  和  $P_{ii}^z(N)$  由式 (51) 计算, 其中

$$P_{ii}^{x_1x_2}(N) = P_{ii}^{x_1}(N) G_1^T + P_{ii}^{x_1w}(N) G_2^T, \quad N \geq 0 \quad (66)$$

$$P_{ii}^{x_1x_2}(N) = P_{ii}^{x_1}(N) G_1^T, \quad N < 0 \quad (67)$$

$$P_{ii}^{x_2x_1}(N) = (P_{ii}^{x_1x_2}(N))^T \quad (68)$$

**证明.** 由式 (48) 和 (56) 得式 (66). 当  $N < 0$  时, 由式 (65) 及  $\mathbf{w}(t)$  不相关于  $\tilde{\mathbf{x}}_{1i}(t|t+N)$  引出式 (67). 由定义式 (48) 引出式 (68).  $\square$

**定理 6.** 广义系统 (1) 和 (2) 在假设 1~4 下,  $P_{ij}^x(N)$  和  $P_{ij}^z(N)$  由式 (51) 计算, 其中

$$P_{ij}^{x_1x_2}(N) = P_{ij}^{x_1}(N) G_1^T + P_{ij}^{x_1w}(N) G_2^T, \quad N \geq 0 \quad (69)$$

$$P_{ij}^{x_1x_2}(N) = P_{ij}^{x_1}(N) G_1^T, \quad N < 0 \quad (70)$$

$$P_{ij}^{x_2x_1}(N) = (P_{ji}^{x_1x_2}(N))^T \quad (71)$$

**证明.** 当  $N \geq 0$  时, 由式 (48)、(56) 得式 (69). 当  $N < 0$  时,  $\hat{\mathbf{w}}_j(t|t+N) = 0$ , 并注意  $\mathbf{w}(t)$  与  $\tilde{\mathbf{x}}_{1i}(t|t+N)$  和  $\tilde{\mathbf{x}}_{1j}(t|t+N)$  不相关, 于是,  $P_{ij}^{x_1w}(N) = 0$ ,  $P_{ij}^{wx_1}(N) = 0$ . 由此引出式 (70). 由定义式 (48) 引出式 (71).  $\square$

### 3 广义系统信息融合稳态 Kalman 估值器

带三层融合结构的广义 Kalman 状态融合器如图 1 所示. 第一层按对角阵加权融合器  $\hat{\mathbf{x}}_{10}(t|t+N)$  和  $\hat{\mathbf{x}}_{20}(t|t+N)$  实现了子系统的分量解耦融合<sup>[7]</sup>. 第二层融合器  $\hat{\mathbf{x}}_0(t|t+N)$  实现了两个子系统的解耦融合. 第三层融合器  $\hat{\mathbf{x}}_0(t|t+N)$  实现了原始状态融合器.

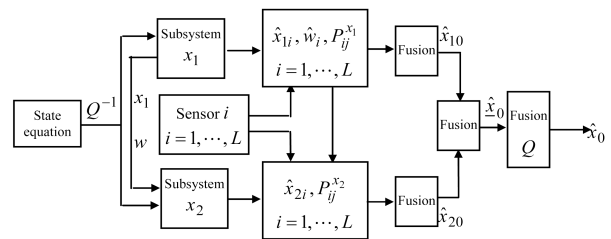


图 1 带三层融合结构的广义 Kalman 融合器  
Fig. 1 The descriptor Kalman fuser with three layer fusion structure

**定理 7.** 多传感器广义系统 (1) 和 (2) 在假设

1~4 下, 有带三层融合结构的 Kalman 融合器

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{j0}(t|t+N) = \sum_{i=1}^L \Omega_{ji}(N) \hat{\boldsymbol{x}}_{ji}(t|t+N),$$

$$j = 1, 2 \tag{72}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_0(t|t+N) = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}_{10}(t|t+N) \\ \hat{\boldsymbol{x}}_{20}(t|t+N) \end{bmatrix} \tag{73}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_0(t|t+N) = Q \hat{\boldsymbol{x}}_0(t|t+N) \tag{74}$$

