

基于分段模糊 Lyapunov 函数的 模糊系统稳定性分析和保性能设计

纪志成¹ 周英焕¹ 沈艳霞¹

摘要 针对一类 Takagi-Sugeno (T-S) 连续模糊系统, 在分析模糊系统前提规则结构信息的基础上, 研究了其稳定性和保性能设计问题. 通过将模糊 Lyapunov 函数 (FLF) 和分段二次 Lyapunov 函数 (PQLF) 结合, 构造出分段模糊 Lyapunov 函数 (PFLF), 并提出了一种新的并行分配补偿 (PDC) 控制器. 基于 PFLF 方法, 得到了线性矩阵不等式 (LMI) 形式的模糊系统分析与设计的求解方法. 该方法继承了 FLF 与 PQLF 的优点. 仿真实例表明: 该方法所得稳定性判据更为宽松, 具有更好的保性能控制效果.

关键词 T-S 模糊系统, 分段模糊 Lyapunov 函数, 并行分配补偿, 线性矩阵不等式

中图分类号 TP273

Stability Analysis and Guaranteed Cost Design of Fuzzy Systems via Piecewise Fuzzy Lyapunov Function Approach

Ji Zhi-Cheng¹ ZHOU Ying-Huan¹ SHEN Yan-Xia¹

Abstract This paper deals with the stability analysis and guaranteed cost design of a class of Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy systems. Based on the structure information of the premise rule base, a new Lyapunov function called piecewise fuzzy Lyapunov function (PFLF) is proposed by combining the fuzzy Lyapunov function (FLF) and piecewise quadratic Lyapunov function (PQLF). A new parallel distributed compensation (PDC) controller is also presented. Based on the PFLF approach, a stability analysis and guaranteed cost control design method is derived in the form of linear inequality matrix (LMI). This method inherits the advantage of FLF and PQLF. Simulation results show that the stability analysis of this method is more relaxed in addition to the much better guaranteed cost control performance.

Key words T-S fuzzy systems, piecewise fuzzy Lyapunov function (PFLF), parallel distributed compensation (PDC), linear inequality matrix (LMI)

近年来, 许多学者对 Takagi-Sugeno (T-S) 模糊控制系统^[1] 的稳定性分析进行了广泛的研究^[2-6]. 大部分的理论都是基于普通的二次 Lyapunov 函数 (Common quadratic Lyapunov function, CQLF) 方法^[2], 采用并行分配补偿 (Parallel distributed compensation, PDC) 控制策略^[3], 将各个子系统的 Lyapunov 方程中公共矩阵的求解转换为线性矩阵不等式 (Linear inequality matrix, LMI) 可行解问题, 继而利用凸优化技术进行高效求解. 但是采用 CQLF 方法存在保守

收稿日期 2007-01-31 收修改稿日期 2008-02-26

Received January 31, 2007; in revised form February 26, 2008

国家自然科学基金 (60774030), 江南大学创新科研团队计划项目资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (60774030) and Program for Innovative Research Team of Jiangnan University

1. 江南大学电气自动化研究所 无锡 214122

1. Institute of Electrical Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122

DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.00721

性^[7], 对于某些模糊系统可能会出现无解的情况^[6]; 而且在实际应用中, 随着前提变量以及规则数目的增多, 往往会使 LMI 求解难度变大, 从而降低了求解效率.

为了克服上述问题, Xiu^[4], Wang^[5] 和 Jonhansson^[8] 提出了分段二次 Lyapunov 函数方法 (Piecewise fuzzy Lyapunov function, PQLF), 通过分析前提变量模糊隶属度函数的结构信息, 将整个输入空间划分成几个模糊区域, 并在每个模糊区域上求解一个二次 Lyapunov 方程, 极大地降低了求解难度. 然而可以看到, PQLF 方法在各个划分所得的模糊区域中, 本质上仍是二次 Lyapunov 函数方法, 在对各个模糊区域进行求解时同样可能会遇到 CQLF 所存在的问题. Tanaka^[6,9-10] 提出了模糊 Lyapunov 函数 (Fuzzy Lyapunov function, FLF) 方法, 通过构造 FLF, 将隶属度函数的导数引入到了稳定性分析中, 从另外一个角度反映了模糊系统前提规则的结构信息, 从而得到了更为宽松的系统分析设计方法. 由于隶属度函数导数的存在, FLF 方法需要假设隶属度函数的连续性, 使其无法在常见的如具有三角形隶属度函数的模糊系统中应用. 当前关于 FLF 方法的应用主要见于离散 T-S 模糊系统, 王岩等^[11] 提出了离散模糊系统的模糊 Lyapunov 方法, 任光等^[12] 针对一类离散模糊系统提出了分段模糊 Lyapunov 函数方法, 而关于连续 T-S 模糊系统方面相关的深入研究还较少.

另一方面, 稳定性只是系统运行的最小要求, 对于实际系统仅具有稳定性是不够的, 还需考虑其他性能. 最优保性能控制所设计的控制器不仅能够保证系统的稳定性, 而且还使得系统的特定性能指标达到最小, 已经受到了许多学者的关注, 取得了许多成果^[13-15].

基于上述分析, 本文对文献 [4-5] 中的一类连续 T-S 模糊系统的稳定性分析与保性能控制进行了研究, 通过将 FLF 方法引入到 PQLF 所划分得到的模糊区域, 从而构造出分段模糊 Lyapunov 函数 (Piecewise fuzzy Lyapunov function, PFLF) 方法, 降低了 PQLF 方法在各个模糊区域上的保守性, 实现了 FLF 方法在隶属度函数为三角形的模糊系统中的应用, 并对 PQLF 和 FLF 方法在连续 T-S 模糊系统上进行了更为深入的研究, 得到了基于 PFLF 方法的新型 LMI 形式的稳定性判据. 同时, 在模糊区域的划分基础上, 提出了一种新的称为分段 PDC 的控制策略, 该策略同样能够反映模糊系统的规则结构信息. 通过采用分段 PDC 控制策略设计了相应的保性能模糊控制器, 仿真实例证实了该方法的有效性.

1 问题的描述

如文献 [4-5] 定义的三角形隶属度函数的模糊系统的规则结构表示为

$$R^i: \text{If } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } M_{in}$$

Then $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_i \mathbf{x}(t) + B_i \mathbf{u}(t)$, $i = 1, \dots, r$ (1)

其中, R^i 表示第 i 条规则; r 为规则数; $\mathbf{z}(t) = [z_1(t), \dots, z_n(t)]^T$ 为可测前提向量; M_{ij} 为模糊集合; $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量; $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$ 为控制输入向量; $A_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 分别为第 i 个系统的系统矩阵和输入矩阵.

