

基于 DSC 后推法的非线性系统的鲁棒自适应 NN 控制

李铁山^{1,2} 邹早建¹ 罗伟林¹

摘要 针对一类具有不确定系统函数和方向未知的不确定增益函数的非线性系统, 提出了一种鲁棒自适应神经网络控制算法. 本算法采用 RBF 神经网络 (Radial based function neural network, RBF NN) 逼近模型不确定性, 外界干扰和建模误差采用非线性阻尼项进行补偿, 将动态面控制 (Dynamic surface control, DSC) 与后推方法结合, 消除了反推法的计算膨胀问题, 降低了控制器的复杂性; 尤其是采用 Nussbaum 函数处理系统中方向未知的不确定虚拟控制增益函数, 不仅可以避免可能存在的控制器奇异值问题, 而且还能使得整个系统的在线学习参数显著减少, 与 DSC 方法优点结合, 使得控制算法的计算量大为减少, 便于计算机实现. 稳定性分析证明了所得闭环系统是半全局一致最终有界 (Semi-global uniformly ultimately bounded, SGUUB) 的, 并且跟踪误差可以收敛到原点的一个较小邻域. 最后, 计算机仿真结果表明了本文所提出控制器的有效性.

关键词 不确定非线性系统, 神经网络, 动态面控制, 自适应控制, Nussbaum 增益
中图分类号 TP273.2

DSC-backstepping Based Robust Adaptive NN Control for Nonlinear Systems

LI Tie-Shan^{1,2} ZOU Zao-Jian¹ LUO Wei-Lin¹

Abstract A systematic procedure for synthesis of robust adaptive neural network control is proposed for a class of strict-feedback nonlinear systems with both unknown system nonlinearities and unknown virtual control gain nonlinearities. By employing radial based function neural network (RBF NN) to approximate uncertain nonlinear system functions, and nonlinear damping item to compensate for both external disturbance and modeling error, and by combining dynamic surface control (DSC) with backstepping technique and Nussbaum gain approach, the algorithm can not only overcome both the “explosion of complexity” problem inherent in the backstepping method and the possible “controller singularity” problem, but also reduce dramatically the number of on-line learning parameters, thus reducing the computation load of the algorithm correspondingly and making it easy in actual implementation. The stability analysis shows that all closed-loop signals are semi-global uniformly ultimately bounded (SGUUB), with the tracking error converging to a small neighborhood of the origin by appropriately choosing design constants. Finally, simulation results are presented to show the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words Uncertain nonlinear systems, neural network (NN), dynamic surface control (DSC), adaptive control, Nussbaum gain

在过去的 20 年中, 针对一类带有参数不确定性的非线性系统的自适应跟踪控制引起了控制界的广泛关注, 人们相继提出了许多控制方法^[1]. 然而, 这些方法的一个共同特点是其处理的不确定性是参数线性化形式的, 即要求系统中的不确定参数关于已知非线性函数是线性的. 但在工程实践中, 很多系统

中的不确定性都具有结构未知、难以建模和不可重复的特性. 为了处理这种不确定性, 针对一类具有 Brunovsky 形式的系统, 基于逼近器和 Lyapunov 稳定性理论的控制技术应运而生^[2-3]. 近年来, 人们利用自适应后推设计思想, 将基于逼近器的自适应控制方法, 诸如包括自适应神经网络控制技术^[4-5]、自适应模糊神经控制技术^[6-7], 拓展到一类具有强不确定性和非线性的严格反馈系统. 此外, 针对一类控制方向未知的强非线性不确定系统, 文献 [8-9] 借助 Nussbaum 增益技术^[10] 相继提出了自适应神经/模糊控制方法.

然而, 上述基于后推技术的自适应控制方法都存在一种缺陷, 即“计算膨胀”问题. 因为后推技术在每一步反向递推中都要对虚拟控制律 (已知非线性函数) 进行重复求导, 导致较高阶虚拟控制律和最终控制器所含项随着系统阶数的增加爆炸性膨胀, 使得控制器的计算复杂度剧增, 从而限制了这种方法在实际工程中的应用. 庆幸的是, Swaroop 等在

收稿日期 2007-11-26 收修改稿日期 2008-04-04
Received November 26, 2007; in revised form April 4, 2008
国家自然科学基金 (50779033, 60874056), 国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2007AA11Z250), 中国博士后科学基金 (20070420101), 上海市博士后科研资助计划 (07R214128) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (50779033, 60874056), National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2007AA11Z250), China Postdoctoral Science Foundation (20070420101), and Shanghai Postdoctoral Scientific Program (07R214128)
1. 上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院 上海 200030 2. 大连海事大学航海学院 大连 116026
1. School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030 2. Navigation College, Dalian Maritime University, Dalian 116026
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.01424

文献 [11–12] 中首次提出了动态面控制 (Dynamic surface control, DSC) 方法, 通过引入一阶低通滤波器对虚拟控制律进行估计, 解决了参数不确定系统的自适应控制方法中因后推引起的计算膨胀问题. 近来, Wang 等将 DSC 方法与自适应神经控制结合, 提出了一种针对任意未知非线性的严格反馈三角形 SISO (Single-input single-output) 系统的 DSC 神经自适应控制方法^[13]. 随后, 文献 [14–15] 又相继将文献 [13] 提出的设计方法推广到具有干扰、虚拟控制增益为未知函数的一般形式的严格反馈和半严格反馈非线性 SISO 系统. 这些算法都有效地避免了传统后推方法所固有的计算膨胀问题.