其中最优化加权阵  $\Omega_{1i}(N)$  和  $\Omega_{2i}(N)$  分别用文献 [7] 的对角阵加权准则选取. 它们有如下形式

$$\Omega_{ji}(N) = \text{diag}\{\boldsymbol{\omega}_{j i 1}(N), \dots, \boldsymbol{\omega}_{j i n_j}(N)\}$$

$$j = 1, 2, i = 1, \dots, L \tag{75}$$

其中最优化加权向量

$$[\boldsymbol{\omega}_{j i 1}(N) \dots \boldsymbol{\omega}_{j i n_j}(N)] = [\boldsymbol{e}^T (P_{x_j}^{kk}(N))^{-1} \boldsymbol{e}]^{-1} \times$$

$$\boldsymbol{e}^T (P_{x_j}^{kk}(N))^{-1}, \quad j = 1, 2, k = 1, \dots, n_j \tag{76}$$

其中  $\boldsymbol{e}^T = [1, \dots, 1]$ ,  $P_{x_j}^{kk}(N)$ ,  $j = 1, 2$  是以  $P_{x_{j u r}}^{k k}(N)$  为第  $(u, r)$  元素的  $L \times L$  矩阵, 而  $P_{x_{j u r}}^{k k}(N)$  是  $P_{u r}^{x_j}(N)$  的第  $(k, k)$  对角元素. 第一层融合结构的融合估计误差方差阵的迹分别为

$$\text{tr } P_0^{x_j}(N) = \sum_{k=1}^{n_1} [\boldsymbol{e}^T (P_{x_j}^{k k}(N))^{-1} \boldsymbol{e}]^{-1}, \quad j = 1, 2 \tag{77}$$

其中符号  $\text{tr}$  表示矩阵的迹, 且有精度关系

$$\text{tr } P_0^{x_j}(N) \leq \text{tr } P_{ii}^{x_j}(N), \quad i = 1, \dots, L, j = 1, 2 \tag{78}$$

第二层融合结构的融合估计误差方差阵的迹为

$$\text{tr } P_0^x(N) = \text{tr } P_0^{x_1}(N) + \text{tr } P_0^{x_2}(N) \tag{79}$$

且有精度关系

$$\text{tr } P_0^x(N) \leq \text{tr } P_{ii}^x(N), \quad i = 1, \dots, L \tag{80}$$

第三层局部和融合估计误差方差阵  $P_{ii}^x(N)$  和  $P_0^x(N)$  有如下精度关系

$$\text{tr } P_0^x(N) \leq \text{tr } P_{ii}^x(N), \quad i = 1, \dots, L \tag{81}$$

**证明.** 由式 (7)、(8) 定义式 (73)、(74). 由文献 [7] 得式 (75)~(78). 由式 (50) 得

$$\text{tr } P_{ii}^x(N) = \text{tr } P_{ii}^{x_1}(N) + \text{tr } P_{ii}^{x_2}(N) \tag{82}$$

由式 (8) 减式 (73) 得

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_0(t|t+N) = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{x}}_{10}(t|t+N) \\ \tilde{\boldsymbol{x}}_{20}(t|t+N) \end{bmatrix} \tag{83}$$

由此得式 (79) 成立. 由式 (78)、(79) 和 (82) 有式 (80) 成立. 由式 (8)、(74) 得

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_0(t|t+N) = Q \tilde{\boldsymbol{x}}_0(t|t+N) \tag{84}$$

从而由式 (50) 和 (84) 得

$$P_{ii}^x(N) = Q P_{ii}^x(N) Q^T, \quad P_0^x(N) = Q P_0^x(N) Q^T \tag{85}$$

应用  $Q$  的正交性  $Q^T Q = I_n$  得

$$\text{tr } P_0^x(N) = \text{tr } (Q P_0^x(N) Q^T) =$$

$$\text{tr } (Q^T Q P_0^x(N)) = \text{tr } P_0^x(N) \tag{86}$$

$$\text{tr } P_{ii}^x(N) = \text{tr } (Q P_{ii}^x(N) Q^T) = \text{tr } P_{ii}^x(N) \tag{87}$$

由上两式和式 (80) 得式 (81) 成立. □

**注 1.** 注意式 (73) 和 (74), 融合器  $\hat{\boldsymbol{x}}_0(t|t+N)$  是由融合器  $\hat{\boldsymbol{x}}_{10}(t|t+N)$  和  $\hat{\boldsymbol{x}}_{20}(t|t+N)$  生成, 融合器  $\hat{\boldsymbol{x}}_0(t|t+N)$  是由融合器  $\hat{\boldsymbol{x}}_0(t|t+N)$  通过数学运算生成. 这类由已知融合器生成的融合器称为复合融合器. 由图 1 看到所提出的广义 Kalman 融合器由两个加权融合器和两个复合融合器生成.