给定输入对 $(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$, 采用单点模糊化、乘积推理和平均加权反模糊化, 可得模糊系统的整个状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t))(A_i \mathbf{x}(t) + B_i \mathbf{u}(t)) \quad (2)$$

其中, $h_i(\mathbf{z}(t))$ 表示规则归一化激活度, $h_i(\mathbf{z}(t)) = w_i(\mathbf{z}(t)) / \sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{z}(t))$, $w_i(\mathbf{z}(t)) = \prod_{j=1}^n M_{ij}(z_j(t))$, $M_{ij}(z_j(t))$ 是 $z_j(t)$ 关于模糊集 M_{ij} 的隶属度函数, 且 $h_i(\mathbf{z}(t)) \geq 0$, $\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) = 1$. 模糊系统的隶属度函数结构如图 1 所示.

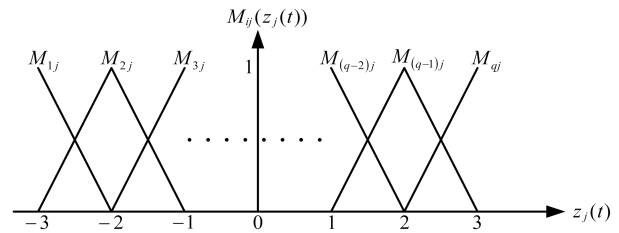


图 1 T-S 模糊系统的规则结构

Fig. 1 The rule structure of the T-S fuzzy system

假设 1. 本文中每个前提变量 $z_n(t)$ 在相应的论域中都有 q 个模糊集合 (例如 $M_{1n}, M_{2n}, \dots, M_{qn}$). 这些模糊集合都是完整的三角形结构, 即当任一前提变量 $\mathbf{z}(t)$ 进入到模糊系统中时, 至多有两个规则被激活 (如图 1 所示), 并且所有的前提变量都是单点模糊集.

由图 1 可知, 对于前提向量 $\mathbf{z}(t) \in \mathbf{R}^n$, 被激活的规则数至多为 2^n 个. 因此, 在任意时刻进行模糊系统控制器设计时, 只需求解 2^n 个 LMI, 显然这时的求解难度要小得多. 但是, 进入到系统的前提向量是连续的, 不同的向量可能会激活不同的 2^n 个规则. 为了系统地考虑所有可能的前提向量, 将整个前提变量空间划分成几个模糊子区域. 处于同一个模糊子区域内的前提向量将激活相同的 2^n 个模糊规则, 称这些相同的模糊规则为一个模糊规则组. 显然, 任意时刻只会激活一个模糊子区域.

令 G 为模糊子区域数目, f 为每个子区域中被激活的规则数, g 为前提变量数, 并令 S_i 表示第 i 个模糊子区域, 则可定义在此模糊子区域上的局部模型为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t))(A_{li} \mathbf{x}(t) + B_{li} \mathbf{u}(t)) \quad (3)$$

式中, $h_{li}(\mathbf{z}(t))$ 表示局部模型的归一化激活度; (A_{li}, B_{li}) 表示模糊系统第 i 个模糊区域中的第 l 个子系统, $1 \leq l \leq f$, 这些子系统的序号根据 (A_i, B_i) 在整体模糊系统中的序号从小到大排列, 例如第 i 个模糊区域中包含了 $(A_1, B_1), (A_2, B_2), (A_5, B_5)$, 则其在第 i 个模糊区域中的表示为 $(A_{1i}, B_{1i}), (A_{2i}, B_{2i}), (A_{3i}, B_{3i})$.

$h_{li}(\mathbf{z}(t))$ 与 $h_i(\mathbf{z}(t))$ 的对应关系依次类推, 由于任意时刻只激活一个模糊子区域, 有 $h_{li}(\mathbf{z}(t)) \geq 0$, $\sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t)) = 1$. 为简单起见, 以下省略 $h_{li}(\mathbf{z}(t))$ 中的 $\mathbf{z}(t)$.

仿照文献 [4] 中的方法, 在各个模糊子区域上定义如下特征函数

$$\lambda_i(\mathbf{x}(t)) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x}(t) \in S_i \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad \sum_{i=1}^G \lambda_i(\mathbf{x}(t)) = 1$$

则模糊系统 (2) 可转换为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^G \lambda_i(\mathbf{x}(t)) \sum_{l=1}^f h_{li}(A_{li} \mathbf{x}(t) + B_{li} \mathbf{u}(t)) \quad (4)$$

对系统 (2), 定义一个性能指标

$$J = \int_0^\infty \{\mathbf{x}^T(t)Q\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t)R\mathbf{u}(t)\}dt \quad (5)$$

其中 Q 和 R 为正定加权矩阵.

定义 1^[13]. 对于 T-S 模糊系统 (2), 如果存在一个模糊控制律 $\mathbf{u}(t)$ 和一个指标 J_0 使得闭环系统的性能指标函数 (5) 满足 $J \leq J_0$, 则称 J_0 为一个保性能指标, $\mathbf{u}(t)$ 为系统 (2) 的一个保性能控制律.

定义 2^[9]. 称式 (6) 为模糊系统 (1) 的模糊 Lyapunov 函数, 当且仅当 $\mathbf{x}(t) \neq \mathbf{0}$ 时, $V(\mathbf{x}(t))$ 的导数始终为负:

$$V(\mathbf{x}(t)) = \sum_{\alpha=1}^r h_\alpha \mathbf{x}^T(t)P_\alpha \mathbf{x}(t) \quad (6)$$

其中 P_α 是正定对称矩阵, $\alpha = 1, \dots, r$.

2 开环系统稳定性分析

2.1 稳定性分析

为显示分段模糊 Lyapunov 函数方法在连续 T-S 模糊系统上的有效性, 首先对开环 T-S 模糊系统进行稳定性分析, 考虑 T-S 模糊系统

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t))A_i \mathbf{x}(t) \quad (7)$$

有如下定理:

定理 1. 对于具有三角形隶属度函数的开环 T-S 模糊系统 (7) 及 $|\dot{h}_{\rho i}(\mathbf{z}(t))| \leq \phi_{\rho i}$, 其在平衡状态大范围渐近稳定的充分条件是: 在各个模糊子区域中分别存在一系列公共的正定矩阵 $P_{1i}, P_{2i}, \dots, P_{fi}$ ($1 \leq i \leq G$), 满足如下不等式

$$\sum_{\rho=1}^f \phi_{\rho i} P_{\rho i} + \frac{1}{2} (A_{ki}^T P_{li} + P_{li} A_{ki} + A_{li}^T P_{ki} + P_{ki} A_{li}) < 0 \quad (8)$$

$$1 \leq l \leq k \leq f, \quad 1 \leq i \leq G$$

$\phi_{\rho i}$ 确定后, 式 (8) 即成为一个线性矩阵不等式.