受到上述成果的启发, 本文针对一类有外扰、控制增益为方向未知的不确定非线性函数的 SISO 系统, 引入 Nussbaum 函数处理方向未知的不确定虚拟控制增益函数, 无需再对其进行逼近, 只用 RBF 神经网络 (Radial based function neural network, RBF NN) 逼近不确定系统函数, 并采用非线性阻尼项补偿闭环系统的外界干扰和神经网络重构误差, 提出一种鲁棒自适应神经 DSC 跟踪控制方法. 由于在控制设计中引入 Nussbaum 函数使得闭环系统的稳定性证明难度增大, 因此文中对闭环系统的稳定性给出了进一步证明.

1 问题的提出

考虑如下一类严格反馈非线性不确定系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i = g_i(\bar{\mathbf{x}}_i) x_{i+1} + f_i(\bar{\mathbf{x}}_i) + \Delta_i(t, \mathbf{x}) \\ \dot{x}_n = g_n(\mathbf{x}) u + f_n(\mathbf{x}) + \Delta_n(t, \mathbf{x}) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\bar{\mathbf{x}}_i = [x_1, \dots, x_i]^T$, $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态向量, $u, y \in \mathbf{R}$ 为系统的输入和输出, $f_i(\cdot)$ 为结构未知的光滑非线性函数, $g_i(\cdot)$ 为未知光滑虚拟控制增益函数, $\Delta_i(t, \mathbf{x})$ ($1 \leq i \leq n$) 表示有界的不确定外界干扰.

目标是设计一种鲁棒自适应神经网络跟踪控制律, 使得闭环系统的所有信号一致最终有界. 为此, 对上述系统作如下假设.

假设 1. 未知增益函数 $g_i(\cdot)$ 符号未知且有界, 即存在一个正的常数 G_i , 使得 $|g_i| \leq G_i$. 值得注意的是, 这里的界信息 G_i 只是为了后文理论分析上的需要, 在设计中并不需要.

假设 2. 外界干扰 $\Delta_i(t, \mathbf{x})$ 是有界的, 满足 $|\Delta_i(\cdot)| \leq d_i$, $i = 1, \dots, n$, d_i 为未知的正常数.

假设 3. 参考信号 $y_r(t)$ 光滑有界, 且具有 2 阶连续有界的导数, 即存在一个正的常数 B_0 , 使得集合 $\Pi_0 = \{(y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r) : y_r^2 + \dot{y}_r^2 + \ddot{y}_r^2 \leq B_0\}$ 成立.

2 神经网络动态面控制设计

我们首先介绍 Nussbaum 型函数及与之相关的一个引理.

定义 1^[10]. 连续函数 $N(s) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 被称为是一个 Nussbaum 型函数, 具有下列属性

$$\limsup_{s \rightarrow +\infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\kappa) d\kappa = +\infty$$

$$\liminf_{s \rightarrow +\infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\kappa) d\kappa = -\infty$$

本文取 Nussbaum 函数 $N(\kappa) = e^{\kappa^2} \cos((\pi/2)\kappa)$.

引理 1^[10]. 设 $V(\cdot)$ 和 $\kappa(\cdot)$ 为定义在 $[0, t_f]$ 上的光滑函数, 其中 $V(t) \geq 0, \forall t \in [0, t_f]$, 并且 $N(\cdot)$ 为一光滑 Nussbaum 型函数. 如果 $\forall t \in [0, t_f]$, 以下不等式成立

$$V(t) \leq c_0 + e^{-c_1 t} \int_0^t g(x(\tau)) N(\kappa) \dot{\kappa} e^{c_1 \tau} d\tau + e^{-c_1 t} \int_0^t \dot{\kappa} e^{c_1 \tau} d\tau$$

其中常数 $c_1 > 0$, $g(x(\tau))$ 为时变函数, c_0 表示某一适当的常数, 则 $V(t)$, $\kappa(t)$ 和 $\int_0^t g(x(\tau)) N(\kappa) \dot{\kappa} d\tau$ 在 $[0, t_f]$ 上必定有界.

注 1. 根据文献 [16] 的命题 2, 若闭环解有界, 则 $t_f = \infty$.

考虑系统中的未知非线性, 本文用 RBF 神经网络在线逼近. RBF 神经网络为单隐层神经网络, 结构简单, 是一种典型的局部逼近神经网络, 学习收敛速度快, 能够逼近任意非线性函数. 给定任意一个光滑的非线性函数 $f : \Omega \rightarrow \mathbf{R}^n$, 则存在一个 RBF 基函数向量 $\xi : \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^p$ 以及理想的神经网络权值矩阵 $\theta^* \in \mathbf{R}^{p \times n}$, 使得

$$f(\cdot) = \theta^{*T} \xi(\cdot) + \varepsilon \quad (2)$$

其中, Ω 为 \mathbf{R}^m 上的一个紧集, $\varepsilon \in \mathbf{R}^n$ 为神经网络的重构误差, 理想的权值矩阵 θ^* 取在紧集 Ω 内使得 ε 最小的估计值 $\hat{\theta}$, 定义为

$$\theta^* = \arg \min_{\hat{\theta} \in \mathbf{R}^{p \times n}} \left\{ \sup_{x \in \Omega} \left\| f(x) - \hat{\theta}^T \xi(x) \right\| \right\}$$

实际中, 因 θ^* 无法得到, 用 $\hat{\theta}$ 表示其估计值, $\tilde{\theta}$ 为估计误差, 即 $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta^*$. 因此, 系统的未知非线性不确定性 $f_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, n$ 可表示为

$$f_i = \hat{\theta}_i^T \xi_i(\cdot) - \tilde{\theta}_i^T \xi_i(\cdot) + \varepsilon_i \quad (3)$$

式中, $\hat{\theta}_i = [\theta_i^1, \dots, \theta_i^{l_i}]^T$, $j = 1, 2, \dots, l_i$, l_i 为神经网络 i 的隐层节点个数. $\xi_i(\cdot) = [\xi_i^1(\cdot), \xi_i^2(\cdot), \dots,$

$\xi_i^j(\cdot)^T, \xi_i^j(\cdot)$ 为神经网络基函数. 在后面的推导中, 需要用到以下的假设.