### 4 仿真例子

考虑带三传感器在典范型下的广义系统

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t+1) =$$

$$\begin{bmatrix} 0.8 & 0 & \vdots & 0 & 1 \\ 0 & 0.8 & \vdots & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0.3 & \vdots & 1 & 5 \\ 1 & 2 & \vdots & 5 & -2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \\ \dots & \dots \\ 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} w(t)$$

$$y_i(t) = [H_{i1} \ H_{i2}] \boldsymbol{x}(t) + v_i(t), \quad i = 1, 2, 3$$

$$v_i(t) = f_i w(t) + \xi_i(t)$$

其中,  $\boldsymbol{x}(t) = [x_1^T(t) \ x_2^T(t)]^T$ ,  $w(t)$  和  $\xi_i(t)$  为零均值相互独立的正态白噪声, 方差分别为  $Q_w, Q_{\xi 1}, Q_{\xi 2}, Q_{\xi 3}$ ;  $y_i(t)$  是第  $i$  个传感器的观测,  $v_i(t)$  为观测噪声. 仿真中取  $Q_w = 1, Q_{\xi 1} = 4, Q_{\xi 2} = 1, Q_{\xi 3} =$

2,  $f_1 = 0.4, f_2 = 0.5, f_3 = 0.01,$

$$H_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad H_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H_{21} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad H_{22} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1.2 \end{bmatrix}$$

$$H_{31} = \begin{bmatrix} 2 & 0.5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad H_{32} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

正交阵  $P, Q$  分别为  $P = I_4,$

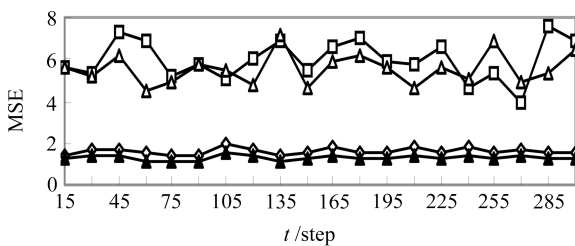
$$Q = \begin{bmatrix} -0.5 & -0.86603 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0.28868 & -0.57735 & -0.57735 \\ -0.5 & 0.28868 & 0.78868 & -0.21132 \\ -0.5 & 0.28868 & -0.21132 & 0.78868 \end{bmatrix}$$

对局部和融合 Kalman 估值器  $\hat{\mathbf{x}}_i(t|t+N), i = 1, 2, 3, 0,$  进行  $m = 100$  次 Monte Carlo 仿真. 定义第  $i$  个估值器在时刻  $t$  处的均方误差 (MSE) 值为

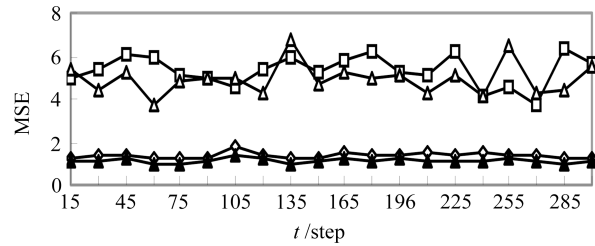
$$MSE_i(t) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{x}}_i^{(j)T}(t|t+N) \tilde{\mathbf{x}}_i^{(j)}(t|t+N)$$

其中  $i = 0, 1, 2, 3, m = 100, j = 1, \dots, m, t = 1, \dots, 300,$  且  $\tilde{\mathbf{x}}_i^{(j)}(t|t+N)$  表示第  $j$  次 Monte Carlo 仿真估值误差,  $\tilde{\mathbf{x}}_i^{(j)}(t|t+N) = \mathbf{x}^{(j)}(t) - \hat{\mathbf{x}}_i^{(j)}(t|t+N),$  其中  $\mathbf{x}^{(j)}(t)$  和  $\hat{\mathbf{x}}_i^{(j)}(t|t+N)$  分别是  $\mathbf{x}(t)$  和  $\hat{\mathbf{x}}_i(t|t+N)$  的第  $j$  个实现 (采样函数). 对  $N = 0, 1, -1,$  仿真结果如图 2 和表 1~3 所示.

