

# 基于 Zernike 正交矩的图像亚像素边缘检测算法改进

高世一<sup>1,2</sup> 赵明扬<sup>2</sup> 张雷<sup>1,2</sup> 邹媛媛<sup>1,2</sup>

**摘要** 介绍了 Zernike 矩及基于 Zernike 矩的图像亚像素边缘检测原理, 针对 Ghosal 提出的基于 Zernike 矩的亚像素图像边缘检测算法检测出的图像存在边缘较粗及边缘亚像素定位精度低等不足, 提出了一种改进算法. 推导了  $7 \times 7$  Zernike 矩模板系数, 提出一种新的边缘判断依据. 改进的算法能较好检测图像边缘并实现了较高的边缘定位. 最后, 设计了 3 组不同的实验. 实验结果同 Canny 算子及 Ghosal 算法相比, 证明了改进算法的优越性.

**关键词** Zernike 矩, 亚像素, 边缘检测, 图像处理  
**中图分类号** TP751

## Improved Algorithm about Subpixel Edge Detection of Image Based on Zernike Orthogonal Moments

GAO Shi-Yi<sup>1,2</sup> ZHAO Ming-Yang<sup>2</sup> ZHANG Lei<sup>1,2</sup>  
ZOU Yuan-Yuan<sup>1,2</sup>

**Abstract** The principle of Zernike moments and the method of sub-pixel edge detection based on Zernike moments were introduced in this paper. With the consideration of the limitation of the subpixel edge detection algorithm by Ghosal, such as the lower location precision of the edge and the extracted wider edge than that of the original image, an improved algorithm was proposed. On the one hand, a mask of size seven by seven was calculated and could be applied to edge detection. On the other hand, a new criterion for edge detection was put forward. Additionally, a series of experiments were designed and implemented. The experiment results showed that the accuracy of the improved algorithm is higher than those obtained from using Canny algorithm and Ghosal algorithm.

**Key words** Zernike moments, subpixel, edge detection, image processing

边缘检测的实质是通过一些算法来提取图像中灰度不连续的边缘像素. 常用的边缘检测算子有 Roberts 算子、Prewitt 算子、Laplacian 算子以及 Canny 算子等. Robert 算子直接计算图像差分检测边缘, 算法简练但不能有效抑制噪声; Prewitt 算子通过取像素平均值对图像进行差分和滤波, 适用于处理灰度渐变和噪声较多的图像, 其缺点是可能滤掉有用的边缘信息; Laplacian 算子用于检测屋顶型边缘效果较好, 但对噪声比较敏感, 且检测精度较低<sup>[1]</sup>. Canny 算子是基于高斯函数提出的. Canny 算子提取的边缘最为完整, 而且边缘的连续性较好, 这主要是因为它进行

了非极大值抑制和形态学连接操作的结果<sup>[2]</sup>. 这些算子都是在像素级上检测图像边缘. 而在许多实际应用中, 要求检测出的图像边缘达到亚像素级. 例如, 在计算机视觉测量领域, 被测件边缘点的精度往往直接影响到整个测量结果的精度<sup>[3]</sup>, 因此, 研究图像的亚像素边缘检测算法有着重要的实际意义. 亚像素边缘检测是指将边缘附近的像素进行分解, 从而精确定位边缘. Lyvers 等提出了利用几何矩提取图像的亚像素边缘<sup>[4]</sup>, 该方法利用 6 个图像几何矩, 计算出 4 个阶跃边缘参数, 图像矩是关于多项式的函数, 但多项式不具备正交性, 所以在图像处理时会出现冗余信息<sup>[5-6]</sup>. Ghosal 和 Mehrotal 首次提出了利用 Zernike 正交矩来检测亚像素边缘<sup>[7]</sup>, 在他们的算法中建立了理想的阶跃灰度模型, 通过图像的三个不同阶次 Zernike 矩计算模型的 4 个参数, 以这 4 个参数为判断边缘的依据来确定图像中物体的边缘. 文献 [8] 针对 Ghosal 算法中没有考虑模板效应进行改进, 提取出的边缘同 Ghosal 算法相比有所改善但是仍然较粗, 因而边缘定位精度较低. 本文在分析 Ghosal 算法的基础上, 对算法的边缘判定条件进行了改进, 实验结果表明了本算法的优越性.

## 1 Zernike 矩及亚像素边缘检测

### 1.1 Zernike 矩

Teague 等以复域 Zernike 多项式为基, 得到了具有正交、旋转不变特性的 Zernike 矩<sup>[9-10]</sup>. Zernike  $n$  阶多项式定义为

$$V_{nm}(\rho, \theta) = R_{nm}e^{im\theta} \quad (1)$$

式中,  $m, n$  属于整数并满足条件:  $n \geq 0, n - |m|$  为偶数且  $|m| \leq n, i$  为虚数单位. 实值多项式  $R_{nm}$  由下式给出

$$R_{nm}(\rho) = \sum_{s=0}^{(n-|m|)/2} \frac{(-1)^s (n-s)! \rho^{n-2s}}{s! \left(\frac{n+|m|}{2} - s\right)! \left(\frac{n-|m|}{2} - s\right)!} \quad (2)$$

Zernike 多项式在单位圆  $x^2 + y^2 = 1$  内是正交的, 即

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} V_{nm}^*(\rho, \theta) V_{pq}(\rho, \theta) dx dy = \frac{\pi}{n+1} \quad (3)$$

当且仅当  $n = p, m = q$ , 其中 \* 表示复共轭.