假设 4. 网络权值 θ_i^* 和重构误差 ε_i 有界, 即存在正常数 θ_M 和 ε_H , 满足 $|\theta_i^*| \leq \theta_M, \|\varepsilon_i\| \leq \varepsilon_H$.

假设 5. 存在 C^1 上的正定光滑有界函数 $\rho_i(\cdot)$, 使得 $|d_i + \varepsilon_H| \leq \rho_i(\bar{x}_i)$.

下面给出控制器设计的具体步骤.

步骤 1. 考虑 \dot{x}_1 -子系统, 定义第一个误差面

$$s_1 = x_1 - y_r \tag{4}$$

则有

$$\dot{s}_1 = f_1(x_1) + g_1 x_2 + \Delta_1 - \dot{y}_r \tag{5}$$

根据式 (3), 有

$$\dot{s}_1 = \hat{\theta}_1^T \xi_1(x_1) - \tilde{\theta}_1^T \xi_1(x_1) + g_1 x_2 - \dot{y}_r + \Delta_1 + \varepsilon_1 \tag{6}$$

此时, 将 x_2 看作系统 (6) 的虚拟控制律. 针对系统 (6) 中符号未知的不确定虚拟控制增益, 我们借助 Nussbaum 增益技术来处理. 为此取虚拟控制律的期望值和自适应律如下

$$x_{2R} = N(\kappa_1) \left(k_1 s_1 + \hat{\theta}_1^T \xi_1(x_1) + s_1 \frac{\rho_1^2(x_1)}{2c_1} - \dot{y}_r \right) \tag{7}$$

$$N(\kappa_1) = e^{\kappa_1^2} \cos \left(\left(\frac{\pi}{2} \right) \kappa_1 \right) \tag{8}$$

$$\dot{\kappa}_1 = \left(k_1 s_1 + \hat{\theta}_1^T \xi_1(x_1) + \frac{\rho_1^2(x_1)}{2c_1} s_1 - \dot{y}_r \right) s_1 \tag{9}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \Gamma_1 [\xi_1(x_1) s_1 - \sigma_1 (\hat{\theta}_1 - \theta_1^0)] \tag{10}$$

其中, k_1, c_1, σ_1 均为正的设计常数, θ_1^0 为初值, Γ_1 为正定对称矩阵, κ_1 为 Nussbaum 函数变量. 为简便计, 对于步骤 $i = 2, \dots, n$ 的情况, 设计参数和变量具有与这里相同的含义, 本文不再赘述.

在此, 将 x_{2R} 通过时间常数为 η_2 的一阶低通滤波器, 得到 x_{2R} 的估计值 z_2

$$\eta_2 \dot{z}_2 + z_2 = x_{2R}, \quad z_2(0) = x_{2R}(0) \tag{11}$$

步骤 i ($2 \leq i \leq n-1$). 定义第 i 个误差面

$$s_i = x_i - z_i \tag{12}$$

则有

$$\dot{s}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i) x_{i+1} + \Delta_i - \dot{z}_i \tag{13}$$

用神经网络系统 (3) 逼近系统不确定函数, 得

$$\dot{s}_i = \hat{\theta}_i^T \xi_i(\bar{x}_i) - \tilde{\theta}_i^T \xi_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i) x_{i+1} - \dot{z}_i + \Delta_i + \varepsilon_i \tag{14}$$

类似地, 取如下虚拟控制律和自适应律

$$x_{(i+1)R} = N(\kappa_i) \left(k_i s_i + \hat{\theta}_i^T \xi_i(\bar{x}_i) + s_i \frac{\rho_i^2(\bar{x}_i)}{2c_i} - \dot{z}_i \right) \tag{15}$$

$$N(\kappa_i) = e^{\kappa_i^2} \cos \left(\left(\frac{\pi}{2} \right) \kappa_i \right) \tag{16}$$

$$\dot{\kappa}_i = \left(k_i s_i + \hat{\theta}_i^T \xi_i(\bar{x}_i) + s_i \frac{\rho_i^2(\bar{x}_i)}{2c_i} - \dot{z}_i \right) s_i \tag{17}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \Gamma_i [\xi_i(\bar{x}_i) s_i - \sigma_i (\hat{\theta}_i - \theta_i^0)] \tag{18}$$

同样, 将 $x_{(i+1)R}$ 通过时间常数为 η_{i+1} 的一阶低通滤波器, 得到 $x_{(i+1)R}$ 的估计值 z_{i+1}

$$\eta_{i+1} \dot{z}_{i+1} + z_{i+1} = x_{(i+1)R}, \quad z_{i+1}(0) = x_{(i+1)R}(0) \tag{19}$$

注 2. 常规反推法在每一步都需要对上一步所得的虚拟控制量进行求导, 从而成倍地产生不确定非线性项, 神经网络需要对不确定系统函数 $f_i(\bar{x}_i)$ 和这些衍生不确定非线性项同时进行逼近, 使得神经网络的输入项至少成倍增加^[5], 所需在线学习参数数量至少为 $(N_i = l_i \times (2i))$ 个 (l_i 为神经网络 i 的隐层节点个数). 而在 DSC 算法中, 第 i 个子系统的神经网络只需对不确定系统函数 $f_i(\bar{x}_i)$ 进行逼近, 在线学习参数显著减少, 仅为 $(N_i = l_i \times i)$ 个, 从而使得控制算法的计算量大为减少, 在工程中比较容易实现.