证明. 在第 i 个模糊区域 S_i 中的局部模型为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t))A_{li} \mathbf{x}(t) \quad (9)$$

由式 (5), 定义该模糊子区域上的模糊 Lyapunov 函数为

$$V_i(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{x}^T(t)P_i \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^T(t) \sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t))P_{li} \mathbf{x}(t) = \sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t))\mathbf{x}^T(t)P_{li} \mathbf{x}(t) \quad (10)$$

则其对时间的导数为

$$\dot{V}_i(\mathbf{x}(t)) = \sum_{\rho=1}^f \dot{h}_{\rho i}(\mathbf{z}(t))\mathbf{x}^T(t)P_{\rho i} \mathbf{x}(t) + \sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t)) \times$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \dot{\mathbf{x}}^T(t)P_{li} \mathbf{x}(t) + \mathbf{x}^T(t)P_{li} \dot{\mathbf{x}}(t) \right\} = \\ & \sum_{\rho=1}^f \dot{h}_{\rho i}(\mathbf{z}(t))\mathbf{x}^T(t)P_{\rho i} \mathbf{x}(t) + \\ & \sum_{l=1}^f \sum_{k=1}^f h_{li} h_{ki} \mathbf{x}^T(t) \times \\ & \left\{ A_{ki}^T P_{li} + P_{li} A_{ki} \right\} \mathbf{x}(t) = \\ & \sum_{\rho=1}^f \dot{h}_{\rho i}(\mathbf{z}(t))\mathbf{x}^T(t)P_{\rho i} \mathbf{x}(t) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=1}^f \sum_{k=1}^f h_{li} h_{ki} \mathbf{x}^T(t) \times \\ & \left\{ A_{ki}^T P_{li} + P_{li} A_{ki} + \right. \\ & \left. A_{li}^T P_{ki} + P_{ki} A_{li} \right\} \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

由 $|\dot{h}_{\rho i}(\mathbf{z}(t))| \leq \phi_{\rho i}$, 式 (10) 可转换为

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(\mathbf{x}(t)) & \leq \sum_{l=1}^f \sum_{k=1}^f h_{li} h_{ki} \mathbf{x}^T(t) \left\{ \sum_{\rho=1}^f \phi_{\rho i} P_{\rho i} + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} (A_{ki}^T P_{li} + P_{li} A_{ki} + \right. \\ & \left. A_{li}^T P_{ki} + P_{ki} A_{li}) \right\} \mathbf{x}(t) \end{aligned}$$

欲使 $\dot{V}_i(\mathbf{x}(t)) < 0$, 只需令

$$l \sum_{\rho=1}^f \phi_{\rho i} P_{\rho i} + \frac{1}{2} (A_{ki}^T P_{li} + P_{li} A_{ki} + A_{li}^T P_{ki} + P_{ki} A_{li}) < 0 \quad (12)$$

此时, 系统 (7) 在其各个模糊子区域上局部渐近稳定.

对于整个模糊自由系统, 令 $P = \sum_{i=1}^G \lambda_i P_i$, 在整个输入向量空间上构造 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} V(\mathbf{x}(t)) & = \mathbf{x}^T(t)P\mathbf{x}(t) = \\ & \mathbf{x}^T(t) \left(\sum_{i=1}^G \sum_{l=1}^f \lambda_i h_{li} P_{li} \right) \mathbf{x}(t) = \\ & \sum_{i=1}^G \lambda_i \mathbf{x}^T(t)P_i \mathbf{x}(t) = \\ & \sum_{i=1}^G \lambda_i V_i(\mathbf{x}(t)) \end{aligned} \quad (13)$$

当式 (12) 成立时, 由文献 [4] 可知, 是系统 (7) 的一个分段模糊 Lyapunov 函数, 所以此时系统 (7) 在平衡状态大范围渐近稳定. \square

注 1. $\phi_{\rho i}$ 的确定可参考文献 [9-10] 中的相应定理. 事实上, 可以同时把约束条件 $|\dot{h}_{\rho i}(\mathbf{z}(t))| \leq \phi_{\rho i}$ 结合定理 1 转化成一系列 LMI 的可行解问题. 我们讨论一种典型的情况, 即 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{z}(t)$, 则有

$$\left| \dot{h}_{\rho i}(\mathbf{z}(t)) \right| = \left| \frac{\partial h_{\rho i}(\mathbf{z}(t))}{\partial \mathbf{x}(t)} \right| \dot{\mathbf{x}}(t) \quad (14)$$

根据模糊建模原理^[16], 有

$$\frac{\partial h_{\rho i}(\mathbf{z}(t))}{\partial \mathbf{x}(t)} = \sum_{l=1}^s \nu_{\rho i}^l \zeta_{\rho i}^l \quad (15)$$

其中, $\nu_{\rho i}^l \geq 0, \sum_{l=1}^s \nu_{\rho i}^l = 1$.

引理 1^[9-10]. 假设 $\mathbf{x}(0), \mathbf{z}(0)$ 已知, 如果存在一系列正定对称矩阵 $P_{1i}, P_{2i}, \dots, P_{fi}$ 满足如下不等式

$$\begin{bmatrix} 1 & * & \cdots & * \\ P_{1i}\mathbf{x}(0) & \frac{1}{h_{1i}(\mathbf{z}(0))}P_{1i} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{fi}\mathbf{x}(0) & 0 & \cdots & \frac{1}{h_{fi}(\mathbf{z}(0))}P_{fi} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{\rho i}P_{li} & * \\ \nu_{\rho i}^l A_{li} & \phi_{\rho i} \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq 0, \forall i, l, \rho \quad (17)$$

其中, “*” 表示矩阵相应位置上的转置, 则约束 $\left| \dot{h}_{\rho i}(\mathbf{z}(t)) \right| \leq \phi_{\rho i}$ 始终成立.