本文中用到的部分实值多项式如表 1 所示.

表 1 Zernike 正交实值多项式<sup>[11]</sup>

$m/n$	0	1	2	3	4
0	1	$\times$	$2r^2 - 1$	$\times$	$6r^4 - 6r^2 + 1$
1	$\times$	$r$	$\times$	$3r^3 - 2r$	$\times$

注: “ $\times$ ” 表示该项不存在, 表 2 同.

根据式 (1), 从表 1 可以计算出对应的 Zernike 正交复函数多项式如表 2 所示.

表 2 Zernike 正交复函数多项式

$m/n$	0	1
0	1	$\times$
1	$\times$	$x + yi$
2	$2x^2 + 2y^2 - 1$	$\times$
3	$\times$	$(3x^3 + 3xy^2 - 2x) + (3y^3 + 3x^2y - 2y)i$
4	$6x^4 + 6y^4 + 12x^2y^2 - 6x^2 - 6y^2 + 1$	$\times$

收稿日期 2007-07-27 收修稿日期 2007-12-04  
Received July 27, 2007; in revised form December 4, 2007  
国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2006AA04Z235) 资助  
Supported by National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2006AA04Z235)  
1. 中国科学院沈阳自动化研究所 沈阳 110016 2. 中国科学院研究生院 北京 100049  
1. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016 2. Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049  
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.01163

图像  $f(x, y)$  的二维 Zernike 矩可以定义为

$$Z_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f(x, y) V_{nm}^*(\rho, \theta) dx dy \quad (4)$$

在离散条件下, 图像  $f(x, y)$  的二维 Zernike 矩在  $x^2 + y^2 \leq 1$  条件下又可表达为

$$Z_{nm} = \sum_x \sum_y f(x, y) V_{nm}^*(\rho, \theta) \quad (5)$$

1.2 基于 Zernike 矩的边缘检测原理

Teague 推出密度分布函数为  $f(r, \theta)$  的图像旋转  $\phi$  角后的 Zernike 矩  $Z'_{nm}$  与旋转前图像的 Zernike 矩  $Z_{nm}$  的关系为

$$Z'_{nm} = Z_{nm} e^{-im\phi} \quad (6)$$

从式 (6) 看出, 一幅图像旋转前后模保持不变, 只有相角发生变化, 这个性质被称为 Zernike 矩的旋转不变性. 利用 Zernike 矩的旋转不变性, 把图像进行旋转后, 可以容易地计算出边缘检测需要的参数, 进而实现对边缘的精确定位.

图 1 为图像的亚像素边缘检测理想模型<sup>[6, 8]</sup>. 其中, 圆为单位圆, 直线  $L$  被单位圆包含的部分代表理想边缘, 圆内  $L$  两侧的灰度值分别为  $h$  和  $h+k$ ,  $k$  为灰度差,  $l$  为原点到边缘的理论距离,  $\phi$  为  $l$  和  $x$  轴的夹角. 图 1 (a) 中的两条虚线段  $ab$ 、 $cd$  对应于在不同阶次的 Zernike 矩条件下的图像边缘,  $l_1, l_2$  为原点距  $ab$ 、 $cd$  的距离, 具体数值由式 (15) 和式 (17) 给出, 图 1 (b) 为图 1 (a) 旋转角度  $\phi$  后的模型.

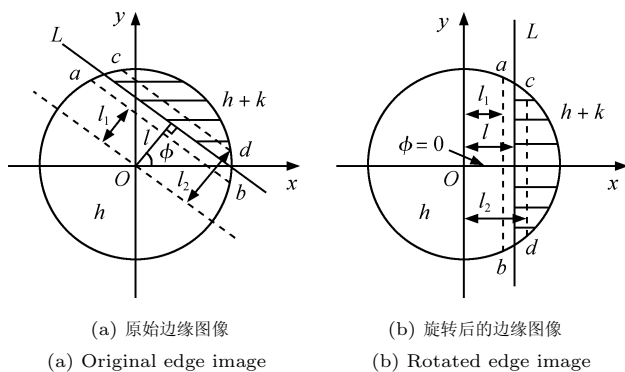


图 1 亚像素边缘检测理想模型

Fig. 1 The ideal model of the subpixel edge detection

令  $Z_{nm}$  表示图 1 (a) 的 Zernike 矩,  $Z'_{nm}$  表示图 1 (b) 的 Zernike 矩. 当  $n = 2, 4$  时, 由式 (6) 可知  $Z'_{n0} = Z_{n0}$ , 即旋转前后图像的 Zernike 矩不变. 当  $n = 1, 3$  时,  $Z_{n1}$  为复数, 令  $\text{Re}[Z_{n1}]$ 、 $\text{Im}[Z_{n1}]$  分别表示  $Z_{n1}$  的实部和虚部, 由式 (6) 可得

$$Z'_{n1} = \cos(\phi_{n1})\text{Re}[Z_{n1}] + \sin(\phi_{n1})\text{Im}[Z_{n1}] + (\sin(\phi_{n1})\text{Re}[Z_{n1}] - \cos(\phi_{n1})\text{Im}[Z_{n1}])i \quad (7)$$