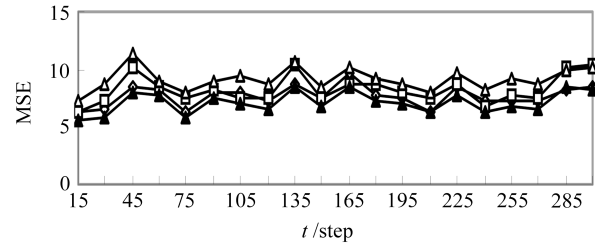
由图 2 可看到广义 Kalman 滤波、平滑、预报融合器的精度高于每个局部估值器精度. 由表 1~3 可看到融合器的理论精度高于每个局部估值器的理论精度, 即  $\text{tr } P_0(N) \leq \text{tr } P_i(N), N = 0, 1, -1, i = 1, 2, 3.$  由图 2 还可看到在不同时刻  $t$  广义 Kalman 融合器 (滤波器、平滑器、预报器) 的 MSE 值有精度关系:  $MSE_0(t) < MSE_i(t), i = 1, 2, 3,$  它与相应的理论精度关系一致.



(a) 局部和融合广义 Kalman 滤波器的均方误差曲线  
(a) The MSE curves of local and fused descriptor Kalman filters



(b) 局部和融合广义 Kalman 平滑器的均方误差曲线  
(b) The MSE curves of local and fused descriptor Kalman smoothers



(c) 局部和融合广义 Kalman 预报器的均方误差曲线  
(c) The MSE curves of local and fused descriptor Kalman predictors

- ◇— The estimators of sensor1
- The estimators of sensor2
- △— The estimators of sensor3
- ▲— The fused estimators

图 2 带三层融合结构的广义 Kalman 融合器

Fig. 2 The descriptor Kalman fuser with three layer fusion structure

表 1 局部和融合滤波误差方差阵的迹的理论值比较

Table 1 Comparison of theoretical traces of local and fused filtering error variance matrices

$\text{tr } P_1(0)$	$\text{tr } P_2(0)$	$\text{tr } P_3(0)$	$\text{tr } P_0^x(0)$
1.56305	5.84240	5.50793	1.24423

表 2 局部和融合平滑误差方差阵的迹的理论值比较

Table 2 Comparison of theoretical traces of local and fused smoothing error variance matrices

$\text{tr } P_1(1)$	$\text{tr } P_2(1)$	$\text{tr } P_3(1)$	$\text{tr } P_0^x(1)$
1.35815	5.23570	4.93719	0.99667

表 3 局部和融合预报误差方差阵的迹的理论值比较

Table 3 Comparison of theoretical traces of local and fused prediction error variance matrices

$\text{tr } P_1(-1)$	$\text{tr } P_2(-1)$	$\text{tr } P_3(-1)$	$\text{tr } P_0^x(-1)$
7.41599	8.08441	8.88867	6.89889

**注 2.** 本文利用奇异值分解将广义系统转化为典范型, 并利用 Gevers-Wouters 算法构造局部 ARMA 新息模型, 进而可计算出局部稳态滤波增益、局部稳态滤波误差互协方差及最优加权。尽管本文算法的上述计算量比较大, 但这些计算负担可一次性离线完成。由于本文提出的广义 Kalman 融合器是稳态融合器, 因而可避免在线完成大量计算, 在一次性离线完成上述各种计算后, 仅需较小的在线计算量便可实时实现稳态广义 Kalman 融合器。

## 5 结论

本文用奇异值分解将多传感器广义系统融合状态估计问题化为两个降阶非广义耦合子系统的融合状态估计问题。用现代时间序列分析方法和白噪声估计理论, 基于 ARMA 新息模型提出了带三层融合结构的分布式广义稳态 Kalman 融合器。理论上证明了它的精度高于每个局部估值器的精度, 其中第一层融合器是两个按对角阵加权分布式状态融合器, 第二层和第三层融合器是复合融合器, 即由已知的融合器派生的或通过数学运算生成的融合器。与常规加权融合器概念不同, 本文首次提出复合融合器概念。基于 ARMA 新息模型的在线辨识, 本文结果可用于设计含有未知噪声方差阵广义系统的自校正信息融合广义 Kalman 估值器, 这正是下一步要研究的课题。