证明. 若约束成立, 易得

$$\left(\frac{\partial h_{\rho i}(\mathbf{z}(t))}{\partial \mathbf{x}(t)} \mathbf{x}(t) \right)^T \left(\frac{\partial h_{\rho i}(\mathbf{z}(t))}{\partial \mathbf{x}(t)} \mathbf{x}(t) \right) \leq \phi_{\rho i}^2 \quad (18)$$

不等式 (18) 等价于

$$\frac{1}{\phi_{\rho i}^2} \mathbf{x}^T(t) \left(\sum_{l=1}^s \nu_{\rho i}^l \zeta_{\rho i}^l \sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t)) A_{li} \right)^T \times \left(\sum_{l=1}^s \nu_{\rho i}^l \zeta_{\rho i}^l \sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t)) A_{li} \right) \mathbf{x}(t) \leq 1 \quad (19)$$

假设 $\mathbf{x}(0) = \mathbf{z}(0)$ 已知, 且有

$$\sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(0)) \mathbf{x}^T(0) P_{li} \mathbf{x}(0) \leq 1$$

可推得

$$\sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t)) \mathbf{x}^T(t) P_{li} \mathbf{x}(t) \leq \sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(0)) \mathbf{x}^T(0) P_{li} \mathbf{x}(0) \leq 1 \quad (20)$$

当下式成立, 必然满足隶属度函数的一阶导数约束条件

$$\frac{1}{\phi_{\rho i}^2} \left(\sum_{l=1}^s \nu_{\rho i}^l \zeta_{\rho i}^l \sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t)) A_{li} \right)^T \times \left(\sum_{l=1}^s \nu_{\rho i}^l \zeta_{\rho i}^l \sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t)) A_{li} \right) - \sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t)) P_{li} \leq 0 \quad (21)$$

根据 Schur 补引理, 式 (20) 等价于式 (16), 式 (21) 等价于式 (17). \square

值得注意的是, 当 $h_{mi}(\mathbf{z}(0)) = 0, m \in [1, f]$ 时, 必须去掉式 (16) 中矩阵的相关行与列, 使矩阵降阶. 此外, 只需作微小的改动, 该引理便同样适用于 $\mathbf{x}(t) \neq \mathbf{z}(t)$ 的情况. 此处篇幅所限, 略去不表.

注 2. 虽然三角函数的规范化权在三角顶点处不可导, 但其左右导数存在, 引入分段的概念以后, 模糊子区域的规范化权导数在三角顶点的左右导数间取值, 从而打破了对三角顶点规范化权可导性的要求.

2.2 例 1

对于如下一个简单的开环 T-S 模糊控制系统, 其规则表示形式为

- R^1 : If $x_1(t)$ is M_1 , Then $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_1 \mathbf{x}(t)$
- R^2 : If $x_1(t)$ is M_2 , Then $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_2 \mathbf{x}(t)$
- R^3 : If $x_1(t)$ is M_3 , Then $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_3 \mathbf{x}(t)$

其前提规则结构如图 2 所示, 有两个模糊子区域. $g = 1, q = 3, r = 3, G = 2, f = 2$. 系统矩阵如下所示

$$A_1 = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} a & -4 \\ 20 & -2 \end{bmatrix}$$

其中 a 为一个系统参数. 令 $a = 0$, 此时分别采用 CQLF 和文献 [4] 中的 PQLF 方法, 可以验证都找不到相应的公共正定矩阵, 因而无法判断系统的稳定性.

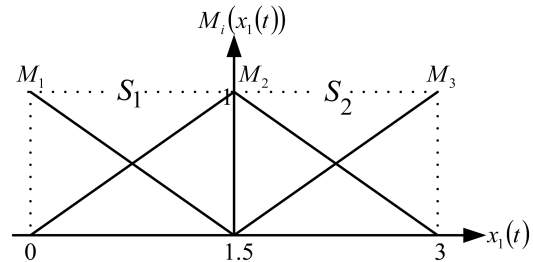


图 2 简单 T-S 模糊系统的规则结构
Fig. 2 Premise rule structure of the simple fuzzy system

如图 2, 前提变量 $x_1(t)$ 在模糊区域 S_1 中将激活规则 R^1 和 R^2 , 分别对应子系统 A_{11}, A_{21} . 同理可知, 模糊区域 S_2 中 A_{12}, A_{22} 对应子系统 A_2, A_3 .

为简单起见, 可令 $\phi_{11} = \dots = \phi_{22} = \phi$, 取 $\phi = 0.3$. 采用 PFLF 方法, 由定理 1 可得

$$P_{11} = \begin{bmatrix} 0.059 & -0.022 \\ -0.022 & 0.271 \end{bmatrix}, \quad P_{21} = \begin{bmatrix} 0.102 & 0.010 \\ 0.010 & 0.213 \end{bmatrix}$$

$$P_{12} = \begin{bmatrix} 0.140 & 0.076 \\ 0.076 & 0.112 \end{bmatrix}, \quad P_{22} = \begin{bmatrix} 0.466 & -0.025 \\ -0.025 & 0.095 \end{bmatrix}$$

图 3 为采用三种不同方法所得 a 的可行性区域. 由图 3 可知, 采用 PFLF 方法所得的可行性区域要比采用 CQLF 和 PQLF 方法所得的可行性区域都大, 由此显示了采用分段模

糊 Lyapunov 函数理论的定理 1 相对于通常二次 Lyapunov 函数和分段二次 Lyapunov 函数方法的优越性.

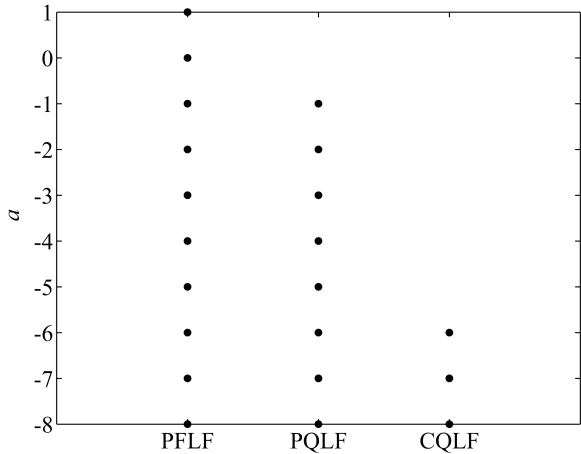


图 3 三种不同方法 a 的可行性区域

Fig. 3 Feasible areas of a for three different approaches

3 基于 LMI 的保性能控制器设计

3.1 控制器设计

根据 PDC 控制器的设计基本原理, 对应模糊系统 (4) 的结构, 为模糊系统 (2) 设计如下 PDC 控制器

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^G \lambda_i(\mathbf{x}(t)) \sum_{l=1}^f h_{li}(\mathbf{z}(t)) F_{li} \mathbf{x}(t) \quad (22)$$

其中 F_{li} 表示 S_i 中第 l 个子系统的控制器反馈增益. 由式 (6) 可知该 PDC 控制器同样包含了模糊系统前提规则的结构信息.