由于旋转后图像关于  $x$  对称, 且  $\text{Im}[Z_{n1}]$  为关于  $y$  的奇函数, 所以有  $\text{Im}[Z'_{n1}] = \sin(\phi_{n1})\text{Re}[Z_{n1}] - \cos(\phi_{n1})\text{Im}[Z_{n1}] = 0$ . 故,  $Z'_{n1} = \cos(\phi_{n1})\text{Re}[Z_{n1}] + \sin(\phi_{n1})\text{Im}[Z_{n1}]$  成立, 其中

$$\phi_{n1} = \arctan\left(\frac{\text{Im}[Z_{n1}]}{\text{Re}[Z_{n1}]}\right) \quad (8)$$

根据图 1 模型, 旋转后的不同阶次的 Zernike 矩计算如下

$$\begin{aligned} Z'_{00} &= 2 \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} h dy dx + 2 \int_l^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (h+k) dy dx \\ Z'_{00} &= h\pi + \frac{k\pi}{2} - k \sin^{-1}(l) - kl\sqrt{1-l^2} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} Z'_{11} &= 2 \int_{-1}^l \int_0^{\sqrt{1-x^2}} h(x-iy) dy dx + \\ & 2 \int_l^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (h+k)(x-iy) dy dx \\ Z'_{11} &= \frac{2k(1-l^2)^{3/2}}{3} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} Z'_{20} &= 2 \int_{-1}^l \int_0^{\sqrt{1-x^2}} h(2x^2 + 2y^2 - 1) dy dx + \\ & 2 \int_l^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (h+k)(2x^2 + 2y^2 - 1) dy dx \\ Z'_{20} &= \frac{2kl(1-l^2)^{3/2}}{3} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} Z'_{31} &= \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} h[3x^3 + 3xy^2 - 2x + \\ & (3y^3 + 3x^2y - 2y)i] dy dx + \int_l^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} k[3x^3 + \\ & 3xy^2 - 2x + (3y^3 + 3x^2y - 2y)i] dy dx \\ Z'_{31} &= k \left[ \frac{4}{5} l^2 (1-l^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{15} (1-l^2)^{\frac{3}{2}} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Z'_{40} &= \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} h(6x^4 + 6y^4 + 12x^2y^2 - \\ & 6x^2 - 6y^2 + 1) dy dx + \int_l^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} k(6x^4 + \\ & 6y^4 + 12x^2y^2 - 6x^2 - 6y^2 + 1) dy dx \\ Z'_{40} &= k \left[ -\frac{2}{5} l (1-l^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{16}{15} l^3 (1-l^2)^{\frac{3}{2}} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

解关于  $Z'_{20}$ 、 $Z'_{40}$  的方程组

$$\begin{cases} Z'_{20} = \frac{2kl(1-l^2)^{3/2}}{3} \\ Z'_{40} = k \left[ -\frac{2}{5} l (1-l^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{16}{15} l^3 (1-l^2)^{\frac{3}{2}} \right] \end{cases} \quad (14)$$

得

$$\begin{cases} l_1 = \sqrt{\frac{5Z'_{40} + 3Z'_{20}}{8Z'_{20}}} \\ l'_1 = -\sqrt{\frac{5Z'_{40} + 3Z'_{20}}{8Z'_{20}}} \end{cases} \quad (15)$$

其中,  $\frac{5Z'_{40} + 3Z'_{20}}{8Z'_{20}} \geq 0$ ,  $l'_1$  不合要求, 舍去. 解关于  $Z'_{11}$ 、 $Z'_{31}$  的方程组

$$\begin{cases} Z'_{11} = \frac{2k(1-l^2)^{3/2}}{3} \\ Z'_{31} = k \left[ \frac{4}{5}l^2(1-l^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{15}(1-l^2)^{\frac{3}{2}} \right] \end{cases} \quad (16)$$

得

$$\begin{cases} l_2 = \sqrt{\frac{5Z'_{31} + Z'_{11}}{6Z'_{11}}} \\ l'_2 = -\sqrt{\frac{5Z'_{31} + Z'_{11}}{6Z'_{11}}} \end{cases} \quad (17)$$

其中,  $\frac{5Z'_{31} + Z'_{11}}{6Z'_{11}} \geq 0$ ,  $l'_2$  不符合要求, 舍去. 由式 (9), (10), (17) 可得

$$k = \frac{3Z'_{11}}{2(1-l_2^2)^{3/2}} \quad (18)$$

$$h = \frac{Z_{00} - \frac{k\pi}{2} + k \sin^{-1}(l_2) + kl_2\sqrt{1-l_2^2}}{\pi} \quad (19)$$

$$l = \frac{l_1 + l_2}{2},$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{\text{Im}[Z_{31}]}{\text{Re}[Z_{31}]}\right) \quad (20)$$

确定了图像参数  $l, k, h, \phi$  后, 从图 1 可推导出亚像素边缘检测公式为

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + l \begin{bmatrix} \cos(\phi) \\ \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (21)$$