注 3. 与文献 [14–15] 分别采用两个 NN 逼近每个子系统的不确定系统函数和虚拟控制增益函数不同, 本文只用一个 RBF NN 逼近不确定系统函数; 并通过引入 Nussbaum 函数, 无需利用 NN 或模糊逼近器对系统中方向未知的不确定虚拟控制增益函数 $g_i(\bar{x}_i)$ 进行逼近, 只需利用 Nussbaum 型增益函数 $N(\kappa_i)$ 对其进行估计 (自适应参数也只有一个 Nussbaum 函数变量 κ_i), 这样就使得算法中的自适应参数显著减少, 尤其是与 DSC 方法结合, 可以大大降低算法的计算负担.

步骤 n . 实际控制 u 出现, 定义第 n 个误差面

$$s_n = x_n - z_n \tag{20}$$

类似地, 有

$$\dot{s}_n = \hat{\theta}_n^T \xi_n(x) - \tilde{\theta}_n^T \xi_n(x) + g_n(x) u - \dot{z}_n + \Delta_n + \varepsilon_n \tag{21}$$

取控制律和自适应律如下

$$u = N(\kappa_n) \left(k_n s_n + \hat{\theta}_n^T \xi_n(x) + s_n \frac{\rho_n^2(x)}{2c_n} - \dot{z}_n \right) \tag{22}$$

$$N(\kappa_n) = e^{\kappa_n^2} \cos \left(\left(\frac{\pi}{2} \right) \kappa_n \right) \tag{23}$$

$$\dot{\kappa}_n = \left(k_n s_n + \hat{\theta}_n^T \xi_n(\mathbf{x}) + s_n \frac{\rho_n^2(\mathbf{x})}{2c_n} - \dot{z}_n \right) s_n \quad (24)$$

$$\hat{\theta}_n = \Gamma_n [\xi_n(\mathbf{x}) s_n - \sigma_n (\hat{\theta}_n - \theta_n^0)] \quad (25)$$

注 4. 本文将 Nussbaum 增益技术引入 DSC 方法中, 与传统的基于逼近器的反馈线性化方法所得到的控制律形式 $u = (1/\hat{g}(\mathbf{x}))(-\hat{f}(\mathbf{x}))$ 比较, 本文提出的控制律 (22), 不仅避免了控制器奇异值问题, 与文献 [14–15] 中采用积分型 Lyapunov 函数处理控制器奇异值的方法比较, 也更加简单.

3 稳定性分析

本文因在设计中引入 Nussbaum 函数, 使得闭环系统的稳定性证明较文献 [13–15] 的难度增大, 因此在这里有必要对闭环系统的稳定性给出进一步证明.

首先, 定义系统的边界层误差

$$y_{i+1} = z_{i+1} - x_{(i+1)R}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (26)$$

考虑到式 (7)~(9), 系统 (6) 变为

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 = & g_1 s_2 + g_1 y_2 + (g_1 N(\kappa_1) + 1) \varsigma_1 - \tilde{\theta}_1^T \xi_1(x_1) + \\ & (\Delta_1 + \varepsilon_1) - k_1 s_1 - s_1 \frac{\rho_1^2(x_1)}{2c_1} \end{aligned} \quad (27)$$

类似地, 有

$$\begin{aligned} \dot{s}_i = & g_i s_{i+1} + g_i y_{i+1} + (g_i N(\kappa_i) + 1) \varsigma_i - \\ & \tilde{\theta}_i^T \xi_i(\bar{x}_i) + (\Delta_i + \varepsilon_i) - k_i s_i - s_i \frac{\rho_i^2(\bar{x}_i)}{2c_i} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_n = & (g_n N(\kappa_n) + 1) \varsigma_n - \tilde{\theta}_n^T \xi_n(\mathbf{x}) + \\ & (\Delta_n + \varepsilon_n) - k_n s_n - s_n \frac{\rho_n^2(\mathbf{x})}{2c_n} \end{aligned} \quad (29)$$

其中, $\varsigma_i = k_i s_i + \tilde{\theta}_i^T \xi_i(\bar{x}_i) + s_i (\rho_i^2(\bar{x}_i)/2c_i) - \dot{z}_i, i = 1, \dots, n$. 由于 $\dot{z}_2 = -(z_2 - x_{2R})/\eta_2 = -y_2/\eta_2$, 则

$$\begin{aligned} \dot{y}_2 = & \dot{z}_2 - \dot{x}_{2R} = -\frac{y_2}{\eta_2} + \\ & \left(-\frac{\partial N(\kappa_1)}{\partial \kappa_1} \dot{\kappa}_1 \varsigma_1 - N(\kappa_1) \left(k_1 \dot{s}_1 + \tilde{\theta}_1^T \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \right. \right. \\ & \left. \left. \dot{\theta}_1^T \xi_1(x_1) + \dot{s}_1 \frac{\rho_1^2(x_1)}{2c_1} + s_1 \frac{\rho_1(x_1)}{c_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 - \ddot{y}_r \right) \right) = \\ & -\frac{y_2}{\eta_2} + B_2(s_1, s_2, y_2, \hat{\theta}_1, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r) \end{aligned} \quad (30)$$

其中 $B_2(\cdot)$ 是上式右边的剩余项, 是一个连续函数. 类似地, 有

$$\begin{aligned} \dot{y}_{i+1} = & -\frac{y_{i+1}}{\eta_{i+1}} + \\ & B_{i+1}(s_1, \dots, s_{i+1}, y_2, \dots, y_i, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_i, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r) \end{aligned} \quad (31)$$

这里 $B_{i+1}, i = 2, \dots, n-1$ 是连续函数, 其表达式见本页下方.

现在分析由系统 (27)~(31) 和参数自适应律 (10), (18), (25) 以及虚拟控制律 (7), (15) 和控制律 (22) 组成的闭环系统的稳定性.

首先提出如下定理.