通过将 FLF 方法引入到各个模糊区域中, 则有如下基于 PFLF 方法的模糊系统保性能控制律设计方法:

定理 2. 假设 $|\dot{h}_{\rho i}(\mathbf{z}(t))| \leq \phi_{\rho i}$, 模糊系统 (2) 为大范围渐近稳定并且对于任意非零初始状态 $\mathbf{x}(0) \in S_i$, 性能指标函数 (5) 有上界 $\mathbf{x}^T(0) P_i(\mathbf{z}(0)) \mathbf{x}(0)$, 当且仅当存在一系列正定矩阵 P_{1i}, \dots, P_{fi} ($1 \leq i \leq G$) 和矩阵 F_{1i}, \dots, F_{fi} , 满足下列矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{(i,j,l)} & * \\ \Xi_{(i,j,l)} & \Pi \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

$$i = 1, \dots, G, j, l = 1, \dots, f$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{(i,j,l,k)} & * \\ \Upsilon_{(i,j,l,k)} & \Omega \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

$$i = 1, \dots, G, j = 1, \dots, f, 1 \leq l < k \leq f$$

其中

$$\Lambda_{(i,j,l)} = \begin{bmatrix} \Phi_{ll}^{ij} & * & \cdots & * \\ X_{ji} & -\phi_{1i}^{-1} X_{1i} & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{ji} & 0 & \cdots & -\phi_{fi}^{-1} X_{fi} \end{bmatrix}$$

$$\Xi_{(i,j,l)} = \begin{bmatrix} X_{ji} & 0 & \cdots & 0 \\ M_{lj}^i & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \Pi = \begin{bmatrix} Q^{-1} & 0 \\ 0 & -R^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_{(i,j,l,k)} = \begin{bmatrix} \Psi_{lk}^{ij} & * & \cdots & * \\ X_{ji} & -\frac{1}{2} \phi_{1i}^{-1} X_{1i} & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{ji} & 0 & \cdots & -\frac{1}{2} \phi_{fi}^{-1} X_{fi} \end{bmatrix}$$

$$\Upsilon_{(i,j,l,k)} = \begin{bmatrix} X_{ji} & 0 & \cdots & 0 \\ M_{lj}^i & 0 & \cdots & 0 \\ M_{kj}^i & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} Q^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -R^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix}$$

$$P_i(\mathbf{z}(t)) = \sum_{j=1}^f h_{ji}(\mathbf{z}(t)) P_{ji}, \quad X_{ji} = P_{ji}^{-1}$$

$$M_{lj}^i = F_{li} X_{ji}, \quad M_{kj}^i = F_{ki} X_{ji}$$

$$\Phi_{ll}^{ij} = X_{ji} A_{li}^T + A_{li} X_{ji} + (M_{lj}^i)^T B_{li}^T + B_{li} M_{lj}^i$$

$$\Psi_{lk}^{ij} = X_{ji} A_{li}^T + A_{li} X_{ji} + X_{ji} A_{ki}^T + A_{ki} X_{ji} +$$

$$(M_{kj}^i)^T B_{li}^T + B_{li} M_{kj}^i + (M_{lj}^i)^T B_{ki}^T + B_{ki} M_{lj}^i$$

证明. 将式 (14) 代入到式 (3), 可得 S_i 的状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{l=1}^f h_{li}(A_{li} \mathbf{x}(t) + B_{li} \sum_{k=1}^f h_{ki} F_{ki} \mathbf{x}(t)) = \sum_{l=1}^f \sum_{k=1}^f h_{li} h_{ki} (A_{li} + B_{li} F_{ki}) \mathbf{x}(t) \quad (25)$$

定义第 i 个局部模型的 Lyapunov 函数为

$$V_i(\mathbf{x}(t)) = \sum_{l=1}^f h_{li} \mathbf{x}^T(t) P_{li} \mathbf{x}(t) \quad (26)$$

令 $H_{lk}^i = A_{li} + B_{li} F_{ki}$, $H_{ll}^i = A_{li} + B_{li} F_{li}$, 可得

$$\dot{V}_i(\mathbf{x}(t)) \leq \dot{V}_i(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{x}^T(t) Q \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) R \mathbf{u}(t) =$$

$$\sum_{\rho=1}^f \dot{h}_{\rho i} \mathbf{x}^T(t) P_{\rho i} \mathbf{x}(t) + \sum_{l=1}^f h_{li} \times$$

$$\left\{ \dot{\mathbf{x}}^T(t) P_{li} \mathbf{x}(t) + \mathbf{x}^T(t) P_{li} \dot{\mathbf{x}}(t) \right\} +$$

$$\mathbf{x}^T(t) Q \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) R \mathbf{u}(t) \leq$$

$$\sum_{j=1}^f \sum_{l=1}^f h_{ji} h_{li}^2 \mathbf{x}^T(t) \left\{ \sum_{\rho=1}^f \phi_{\rho i} P_{\rho i} +$$

$$(H_{ll}^i)^T P_{ji} + P_{ji} H_{ll}^i +$$

$$Q + F_{li}^T R F_{li} \right\} \mathbf{x}(t) +$$

$$\sum_{j=1}^f \sum_{l < k} h_{ji} h_{li} h_{ki} \mathbf{x}^T(t) \times$$

$$\left\{ 2 \sum_{\rho=1}^f \phi_{\rho i} P_{\rho i} + (H_{lk}^i + H_{kl}^i)^T P_{ji} +$$

$$P_{ji} (H_{lk}^i + H_{kl}^i) + 2Q +$$

$$F_{li}^T R F_{ki} + F_{ki}^T R F_{li} \} \mathbf{x}(t) \quad (27)$$

为了保证除 $\mathbf{x}(t) = 0$ 之外, 式 (27) 对任意 $\mathbf{x}(t)$ 及 $t > 0$ 都是负定的, 因此可以假设在式 (27) 中的最后一个等式的每个和式都是负定的, 则整个模糊控制系统在其平衡点处是渐近稳定的.