其中,  $(x_s, y_s)$  是边缘的亚像素坐标,  $(x, y)$  表示图 1 原点坐标. 假设 Zernike 模板为  $N \times N$ , 考虑到模板放大效应<sup>[8]</sup>, 式 (21) 可改写为

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \frac{Nl}{2} \begin{bmatrix} \cos(\phi) \\ \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (22)$$

## 2 算法改进

### 2.1 Zernike 7 × 7 模板系数

采用 Zernike 矩进行边缘检测, 需要将不同阶次的 Zernike 模板在图像上移动, 与模板相对应的像素进行卷积运算, 以得到相应的图像 Zernike 矩, 通过图像的 Zernike 矩来计算每个像素点的参数, 以判断该像素点是否为边缘点. 因此, 计算不同阶次的 Zernike 矩模板系数是图像边缘检测预处理的首要步骤. Ghosal 推导了 Zernike 矩  $Z_{00}, Z_{10}, Z_{20}$   $5 \times 5$  的模板系数. 在 Ghosal 等的工作基础上, 本文计算了 Zernike  $7 \times 7$  模板系数, 并把  $Z_{00}, Z_{10}, Z_{20}$  的模板系数扩展到  $Z_{31}, Z_{40}$ , 图 2 为 Zernike  $7 \times 7$  模板.

令图像  $f(x, y) = 1$ , 记  $Z_{nm}$  的模板为  $M_{nm}$ , 则有

$$M_{nm} = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} V_{nm}^*(\rho, \theta) dx dy \quad (23)$$

令  $f(x, y) = 1$  为图 2 所示的第  $i$  行、第  $j$  列的正方形面积,  $C$  表示由  $x^2 + y^2 \leq 1$  围成的单位圆面积, 模板  $M_{nm}$  的  $i$  行  $j$  列系数为  $M_{nm-ij}$ , 对应的积分域表示为  $\Omega_{ij} = C \cap S_{ij}$ , 则有

$$M_{nm-ij} = \iint_{\Omega_{ij}} V_{nm}^*(\rho, \theta) dx dy \quad (23)$$

由式 (23)、(24) 分别计算  $Z_{00}, Z_{11}, Z_{20}, Z_{31}, Z_{40}$  的  $7 \times 7$  模板系数, 结果见表 3~9.

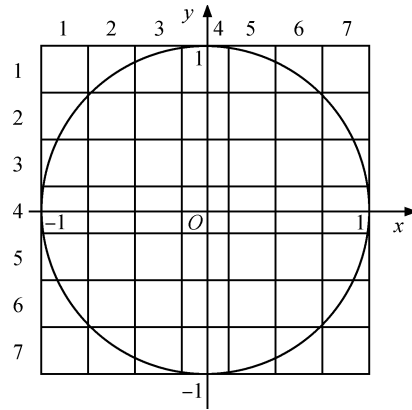


图 2 Zernike 7 × 7 模板

Fig. 2 The mask of size 7 × 7

表 3  $M_{00}$  模板

Table 3  $M_{00}$  mask

0	0.0287	0.0686	0.0807	0.0686	0.0287	0
0.0287	0.0815	0.0816	0.0816	0.0816	0.0815	0.0287
0.0686	0.0816	0.0816	0.0816	0.0816	0.0816	0.0686
0.0807	0.0816	0.0816	0.0816	0.0816	0.0816	0.0807
0.0686	0.0816	0.0816	0.0816	0.0816	0.0816	0.0686
0.0287	0.0815	0.0816	0.0816	0.0816	0.0815	0.0287
0	0.0287	0.0686	0.0807	0.0686	0.0287	0

表 4  $M_{11}$  实数模板

Table 4  $M_{11}$  real mask

0	-0.015	-0.019	0	0.019	0.015	0
-0.0224	-0.0466	-0.0233	0	0.0233	0.0466	0.0224
-0.0573	-0.0466	-0.0233	0	0.0233	0.0466	0.0573
-0.069	-0.0466	-0.0233	0	0.0233	0.0466	0.069
-0.0573	-0.0466	-0.0233	0	0.0233	0.0466	0.0573
-0.0224	-0.0466	-0.0233	0	0.0233	0.0466	0.0224
0	-0.015	-0.019	0	0.019	0.015	0

表 5  $M_{11}$  虚数模板

Table 5  $M_{11}$  imaginary mask

0	-0.0224	-0.0573	-0.069	-0.0573	-0.0224	0
-0.015	-0.0466	-0.0466	-0.0466	-0.0466	-0.0466	-0.015
-0.019	-0.0233	-0.0233	-0.0233	-0.0233	-0.0233	-0.019
0	0	0	0	0	0	0
0.019	0.0233	0.0233	0.0233	0.0233	0.0233	0.019
0.015	0.0466	0.0466	0.0466	0.0466	0.0466	0.015
0	0.0224	0.0573	0.069	0.0573	0.0224	0