定理 1. 考虑上述闭环系统, 对于给定的任意正数 p_i , 如果初始条件满足 $\Pi_i = \{\sum_{j=1}^i s_j^2 + \sum_{j=1}^i (\tilde{\theta}_j^T \Gamma_j^{-1} \tilde{\theta}_j) + \sum_{j=2}^i y_j^2\} < 2p_i$, 则存在 $k_i, c_i, \eta_i, \sigma_i$ 和 Γ_i , 使得闭环系统的解一致最终有界. 同时, 可以通过调整控制器参数而使得跟踪误差充分小.

证明. 首先应当指出的是, 在传统的“消去后推”设计方法^[1]中, 为了消去在 \dot{V}_{i-1} 中不希望看到的附加项 $s_{i-1}s_i$, 需要定义 V_i 为 V_{i-1} 与 s_i^2 以及可能存在的估计误差的平方之和, 这样, 在 \dot{V}_i 中就会出现两个甚至两个以上的 Nussbaum 函数. 而这种情况是不能利用引理 1 进行处理的. 为此, 本文采用了“解耦后推” (Decoupled backstepping) 方法^[8].

由于本文采用系统的设计方法, 所得到的各子系统的算法具有高度结构对称性, 因此现在可以先考虑具有代表性的第 i 个子系统. 为此, 定义

$$V_i = \frac{1}{2} s_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2} y_{i+1}^2 \quad (32)$$

则其对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & s_i \dot{s}_i + \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_i + y_{i+1} \dot{y}_{i+1} = \\ & -k_i s_i^2 + (g_i N(\kappa_i) + 1) s_i \varsigma_i + g_i s_i s_{i+1} + \\ & g_i s_i y_{i+1} + s_i (\Delta_i + \varepsilon_i) - s_i^2 \frac{\rho_i^2(\bar{x}_i)}{2c_i} + \\ & \tilde{\theta}_i^T (\Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_i - \xi_i s_i) + y_{i+1} \left(-\frac{y_{i+1}}{\eta_{i+1}} + B_{i+1} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

注意到假设 2、假设 5 和自适应律 (18), 不等式 $ab \leq \frac{1}{4} a^2 + b^2$ 和 $|s_i| \rho_i(\bar{x}_i) - s_i^2 \frac{\rho_i^2(\bar{x}_i)}{2c_i} \leq \frac{c_i}{2}$, 以及 $\tilde{\theta}_i^T (\hat{\theta}_i - \theta_i^0) \geq \frac{1}{2} |\tilde{\theta}_i|^2 - \frac{1}{2} |\theta_i^* - \theta_i^0|^2$, 则式 (33) 变为

$$B_{i+1} = -\frac{\partial N(\kappa_i)}{\partial \kappa_i} \dot{\kappa}_i \varsigma_i - N(\kappa_i) \left(k_i \dot{s}_i + \dot{s}_i \frac{\rho_i^2(\bar{x}_i)}{2c_i} + \tilde{\theta}_i^T \xi_i(\bar{x}_i) + \left(\tilde{\theta}_i^T \frac{\partial \xi_i}{\partial (x_1, \dots, x_i)} + s_i \frac{\rho_i(\bar{x}_i)}{c_i} \frac{\partial \rho_i}{\partial (x_1, \dots, x_i)} \right) \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} + \frac{\dot{y}_i}{\eta_i} \right)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -(k_i - 2)s_i^2 - \frac{\sigma_i}{2\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})} \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{\theta}_i + \\ & (g_i N(\kappa_i) + 1) \dot{\kappa}_i \frac{c_i}{2} + \frac{\sigma_i}{2} |\theta_i^* - \theta_i^0|^2 + \\ & \frac{G_i^2}{4} s_{i+1}^2 + \left(\frac{G_i^2}{4} y_{i+1}^2 - \frac{y_{i+1}^2}{\eta_{i+1}} + |B_{i+1} y_{i+1}| \right) \end{aligned} \quad (34)$$

现在考察上式右边最后项的属性. 先考察 B_{i+1} , $i = 1, \dots, n - 1$ 的属性.

由于集合 $\Pi_0 \in \mathbf{R}^3$ 和 $\Pi_i \in \mathbf{R}(\sum_{j=1}^i N_j + 2i - 1)$ (其中 N_j 是 $\tilde{\theta}_j$ 的维数) 都是紧的, 因此 $\Pi_0 \times \Pi_i \in \mathbf{R}(\sum_{j=1}^i N_j + 2i + 2)$ 也是紧的, 因而 $|B_{i+1}|$ 在 $\Pi_0 \times \Pi_i$ 上具有一个最大值 M_{i+1} .

现在令 $1/\eta_{i+1} = (G_i^2/4) + (M_{i+1}^2/2\alpha) + \alpha_0$, 注意到 $|B_{i+1} y_{i+1}| \leq (y_{i+1}^2 B_{i+1}^2)/2\alpha + \alpha/2$, 则有

$$\begin{aligned} \frac{G_i^2}{4} y_{i+1}^2 - \frac{y_{i+1}^2}{\eta_{i+1}} + |B_{i+1} y_{i+1}| \leq \\ - \left(\frac{G_i^2}{4} + \frac{M_{i+1}^2}{2\alpha} + \alpha_0 \right) y_{i+1}^2 + \\ \frac{M_{i+1}^2 y_{i+1}^2 B_{i+1}^2}{2\alpha M_{i+1}^2} + \frac{G_i^2}{4} y_{i+1}^2 + \frac{\alpha}{2} = \\ -\alpha_0 y_{i+1}^2 - \left(1 - \frac{B_{i+1}^2}{M_{i+1}^2} \right) \frac{M_{i+1}^2 y_{i+1}^2}{2\alpha} + \frac{\alpha}{2} \end{aligned} \quad (35)$$

令 $e_i = c_i/2 + (\sigma_i/2)|\theta_i^* - \theta_i^0|^2 \leq e_M$, e_M 为正常数; $\sigma_i/2\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1}) = \alpha_0$, α_0 为一个正常数, 设 $k_i = 2 + \alpha_0$, 则式 (34) 变为

$$\dot{V}_i \leq -2\alpha_0 V_i + (g_i N(\kappa_i) + 1) \dot{\kappa}_i + \delta_i + \frac{G_i^2}{4} s_{i+1}^2 \quad (36)$$

其中 $\delta_i = e_M + (\alpha/2)$.