首先假设式 (27) 最后一个等式中的第一个和式是负定的, 并由 $h_{ji}, h_{li}, h_{ki} \geq 0$, 只需令

$$\Gamma_{ll}^{ij} + F_{li}^T R F_{li} < 0 \quad (28)$$

其中, $\Gamma_{ll}^{ij} = \sum_{\rho=1}^f \phi_{\rho i} P_{\rho i} + (H_{li}^i)^T P_{ji} + P_{ji} H_{li}^i + Q$
采用 Schur 补引理, 式 (28) 可转化为

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{ll}^{ij} & F_{li}^T \\ F_{li} & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

左右同乘 $\text{diag}\{X_{ji}, I\}$, 可得

$$\begin{bmatrix} \sum_{\rho=1}^f \phi_{\rho i} X_{ji} P_{\rho i} X_{ji} + \Phi_{ll}^{ij} + X_{ji} Q X_{ji} & * \\ M_{lj}^i & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

重复应用 Schur 补引理, 可得不等式 (23).

同理, 由 $F_{li}^T R F_{ki} + F_{ki}^T R F_{li} \leq F_{li}^T R F_{li} + F_{ki}^T R F_{ki}$ [15], 式 (27) 最后一个等式的第二个和式是负定的, 只需满足

$$\Theta_{lk}^{ij} + 2Q + \begin{bmatrix} F_{li}^T & F_{ki}^T \\ R & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{li} \\ F_{ki} \end{bmatrix} < 0 \quad (31)$$

其中, $\Theta_{lk}^{ij} = 2 \sum_{\rho=1}^f \phi_{\rho i} P_{\rho i} + (H_{lk}^i + H_{kl}^i)^T P_{ji} + P_{ji} (H_{lk}^i + H_{kl}^i)$.

通过 Schur 补引理, 然后左右同乘 $\text{diag}\{X_{ji}, I, I\}$, 可得如下不等式

$$\begin{bmatrix} \Psi_{lk}^{ij} + 2 \sum_{\rho=1}^f \phi_{\rho i} X_{ji} P_{\rho i} X_{ji} & * & * & * \\ X_{ji} & -\frac{Q^{-1}}{2} & * & * \\ M_{lj}^i & 0 & -R^{-1} & * \\ M_{kj}^i & 0 & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

再通过 Schur 变形, 可推得矩阵不等式 (24).

对于整个闭环模糊系统, 如开环模糊系统定义 Lyapunov 函数为 $V(\mathbf{x}(t))$, 同理可知该函数是系统 (2) 的一个分段模糊 Lyapunov 函数, 所以此时系统 (2) 在平衡状态大范围渐近稳定. 另外, 由式 (27) 可得

$$\dot{V}_i(\mathbf{x}(t)) \leq -\mathbf{x}^T(t) Q \mathbf{x}(t) - \mathbf{u}^T(t) R \mathbf{u}(t) \quad (32)$$

对式 (32) 两边同时积分, 可得

$$V_i(\mathbf{x}(0)) \geq \int_0^{\infty} \{ \mathbf{x}^T(t) Q \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) R \mathbf{u}(t) \} dt \quad (33)$$

令 $J_0 = \mathbf{x}^T(0) P_i(\mathbf{z}(0)) \mathbf{x}(0)$, 则当线形矩阵不等式 (23), (24) 满足时, $J_0 \geq J$ 成立. \square

定理 3. 对给定模糊系统 (2) 和性能指标 (5), 考虑如下优化问题

$$\min_{P_{ji}, F_{li}, F_{ki}} \gamma \quad (34)$$

s.t. (15), (16),

$$\begin{bmatrix} \gamma & \mathbf{x}^T(0) & \cdots & \mathbf{x}^T(0) \\ \mathbf{x}(0) & h_{1i}^{-1}(\mathbf{z}(0)) X_{1i} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{x}(0) & 0 & \cdots & h_{fi}^{-1}(\mathbf{z}(0)) X_{fi} \end{bmatrix} > 0 \quad (35)$$

有一个最优解 (P_{ji}, F_{li}, F_{ki}) , 则控制器 (22) 是系统 (2) 的最优保性能控制器, 相应的闭环系统的保性能为 $J_0 = \gamma$.

证明. $J_0 = \mathbf{x}^T(0) P_i(\mathbf{z}(0)) \mathbf{x}(0) \leq \gamma$, 通过 Schur 补引理变化, 可得矩阵不等式 (27), 则对于任意非零初始状态 $\mathbf{x}(0) \in S_i$, 通过求解不等式 (23), (24), (35), 并利用式 (34) 得到性能指标 (5) 的最小值. \square

推论 1. 模糊系统 (2) 为大范围渐近稳定并且对于任意非零初始状态 $\mathbf{x}(0) \in S_i$, 性能指标函数 (5) 有上界 $\mathbf{x}^T(0) P_i \mathbf{x}(0)$, 当且仅当存在一系列正定矩阵 $P_i (1 \leq i \leq G)$ 和矩阵 F_{1i}, \dots, F_{fi} , 满足下列矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \Phi_{ll}^i & X_i & M_{li}^T \\ X_i & -Q^{-1} & 0 \\ M_{li} & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (36)$$

$i = 1, \dots, G, l = 1, \dots, f$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{ij}^i & X_i & M_{li}^T & M_{ji}^T \\ X_i & -\frac{1}{2} Q^{-1} & 0 & 0 \\ M_{li} & 0 & -R^{-1} & 0 \\ M_{ji} & 0 & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (37)$$

$i = 1, \dots, G, 1 \leq l < j \leq f$

并且, 对于优化问题

$$\min_{P_i, F_{li}, F_{ji}} \gamma \quad (38)$$

s.t. (36), (37),

$$\begin{bmatrix} \gamma & \mathbf{x}^T(0) \\ \mathbf{x}(0) & X_i \end{bmatrix} > 0 \quad (39)$$

有最优解, 则控制器 (22) 是系统 (2) 的最优保性能控制器, 相应的闭环系统的保性能为 $J_0 = \gamma$.

证明. 令 $V(\mathbf{x}(t)) = \sum_{i=1}^G \lambda_i(\mathbf{x}(t)) V_i(\mathbf{x}(t)) = \sum_{i=1}^G (\lambda_i \times (\mathbf{x}(t)) \mathbf{x}^T(t) P_i \mathbf{x}(t))$, 则从定理 2 和定理 3 的证明可以直接推出推论 1 的证明. \square

3.2 例 2

为验证本节定理 2 和定理 3, 考虑如下连续 T-S 模糊系统

R^1 : If $x_1(t)$ is M_{11} , and $x_2(t)$ is M_{12} ,

Then $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_1 \mathbf{x}(t) + B_1 \mathbf{u}(t)$;

R^2 : If $x_1(t)$ is M_{11} , and $x_2(t)$ is M_{22} ,

Then $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_2 \mathbf{x}(t) + B_2 \mathbf{u}(t)$;

\vdots

R^9 : If $x_1(t)$ is M_{31} , and $x_2(t)$ is M_{32} ,

Then $\dot{\mathbf{x}}(t) = A_9 \mathbf{x}(t) + B_9 \mathbf{u}(t)$.