表 6  $M_{20}$  模板

Table 6  $M_{20}$  mask

0	0.0225	0.0394	0.0396	0.0394	0.0225	0
0.0225	0.0271	-0.0128	-0.0261	-0.0128	0.0271	0.0225
0.0394	-0.0128	-0.0528	-0.0661	-0.0528	-0.0128	0.0394
0.0396	-0.0261	-0.0661	-0.0794	-0.0661	-0.0261	0.0396
0.0394	-0.0128	-0.0528	-0.0661	-0.0528	-0.0128	0.0394
0.0225	0.0271	-0.0128	-0.0261	-0.0128	0.0271	0.0225
0	0.0225	0.0394	0.0396	0.0394	0.0225	0

表 7  $M_{31}$  实数模板  
Table 7  $M_{31}$  real mask

0	-0.0103	-0.0073	0	0.0073	0.0103	0
-0.0153	-0.0018	0.0162	0	-0.0162	0.0018	0.0153
-0.0223	0.0324	0.0333	0	-0.0333	-0.0324	0.0223
-0.0190	0.0438	0.0390	0	-0.0390	-0.0438	0.0190
-0.0223	0.0324	0.0333	0	-0.0333	-0.0324	0.0223
-0.0153	-0.0018	0.0162	0	-0.0162	0.0018	0.0153
0	-0.0103	-0.0073	0	0.0073	0.0103	0

表 8  $M_{31}$  虚数模板  
Table 8  $M_{31}$  imaginary mask

0	-0.0153	-0.0223	-0.019	-0.0223	-0.0153	0
-0.0103	-0.0018	0.0324	0.0438	0.0324	-0.0018	-0.0103
-0.0073	0.0162	0.0333	0.039	0.0333	0.0162	-0.0073
0	0	0	0	0	0	0
0.0073	-0.0162	-0.0333	-0.039	-0.0333	-0.0162	0.0073
0.0103	0.0018	-0.0324	-0.0438	-0.0324	0.0018	0.0103
0	0.0153	0.0223	0.0190	0.0223	0.0153	0

表 9  $M_{40}$  模板  
Table 9  $M_{40}$  mask

0	0.013	0.0056	-0.0018	0.0056	0.013	0
0.0130	-0.0186	-0.0323	-0.0239	-0.0323	-0.0186	0.0130
0.0056	-0.0323	0.0125	0.0406	0.0125	-0.0323	0.0056
-0.0018	-0.0239	0.0406	0.0751	0.0406	-0.0239	-0.0018
0.0056	-0.0323	0.0125	0.0406	0.0125	-0.0323	0.0056
0.0130	-0.0186	-0.0323	-0.0239	-0.0323	-0.0186	0.0130
0	0.0130	0.0056	-0.0018	0.0056	0.0130	0

2.2 改进算法流程

在 Ghosal 提出的基于 Zernike 的亚像素边缘检测算法中: 通过公式  $l = Z_{20}/Z'_{11}$  确定  $l$  以及把  $l$  代入式 (8), (18), (19) 来确定参数  $\phi, k, h$ ; 边缘点的判定条件为  $k \geq k_t \cap l \leq l_t$ , 其中  $k_t, l_t$  为  $k$  和  $l$  的阈值. 文献 [8] 针对 Ghosal 算法对 Zernike 模板的放大效应进行了研究, 在他的改进算法中用式 (22) 取代了式 (21), 细化了图像边缘. 但二者对于边缘点的判定条件没有本质改变, 检测出的边缘线条都比较粗. 针对 Ghosal 算法和文献 [8] 算法的不足, 本算法进一步扩展了 Zernike 矩的计算, 提出了一种新的边缘判定依据: 用  $k \geq k_t \cap |l_2 - l_1| \leq l_t$  取代  $k \geq k_t \cap l \leq l_t$ . 具体算法步骤如下:

- Step 1. 计算  $7 \times 7$  模板  $\{M_{00}, M_{11}, M_{20}, M_{31}, M_{40}\}$ , 见第 2.1 节;
- Step 2. 利用模板  $\{M_{00}, M_{11}, M_{20}, M_{31}, M_{40}\}$  和图像的每一个像素点进行卷积运算得到  $\{Z_{00}, Z_{11}, Z_{20}, Z_{31}, Z_{40}\}$ ;
- Step 3. 取一像素点, 根据式 (20) 计算边缘角度  $\phi$ , 该角度方向垂直直线边缘;
- Step 4. 根据式 (15), (17), 计算  $l_1, l_2$ , 并计算  $l$ ;
- Step 5. 把  $l_2$  代入式 (18)、(19) 计算  $h, k$ ;
- Step 6. 如果该像素点的参数满足条件  $k \geq k_t \cap |l_2 - l_1| \leq l_t$  ( $k_t, l_t$  为判断阈值), 则该像素点为边缘点, 利用式 (22) 计算亚像素边缘点坐标; 否则, 返回 Step 3, 取下一像素点计算.

3 实验及结果分析

为了验证改进算法的有效性和优越性, 本文设计了三组实验. 这三组实验利用 Matlab 7.0 工具对本文提出的亚像素边缘检测改进算法进行程序上的实现.