设 $b_i = \delta_i/(2\alpha_0)$, 在式 (36) 两端乘以 $e^{2\alpha_0 t}$, 则有

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (V_i(t) e^{2\alpha_0 t}) \leq & \delta_i e^{2\alpha_0 t} + g_i N(\kappa_i) \dot{\kappa}_i e^{2\alpha_0 t} + \\ & \dot{\kappa}_i e^{2\alpha_0 t} + \frac{G_i^2}{4} s_{i+1}^2 e^{2\alpha_0 t} \end{aligned} \quad (37)$$

再对式 (37) 在 $[0, t]$ 上进行积分, 得

$$\begin{aligned} 0 \leq V_i(t) \leq & b_i + V_i(0) + e^{-2\alpha_0 t} \int_0^t \dot{\kappa}_i e^{2\alpha_0 \tau} d\tau + \\ & e^{-2\alpha_0 t} \int_0^t g_i N(\kappa_i) \dot{\kappa}_i e^{2\alpha_0 \tau} d\tau + I_e \end{aligned} \quad (38)$$

其中 $I_e = e^{-2\alpha_0 t} \int_0^t (G_i^2/4) s_{i+1}^2 e^{2\alpha_0 \tau} d\tau$ 表示附加项. 从式 (38) 可以看出, 若没有附加项 I_e , 则由引理 1 可以得到结论: 在有限时间 $[0, t_f]$ 内, $V_i(t)$ 和 κ_i , 以至于 s_i 、 y_{i+1} 和 $\tilde{\theta}_i$ 都是有界的, 并且根据注 1, 有 $t_f = \infty$, 因而该有界性是一致最终有界的. 由于有上

述附加项的存在, 引理 1 不能直接适用. 但是, 如果在下一步 s_{i+1} 得到镇定使之有界, 则该附加项

$$\begin{aligned} I_e \leq & e^{-2\alpha_0 t} \sup_{\tau \in [0, t]} s_{i+1}^2 \frac{G_i^2}{4} \int_0^t e^{2\alpha_0 \tau} d\tau \leq \\ & \frac{G_i^2}{8\alpha_0} \sup_{\tau \in [0, t]} s_{i+1}^2(\tau) \end{aligned} \quad (39)$$

显然有界, 故根据引理 1, s_i 的有界性也得到保证.

现在考察步骤 n 的情况, 定义

$$V_n = \frac{1}{2} s_n^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_n^T \Gamma_n^{-1} \tilde{\theta}_n \quad (40)$$

这时, V_n 中已经不包含 s_{i+1} 和 y_{i+1} 项, 其时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_n = & s_n \dot{s}_n + \tilde{\theta}_n^T \Gamma_n^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_n \leq \\ & -k_n s_n^2 - \frac{\sigma_n}{2\lambda_{\max}(\Gamma_n^{-1})} \tilde{\theta}_n^T \Gamma_n^{-1} \tilde{\theta}_n + \\ & (g_n N(\kappa_n) + 1) \dot{\kappa}_n + \frac{c_n}{2} + \frac{\sigma_n}{2} |\theta_n^* - \theta_n^0|^2 \end{aligned} \quad (41)$$

类似地, 令 $e_n = c_n/2 + (\sigma_n/2)|\theta_n^* - \theta_n^0|^2 \leq e_M$, $\sigma_n/2\lambda_{\max}(\Gamma_n^{-1}) = \alpha_0$, 设 $k_n = \alpha_0$, 则式 (41) 变为

$$\dot{V}_n \leq -2\alpha_0 V_n + (g_n N(\kappa_n) + 1) \dot{\kappa}_n + \delta_n$$

这里 $\delta_n = e_M$. 设 $b_n = \delta_n/(2\alpha_0)$, 类似式 (37) 到式 (38) 的变换, 可以得到

$$\begin{aligned} V_n(t) \leq & b_n + V_n(0) + e^{-2\alpha_0 t} \int_0^t \dot{\kappa}_n e^{2\alpha_0 \tau} d\tau + \\ & e^{-2\alpha_0 t} \int_0^t g_n N(\kappa_n) \dot{\kappa}_n e^{2\alpha_0 \tau} d\tau \end{aligned} \quad (42)$$

显然, 此时根据引理 1 和注 1, 可以得出结论: V_n 和 \dot{s}_n 子系统的闭环解都是一致最终有界的. 并且, 由于 s_n 有界, 使得在步骤 $n - 1$ 中附加项 $e^{-2\alpha_0 t} \int_0^t (G_i^2/4) s_{i+1}^2 e^{2\alpha_0 \tau} d\tau$ 的有界性得到保证, 可得到第 $n - 1$ 个子系统的闭环解的有界性. 如此向后递归运用 $n - 1$ 次引理 1, 可以得到结论: 通过选取适当的设计参数 k_i , c_i , η_i , σ_i 和 Γ_i , 可以使得整个闭环系统的所有解以及系统的状态 $x(t)$ 在所定义的紧集内都是半全局一致最终有界 (Semi-global uniformly ultimately bounded, SGUUB) 的.