其中, 上述 T-S 模糊系统的前提规则结构如图 4 所示. $g = 2$, $q = 3$, $r = 9$, $G = 4$, $f = 4$. 系统矩阵如下所示:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, & A_2 &= \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 20 & -2 \end{bmatrix} \\
 A_3 &= \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, & A_4 &= \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \\
 A_5 &= \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 20 & -3 \end{bmatrix}, & A_6 &= \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \\
 A_7 &= \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}, & A_8 &= \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 20 & -4 \end{bmatrix} \\
 A_9 &= \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}, & B_1 = B_4 = B_7 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} \\
 B_2 = B_5 = B_8 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}, & B_3 = B_6 = B_9 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

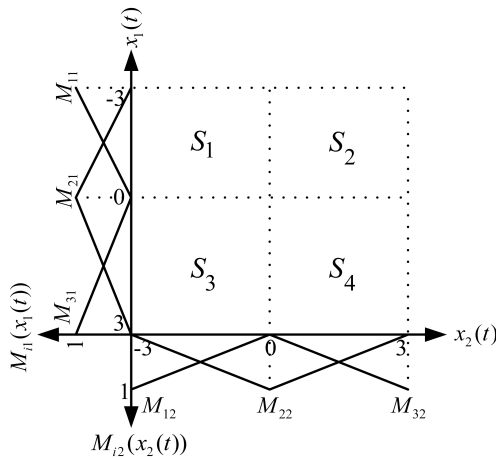


图 4 模糊系统前提规则结构
Fig. 4 State space and membership functions of the rule premise

如图 2, 前提变量 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 在 S_1 中将激活规则 R^1 , R^2 , R^4 和 R^5 , 其对应的子系统为 (A_1, B_1) , (A_2, B_2) , (A_4, B_4) , (A_5, B_5) . 类似例 1, 可推得 (A_{li}, B_{li}) 的值如表 1 所示.

令 $\phi_{11} = 0.8$, $\phi_{12} = 0.5$, $\phi_{13} = \phi_{14} = 1$, $\phi_{21} = \dots = \phi_{24} = 1.5$, $\phi_{31} = \phi_{33} = \phi_{34} = 1.5$, $\phi_{32} = 1$, $\phi_{41} = \phi_{43} = \phi_{44} = 1$, $\phi_{42} = 0.3$. 采用定理 2、定理 3、推论 1 以及文献 [11] 中的定理 2, 分别基于 PFLF、PQLF、CQLF 方法计算上述模糊系统的最优保性能指标 γ . 给定初始状态为 $\mathbf{x}(0) = [2.95 \ -1]^T$, 三种方法所得不同的 γ 值如表 2 所示.

表 1 (A_{li}, B_{li}) 的值
Table 1 The values of (A_{li}, B_{li})

	$l = 1$	$l = 2$	$l = 3$	$l = 4$
$i = 1$	(A_1, B_1)	(A_2, B_2)	(A_4, B_4)	(A_5, B_5)
$i = 2$	(A_2, B_2)	(A_3, B_3)	(A_5, B_5)	(A_6, B_6)
$i = 3$	(A_4, B_4)	(A_5, B_5)	(A_7, B_7)	(A_8, B_8)
$i = 4$	(A_5, B_5)	(A_6, B_6)	(A_8, B_8)	(A_9, B_9)

表 2 保性能 γ 值
Table 2 Guaranteed cost γ

γ	$Q = 0.01I, R = 0.5$	$Q = I, R = 1.0$
CQLF	4.0928	21.3487
PQLF	2.5337	19.0954
PFLF	2.1506	13.1864

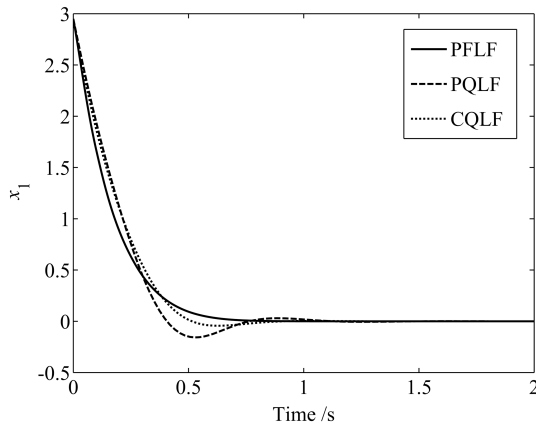
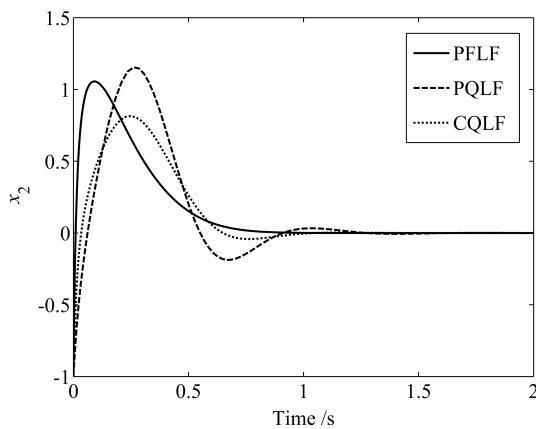
由表 2, 采用 PFLF 方法可以得到比 CQLF 和 PQLF 更好的最优保性能指标. 令 $\mathbf{x}(0) = [2.95 \ -1]^T$ 及 $Q = I, R = 1$, 采用 PFLF 方法, 可得相应的反馈矩阵为

$$\begin{aligned}
 F_{11} &= [2.412 \ -4.384], & F_{21} &= [-4.257 \ -1.343] \\
 F_{31} &= [4.869 \ -3.985], & F_{41} &= [-4.148 \ -1.100] \\
 F_{12} &= [0.136 \ -0.958], & F_{22} &= [0.137 \ -0.958] \\
 F_{32} &= [0.015 \ -1.297], & F_{42} &= [0.153 \ -1.290] \\
 F_{13} &= [5.076 \ -4.383], & F_{23} &= [-2.471 \ -2.766] \\
 F_{33} &= [2.053 \ -0.858], & F_{43} &= [-2.515 \ -2.249] \\
 F_{14} &= [-2.431 \ -3.848], & F_{24} &= [2.375 \ -1.111] \\
 F_{34} &= [-2.009 \ -2.531], & F_{44} &= [5.436 \ -4.221]
 \end{aligned}$$