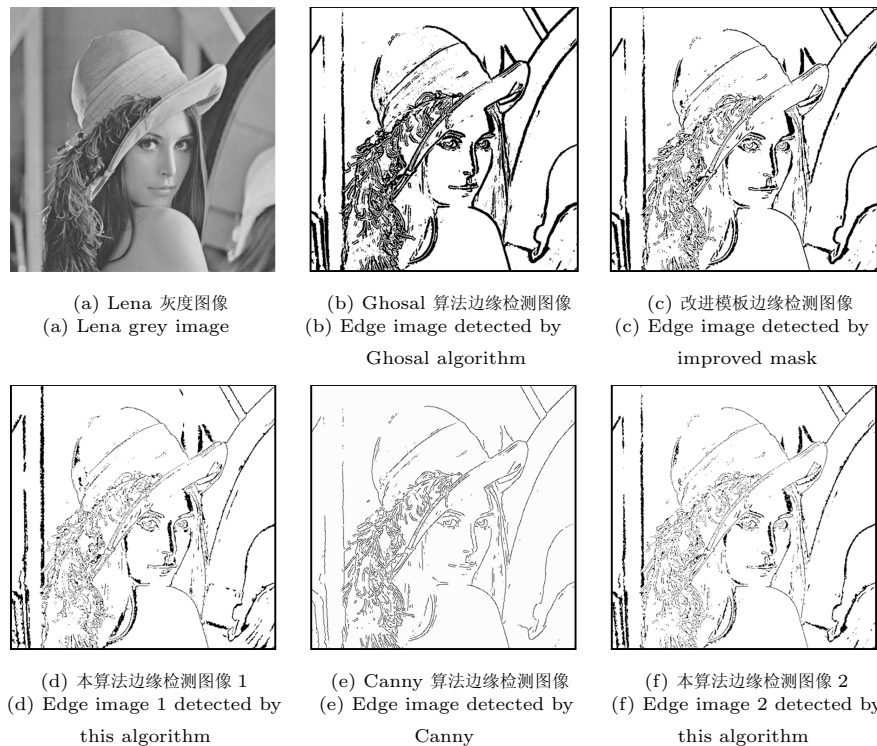


图 3 Lena 图像边缘检测结果比较

Fig. 3 Comparison of edge detection results for the Lena images

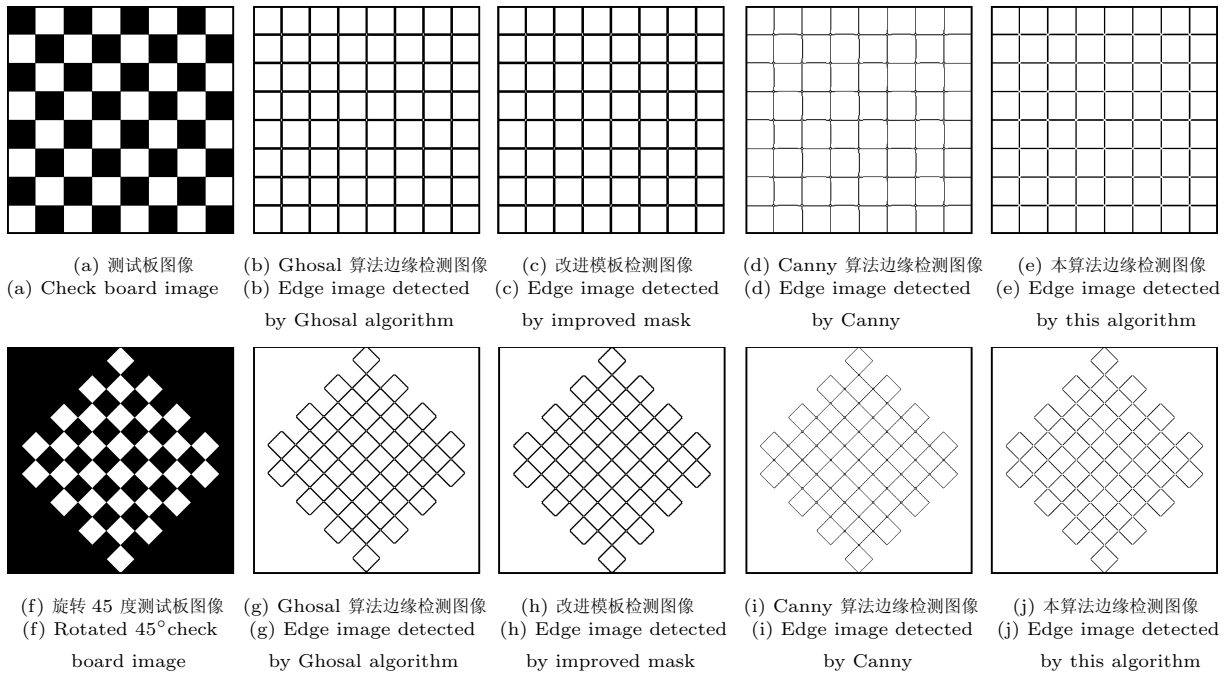


图 4 测试板边缘检测结果比较

Fig. 4 Comparison of edge detection results for the check board

第一组实验所用的图像是  $512 \times 512$  像素的 Lena 灰度图像, 如图 3 (见上页) 所示. 其中, 图 3(a) 是 Lena 原始图像; 图 3(b) 是用 Ghosal 算法提取的边缘图像, 边缘阈值强度为 35; 图 3(c) 是文献 [8] 在 Ghosal 算法其他条件不变, 仅考虑模板放大效应时提取的边缘图像; 图 3(e) 是用 Canny 算子提取的边缘图像; 图 3(d) 和图 3(f) 是本文提出的改进算法在边缘阈值强度为 15, 距离阈值分别为 0.2 和 0.1 检测出的边缘图像, 采用不同的边缘阈值强度是因为在计算  $k$  时用到的参数  $l$  是由不同阶次的 Zernike 矩得到. 通过实验对比发现, 当  $l_t = 0.2$  时, 本文提出的改进算法明显好于 Ghosal 算法. 当  $l_t = 0.1$ , 如图 3(e), 检测结果和 Canny 算子检测的结果的相近. 但本算法检测出的图像边缘信息却比 Canny 算法检测的图像边缘信息丰富.