另外, 由于 $|y(t)| = |x_1(t)| \leq |s_1(t)| + |y_r(t)|$, 根据 V_1 的定义 (式 (32) 中取 $i = 1$) 和式 (38) ($i = 1$ 时), 易得

$$|y(t)| \leq \sqrt{2(b_1 + C_1) + 2V_1(0)e^{-2\alpha_0 t}} + |y_r(t)|$$

其中

$$C_1 = \sup \left(\int_0^t ((g_1 N(\kappa_1) + 1) \dot{\kappa}_1) e^{-2\alpha_0(t-\tau)} d\tau + \int_0^t \left(\frac{G_1^2}{4} \right) s_2^2 e^{-2\alpha_0(t-\tau)} d\tau \right)$$

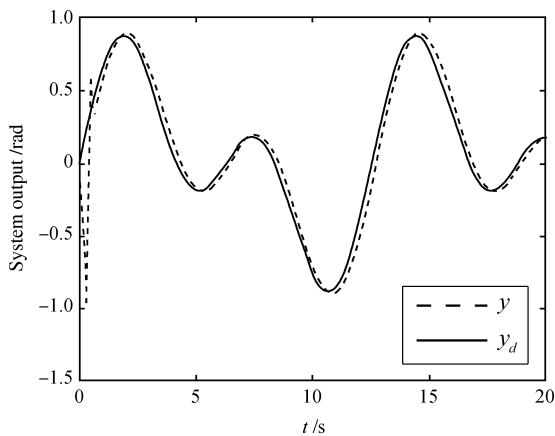
同时, 由 δ_i, α_0 及 b_i 的定义, 可以通过适当地调整控制器参数 $k_i, c_i, \eta_i, \sigma_i$ 和 Γ_i , 而使得 b_i 尽可能小, 从而使得 μ 尽可能小, 这里 $\mu > \sqrt{\sum_{i=1}^n 2(b_i + k_i)}$; 此时, 存在一个 $T > 0$, 使得对于所有的 $t \geq T$, 都有 $|s(t)| \leq \mu$, 从而 $\lim_{t \rightarrow \infty} |s_1(t)| \leq \mu$ 成立. 即, 可以通过调整控制器参数而使得跟踪误差 $s_1 = y(t) - y_r(t)$ 尽可能小, 以达到所期望的跟踪精度. \square

4 计算机仿真算例

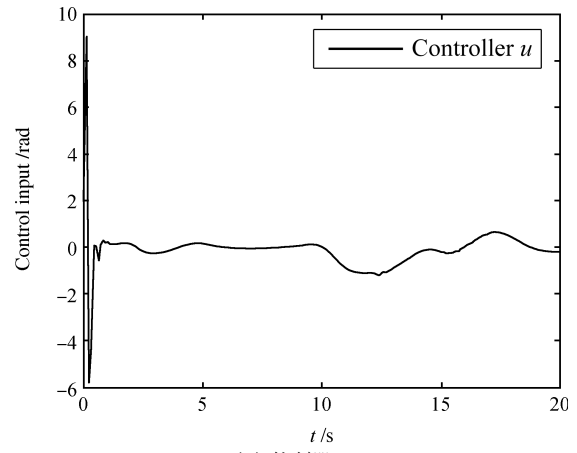
考虑以下二阶 SISO 系统^[9] 的跟踪问题

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = g_1(x_1)x_2 + f_1(x_1) + \Delta_1(\mathbf{x}, t) \\ \dot{x}_2 = g_2(\mathbf{x})u + f_2(\mathbf{x}) + \Delta_2(\mathbf{x}, t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (43)$$

其中, $g_1 = 1 + x_1^2, g_2 = 3 + \cos(x_1x_2), f_1 = x_1 \times e^{-0.5x_1}, f_2 = x_1x_2^2, \Delta_1 = 0.6 \sin(x_2), \Delta_2 = 0.5 \times (x_1^2 + x_2^2) \sin^3(t)$. 参考信号选为 $y_d = 0.5(\sin(t) + \sin(0.5t))$. 取 Nussbaum 函数 $N(\kappa) = e^{\kappa^2} \times \cos((\pi/2)\kappa)$; 控制器的参数选择如下: $k_1 = k_2 = 5, \Gamma_1 = \text{diag}\{0.1\}, \Gamma_2 = \text{diag}\{0.1\}, \sigma_1 = \sigma_2 = 1, \theta_1$ 和 θ_2 的隐层单元个数均为 25, NN 的高斯基函数 $\xi_j(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{a}_j\|^2}{2\sigma^2}\right)$ 的中心值均为 0.5, 尺度因子均为 5; 滤波器的时间常数 η_2 设为 0.05; 非线性阻尼项系数取 0.5. 将本文提出的控制律应用于系统 (43) 的跟踪控制, 计算机仿真结果如图 1 和图 2 所示.



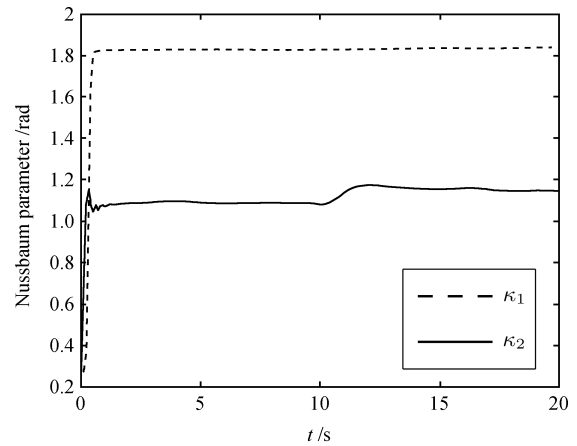
(a) 系统输出 y 与参考信号 y_d
(a) System output y and reference signal y_d