## References

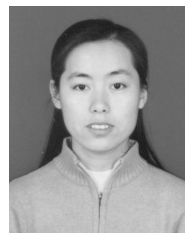
- 1 Deng Z L, Liu Y M. Descriptor Kalman estimators. *International Journal of Systems Science*, 1999, **30**(11): 1205–1212
- 2 Deng Z L, Xu Y. Descriptor Wiener state estimators. *Automatica*, 2000, **36**(11): 1761–1766
- 3 Darouach M, Onana A B, Zasadzinski M. State estimation of stochastic singular linear systems: convergence and stability. *International Journal of Systems Science*, 1993, **24**(3): 1001–1008
- 4 Nikoukhah R, Campkell S L, Delebecque F. Kalman filtering for general discrete-time linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, **44**(10): 1829–1839
- 5 Fahmy M M, O'reilly J. Observers for descriptor systems. *International Journal of Control*, 1989, **49**(6): 2013–2028
- 6 Deng Zi-Li. *Optimal Estimation Theory with Application: Modeling, Filtering and Information Fusion Estimation*. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2005 (邓自立. 最优估计理论及其应用: 建模、滤波、信息融合估计. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2005)
- 7 Deng Z L, Gao Y, Mao L, Li Y, Hao G. New approach to information fusion steady-state Kalman filtering. *Automatica*, 2005, **41**(10): 1695–1707
- 8 Deng Zi-Li, Sun Xiao-Jun. Multisensor distributed fusion Kalman filtering theory based on covariance information. *Science Technology and Engineering*, 2005, **5**(12): 762–769 (邓自立, 孙小君. 多传感器分布式协方差信息融合 Kalman 滤波理论. 科学技术与工程, 2005, **5**(12): 762–769)

- 9 Deng Zi-Li, Tao Gui-Li. Multisensor information fusion reduced order state estimators for descriptor systems. *Science Technology and Engineering*, 2005, **7**(12): 866–871 (邓自立, 陶贵丽. 广义系统多传感器信息融合降阶状态估值器. 科学技术与工程, 2005, **7**(12): 866–871)
- 10 Tao Gui-Li, Deng Zi-Li. Multisensor distributed fusion reduced order Kalman filter for descriptor systems. *Science Technology and Engineering*, 2006, **6**(6): 661–668 (陶贵丽, 邓自立. 广义系统多传感器分布式降阶 Kalman 滤波器. 科学技术与工程, 2006, **6**(6): 661–668)
- 11 Sun Shu-Li, Ma Jing. Distributed reduced-order optimal fusion Kalman filters for stochastic singular systems. *Acta Automatica Sinica*, 2006, **32**(2): 286–290 (孙书利, 马静. 随机奇异系统分布式降阶最优融合 Kalman 滤波器. 自动化学报, 2006, **32**(2): 286–290)
- 12 Deng Zi-Li, Xu Yan. General and unified white noise estimation approach based on Kalman filtering. *Control Theory and Applications*, 2004, **21**(4): 501–506 (邓自立, 许燕. 基于 Kalman 滤波的通用的和统一的白噪声估计方法. 控制理论与应用, 2004, **21**(4): 501–506)



**高媛** 黑龙江大学博士研究生。分别于 2001 年和 2004 年在黑龙江大学自动化系获学士和硕士学位。主要研究方向为状态估计, 多传感器信息融合和 Kalman 滤波。E-mail: gaoyuan@hlju.edu.cn

(**GAO Yuan** Ph.D. candidate at Heilongjiang University. She received her bachelor degree and master degree from Department of Automation, Heilongjiang University in 2001 and 2004, respectively. Her research interest covers state estimation, multisensor information fusion, and Kalman filtering.)



**李怀敏** 黑龙江大学硕士研究生。于 2003 年获得辽宁工学院经济管理学院学士学位。主要研究方向为状态估计, 多传感器信息融合和 Kalman 滤波。

E-mail: lihuaimin\_2007@sohu.com  
(**LI Huai-Min** Master student at Heilongjiang University. She received her bachelor degree from Department of Economic Management, Liaoning Technical College in 2003. Her research interest covers state estimation, multisensor information fusion, and Kalman filtering.)



**邓自立** 黑龙江大学自动化系教授。主要研究方向为状态估计, 时间序列分析, 信息融合滤波。本文通信作者。

E-mail: dzl@hlju.edu.cn  
(**DENG Zi-Li** Professor at Heilongjiang University. He graduated from Mathematic Department, Heilongjiang University in 1962. His research interest covers state estimation, time series analysis, and information fusion filtering. Corresponding author of this paper.)