第二组实验所用测试板为  $8 \times 8$  黑白相间的  $400 \times 400$  像素的图像. 实验主要目的是比较不同算法对水平边缘、垂直边缘及斜边边缘的识别能力. 图 4 为测试板及实验结果, 其中, 图 4(a) 是测试板原图; 图 4(f) 为图 4(a) 图旋转  $45^\circ$  后的测试板图像; 图 4(b) 和图 4(g) 是采用 Ghosal 算法及  $5 \times 5$  模板提取的边缘图像; 边缘判定条件为  $k_t = 0.9, l_t = 1/\sqrt{2}$ ; 图 4(c) 和图 4(h) 为文献 [8] 对 Ghosal 算法模板进行改进, 用  $l_t = 5/2\sqrt{2}$  代替  $l_t = 1/\sqrt{2}$  提取的边缘图像, 采用的也是  $5 \times 5$  模板; 图 4(d) 和图 4(i) 是采用 Canny 算子提取的边缘图像; 图 4(e) 和图 4(j) 是通过本文算法改变了距离阈值判断方法后, 采用  $7 \times 7$  的模板, 在  $k_t = 1.7, l_t = 1$  条件下提取的边缘的图像. 通过对比发现, 本文算法提取的边缘线条比原算法及文献 [8] 细, 因而定位更准确; 而 Canny 算子提取出的水平边缘线条弯曲, 定位精确稍差.

第三组实验目的是为了提取图像边缘的亚像素坐标, 为此, 制作了一幅  $100 \times 100$  的灰度图像, 如图 5 所示, 在图像中间插入了一个倒立的梯形, 其左侧斜边和右侧垂直边的夹角为  $15^\circ$ , 梯形面积的灰度值为 0, 背景的灰度值为 1. 图 5 梯形底边落在图像第 30 行, 第 20~80 列位置上, 和文献 [8]

边缘检测实验用到的边缘条件相同.

提取梯形左侧斜边和上边的亚像素坐标, 并同文献 [8] 相比, 结果见表 10 和表 11 (见下页).

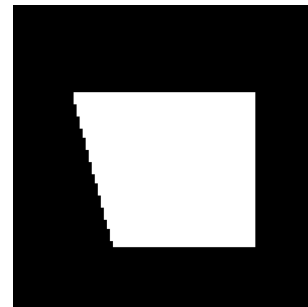


图 5 梯形灰度图像

Fig. 5 Trapezia grey image

表 10 梯形斜边亚像素坐标检测

Table 10 The hypotenuse subpixel coordinate detection

边缘像素坐标	改进模板算法坐标	本文算法坐标
(30.5, 21)	(30.500 0, 21)	(30.570 2, 21)
(31.5, 21)	(31.956 2, 21)	(31.720 8, 21)
(32.5, 21)	(32.674 8, 21)	(32.490 5, 21)
(33.5, 21)	(33.276 7, 21)	(33.390 9, 21)
(34.5, 22)	(34.509 6, 22)	(34.570 2, 22)
(35.5, 22)	(35.276 9, 22)	(35.720 8, 22)
(36.5, 22)	(36.674 8, 22)	(36.490 5, 22)
(37.5, 22)	(37.276 7, 22)	(37.390 9, 22)
(38.5, 23)	(38.509 6, 23)	(38.570 2, 23)
(39.5, 23)	(39.276 9, 23)	(39.720 8, 23)

表 11 梯形底边亚像素坐标检测  
Table 11 The base edge subpixel coordinate detection

实际像素坐标	改进模板算法坐标	本文算法坐标
(30.5, 55)	(30.528 7,55)	(30.516 9,55)
(30.5, 56)	(30.528 7,56)	(30.516 9,56)
(30.5, 57)	(30.528 7,57)	(30.516 9,57)
(30.5, 58)	(30.528 7,58)	(30.516 9,58)
(30.5,59)	(30.528 7,59)	(30.516 9,59)
(30.5, 60)	(30.528 7,60)	(30.516 9,60)
(30.5, 61)	(30.528 7,61)	(30.516 9,61)
(30.5, 62)	(30.528 7,62)	(30.516 9,62)
(30.5, 63)	(30.528 7,63)	(30.516 9,63)
(30.5,64)	(30.528 7,64)	(30.516 9,64)

图 6 为把本文提取的亚像素坐标偏差同文献 [8] 和 Ghosal 算法得到的坐标偏差进行分析比较. 图中三角形、五角星和圆形符号分别表示文献 [8]、本算法及 Ghosal 计算的亚像素坐标偏差.