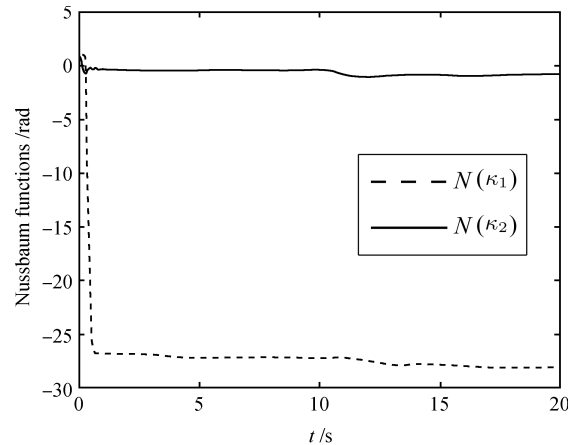
(b) 控制器 u
(b) Controller u

图 1 系统输出与控制器历时曲线

Fig. 1 Curves of system output and controller



(a) Nussbaum 参数 κ_1 和 κ_2 的自适应曲线
(a) Adaptation of parameters κ_1 and κ_2



(b) Nussbaum 函数 $N(\kappa_1)$ 和 $N(\kappa_2)$
(b) Nussbaum functions $N(\kappa_1)$ and $N(\kappa_2)$

图 2 Nussbaum 函数及其参数仿真曲线

Fig. 2 Curves of Nussbaum function and its parameter

图 1 表示系统输出 y (即 x_1) 对参考信号 y_d 的

自适应跟踪及控制器 u 的历时曲线; 图 2 则表示 Nussbaum 增益函数 $N(\kappa_1)$ 和 $N(\kappa_2)$ 及其参数 κ_1 和 κ_2 的自适应曲线. 与文献 [9] 相比, 由于本文的算法结构简单, 计算量小, 因而控制输入比文献 [9] 中的小得多, 且光滑无抖动, 易于工程实现. 上述仿真结果表明了本文所提出算法的有效性及其在工程实践中潜在的应用价值.

5 结论

本文研究了一类不确定非线性系统的跟踪控制问题. 用 RBF NN 系统逼近未知系统函数, 基于 DSC 后推技术和 Nussbaum 增益技术, 提出了一种鲁棒自适应神经控制算法, 克服了可能存在的控制器奇异值问题, 解决了基于逼近器的常规后推自适应方法中所固有的“计算膨胀”问题, 算法结构简单明了, 计算量大为减少, 与神经网络的并行分布式信息处理方式优势结合, 使得该算法在工程中比较容易实现. 因此, 这种方法在工程实践中具有潜在的应用和推广价值.

References

- Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. New York: Wiley, 1995
- Yesidirek A, Lewis F L. Feedback linearization using neural networks. *Automatica*, 1995, **31**(11): 1659–1664
- Wang W Y, Chan M L, Lee T T, Liu C H. Adaptive fuzzy control for strict-feedback canonical nonlinear systems with H_∞ tracking performance. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2000, **30**(6): 878–885
- Li S Y, Chen Q, Huang G B. Dynamic temperature modeling of continuous annealing furnace using GGAP-RBF neural network. *Neurocomputing*, 2006, **69**(4-6): 523–536
- Ge S S, Wang C. Direct adaptive NN control of a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2002, **13**(1): 214–221
- Feng G. A survey on analysis and design of model-based fuzzy control systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2006, **14**(5): 676–697
- Li S Y, Xi Y G. A fuzzy-neural network control of nonlinear dynamic systems. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2000, **11**(1): 61–66
- Ge S S, Hong F, Lee T H. Adaptive neural control of nonlinear time-delay systems with unknown virtual control coefficients. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, **34**(1): 499–516
- Li T S, Yang Y S, Hu J Q, Yang L J. Robust adaptive fuzzy tracking control for a class of perturbed uncertain nonlinear systems with UVCGF. *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, 2007, **5**(1): 227–239
- Nussbaum R D. Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control. *Systems and Control Letters*, 1983, **3**(5): 243–246
- Swaroop D, Gerdes J C, Yip P P, Hedrick J K. Dynamic surface control of nonlinear systems. In: Proceedings of the American Control Conference. Albuquerque, New Mexico: IEEE, 1997. 3028–3034
- Swaroop S, Hedrick J K, Yip P P, Gerdes J C. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(10): 1893–1899
- Wang D, Huang J. Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, **16**(1): 195–202
- Zhang Tian-Ping, Li Hong-Chun, Wang Qin. Indirect adaptive neural network control using dynamic surface control. In: Proceedings of the 26th Chinese Control Conference. Zhangjiajie, China: IEEE, 2007. 756–760 (张天平, 李红春, 王芹. 基于动态面控制的间接自适应神经网络控制. 第 26 届中国控制会议. 张家界, 中国: IEEE, 2007. 756–760)
- Yang Z J, Nagai T, Kanae S, Wada K. Dynamic surface control approach to adaptive robust control of nonlinear systems in semi-strict feedback form. *International Journal of Systems Science*, 2007, **38**(9): 709–724
- Ryan E P. A universal adaptive stabilizer for a class of nonlinear systems. *Systems and Control Letters*, 1991, **16**(3): 209–218



李铁山 大连海事大学航海学院副教授, 上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院博士后. 主要研究方向为非线性系统的自适应控制, 神经网络控制和模糊控制及其在船舶运动控制中的应用. 本文通信作者. E-mail: tieshanli@126.com

(LI Tie-Shan Associate professor at Navigation College, Dalian Maritime

University; post-doctoral scholar at the School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering (NAOCE), Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers adaptive control, neural-network control, and fuzzy control for nonlinear systems and their applications to marine control. Corresponding author of this paper.)



邹早建 上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院、海洋工程国家重点实验室教授. 主要研究方向为船舶操纵与控制.

E-mail: zjzou@sjtu.edu.cn

(ZOU Zao-Jian Professor at the School of NAOCE, the State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers ship manoeuvrability and control.)



罗伟林 上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院博士研究生. 主要研究方向为神经网络控制, 船舶操纵与控制.

E-mail: wlluo@sjtu.edu.cn

(LUO Wei-Lin Ph. D. candidate at the School of NAOCE, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers neural networks control, ship manoeuvrability and control.)