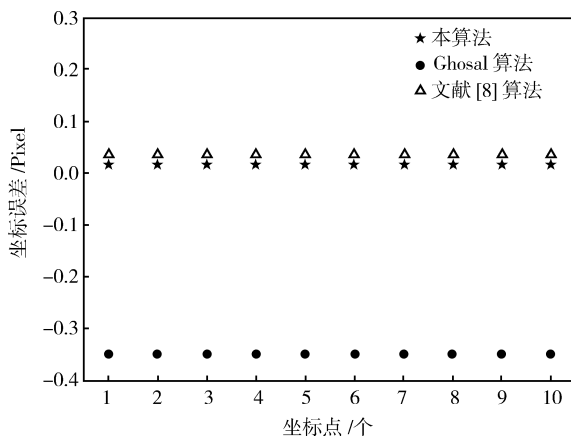


图 6 亚像素坐标偏差分析

Fig. 6 The analysis of the subpixel coordinate errors

## 4 结论

通过推导  $7 \times 7$  Zernike 模板系数和计算  $Z_{31}, Z_{40}$ , 提出了不同于 Ghosal 算法的边缘点判断依据, 改进后的算法具有更好的图像边缘检测能力, 检测的边缘较细, 边缘定位精度较高. 由于矩的方法是基于积分运算的方法, 所以同其他基于微分运算的边缘检测算子相比具有更好的抗噪能力. 但是, 在基于 Zernike 矩的亚像素边缘检测过程中, 需要对每个像素进行卷积运算, 故运算量较大, 有待于进一步研究.

## References

- Zhang Yu-Jin. *Image Segmentation*. Beijing: Science Press, 2001. 9–18  
(章毓晋. 图像分割. 北京: 科学出版社, 2001. 9–18)
- Wen Shan, Li Bao-Qing. Multidirectional image edge detection based on wavelet laid. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(5): 480–487  
(文山, 李葆青. 基于小波分层的多方向图像边缘检测. 自动化学报, 2007, **33**(5): 480–487)

- Ding Xing-Hao, Deng Shan-Xi, Yang Yong-Yue, Zhao Qian-Cheng. Sub-pixel detection based on spatial moment and Zernike moment. *Journal of Applied Sciences*, 2004, **22**(2): 191–194  
(丁兴号, 邓善熙, 杨永跃, 赵前程. 基于空间矩和 Zernike 矩的亚像素边缘检测. 应用科学学报, 2004, **22**(2): 191–194)
- Lyvers E P, Mitchell O R, Akey M L, Reeves A P. Subpixel measurements using a moment-based edge operator. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, **11**(12): 1293–1308
- Liao S X, Pawlak M. Image analysis with Zernike moment descriptors. In: *Proceedings of IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*. Nfld, Canada: IEEE, 1997. 700–703
- Ghosal S, Mehrotra R. Detection of composite edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1994, **3**(1): 14–25
- Ghosal S, Mehrotra R. Orthogonal moment operators for subpixel edge detection. *Pattern Recognition*, 1993, **26**(2): 295–306
- Li Jin-Quan, Wang Jian-Wei, Chen Shan-Ben, Wu Lin. Improved algorithm of subpixel edge detection using Zernike orthogonal moments. *Optical Technique*, 2003, **29**(4): 500–503  
(李金泉, 王建伟, 陈善本, 吴林. 一种改进的 Zernike 正交矩亚像素边缘检测算法. 光学技术, 2003, **29**(4): 500–503)
- Wang Mei-Hua. *The Application of Invariants Theory in Pattern Recognition* [Master dissertation], Yanshan University, 2004  
(王美华. 不变量理论在模式识别中的应用 [硕士学位论文], 燕山大学, 2004)
- Teague M R. Image analysis via the general theory of moments. *Journal of the Optical Society of America*, 1980, **70**: 920–930
- Abdallah S M, Nebot E M, Rye D C. Object recognition and orientation via Zernike moments. *Lecture Notes in Computer Science*, 1997, **1351**: 386–393

高世一 中国科学院沈阳自动化研究所博士研究生. 主要研究方向为机器视觉与图像处理. 本文通信作者. E-mail: shiyi\_gao@163.com  
(GAO Shi-Yi Ph. D. candidate at Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers machine vision and image process. Corresponding author of this paper.)

赵明扬 中国科学院沈阳自动化研究所研究员. 主要研究方向机器人机构学, 仿生机器人, 并联机器人以及先进制造装备的基础理论和应用系统的研究. E-mail: myzhao@sia.cn  
(ZHAO Ming-Yang Professor at Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers robot mechanism, bionic robot, parallel robot, and application research of advanced manufacturing.)

张雷 中国科学院沈阳自动化研究所博士研究生. 主要研究方向为机器视觉与图像处理. E-mail: zhanglei1@sia.cn  
(ZHANG Lei Ph. D. candidate at Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers machine vision and image process.)

邹媛媛 中国科学院沈阳自动化研究所博士研究生. 主要研究方向为机器视觉与视觉伺服控制. E-mail: zouyy@sia.cn  
(ZOU Yuan-Yuan Ph. D. candidate at Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. Her research interest covers computer vision and vision based control.)