保证 T-S 模糊区域模型整体稳定性的公共正定矩阵 P_{ji} 为

$$\begin{aligned}
 P_{11} &= \begin{bmatrix} 10.37 & -2.57 \\ -2.57 & 5.96 \end{bmatrix}, & P_{21} &= \begin{bmatrix} 10.59 & -3.14 \\ -3.14 & 5.80 \end{bmatrix} \\
 P_{31} &= \begin{bmatrix} 10.59 & -3.14 \\ -3.14 & 5.80 \end{bmatrix}, & P_{41} &= \begin{bmatrix} 10.64 & -3.08 \\ -3.08 & 5.88 \end{bmatrix} \\
 P_{12} &= \begin{bmatrix} 1.48 & 0.0004 \\ 0.0004 & 0.300 \end{bmatrix}, & P_{22} &= \begin{bmatrix} 1.48 & 0.0003 \\ 0.0003 & 0.300 \end{bmatrix} \\
 P_{32} &= \begin{bmatrix} 1.48 & 0.0003 \\ 0.0003 & 0.300 \end{bmatrix}, & P_{42} &= \begin{bmatrix} 1.48 & 0.0003 \\ 0.0003 & 0.300 \end{bmatrix} \\
 P_{13} &= \begin{bmatrix} 10.14 & -3.03 \\ -3.03 & 6.07 \end{bmatrix}, & P_{23} &= \begin{bmatrix} 10.73 & -3.71 \\ -3.71 & 5.900 \end{bmatrix} \\
 P_{33} &= \begin{bmatrix} 10.73 & -3.71 \\ -3.71 & 5.900 \end{bmatrix}, & P_{43} &= \begin{bmatrix} 10.85 & -3.64 \\ -3.64 & 5.96 \end{bmatrix} \\
 P_{14} &= \begin{bmatrix} 5.52 & -0.99 \\ -0.99 & 2.81 \end{bmatrix}, & P_{24} &= \begin{bmatrix} 5.58 & -1.36 \\ -1.36 & 2.69 \end{bmatrix} \\
 P_{34} &= \begin{bmatrix} 5.58 & -1.36 \\ -1.36 & 2.69 \end{bmatrix}, & P_{44} &= \begin{bmatrix} 5.58 & -1.36 \\ -1.36 & 2.69 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

对三种不同方法所得的控制系统进行仿真, 可得系统状态响应曲线如图 5 和图 6. 从三种方法所得的状态响应曲线可以看出, 采用 PFLF 方法相对于其他两种方法具有较好的控制性能, 由此说明了 PFLF 在连续 T-S 模糊控制系统设计中的有效性.

图5 x_1 的状态响应曲线Fig. 5 The state response of x_1 图6 x_2 的状态响应曲线Fig. 6 The state response of x_2

4 结论

本文将两种不同的 Lyapunov 函数方法, 即 CQLF 和 PQLF 方法相结合, 提出了一种连续系统新的 Lyapunov 函数方法 — PFLF 方法. 通过对开环的模糊系统进行稳定性分析, 可知 PFLF 相比于 CQLF 和 PQLF 具有更少的保守性. 基于分段 PDC 控制策略, 导出了 LMI 形式的模糊系统最优保性能控制律设计方法. 仿真结果表明, 基于 PFLF 方法的控制方法可以得到较优的保性能指标, 由此说明了 PFLF 方法的优越性. 但是, PFLF 还存在着计算量偏大的缺点, 有待作进一步的研究.

References

- 1 Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1985, **15**(2): 116–132
- 2 Tanaka K, Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, **45**(2): 135–156
- 3 Wang H O, Tanaka K, Griffin M F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1996, **4**(1): 14–23
- 4 Xiu Z H, Ren G. Stability analysis and systematic design of Takagi-Sugeno fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, **151**(1): 119–138

- 5 Wang W J, Sun C H. Relaxed stability and stabilization conditions for a T-S fuzzy discrete system. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, **156**(2): 208–225
- 6 Tanaka K, Hori T, Wang H O. A multiple Lyapunov function approach to stabilization of fuzzy control systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2003, **11**(4): 582–589
- 7 Sala A, Guerra T M, Babuska R. Perspectives of fuzzy systems and control. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, **156**(3): 432–444
- 8 Jonhansson M, Rantzer A, Arzen K E. Piecewise quadratic stability of fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1999, **7**(6): 713–722
- 9 Tanaka K, Hori T, Wang H O. A fuzzy Lyapunov approach to fuzzy control system design. In: Proceedings of the American Control Conference. Arlington, USA: IEEE, 2001. 4790–4795
- 10 Tanaka K, Hori T, Wang H O. A dual design problem via multiple Lyapunov functions. In: Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Fuzzy Systems. Melbourne, Australia: IEEE, 2001. 388–391
- 11 Wang Yan, Zhang Qing-Ling, Sun Zeng-Qi, Sun Fu-Chun. Analysis and design of discrete fuzzy system with fuzzy Lyapunov approach. *Acta Automatica Sinica*, 2004, **30**(2): 255–260
(王岩, 张庆灵, 孙增圻, 孙富春. 离散模糊系统分析与设计的模糊 Lyapunov 方法. *自动化学报*, 2004, **30**(2): 255–260)
- 12 Zhang Song-Tao, Ren Guang. Analysis and design of discrete fuzzy system based on piecewise fuzzy Lyapunov approach. *Acta Automatica Sinica*, 2006, **32**(5): 813–818
(张松涛, 任光. 基于分段模糊 Lyapunov 方法的离散模糊系统分析与设计. *自动化学报*, 2006, **32**(5): 813–818)
- 13 Jadbabaie A, Jamshidi M, Titli A. Guaranteed-cost design of continuous-time Takagi-Sugeno fuzzy controllers via linear matrix inequalities. In: Proceedings of IEEE World Congress on Computational Intelligence. Anchorage, USA: IEEE, 1998. 268–273
- 14 Choi D J, Park P G. Guaranteed cost controller design for discrete-time switching fuzzy systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, **34**(1): 110–119
- 15 Chen B, Liu X P. Fuzzy guaranteed cost control for nonlinear systems with time-varying delay. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2005, **13**(2): 238–249
- 16 Tanaka K, Wang H O. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. New York: Wiley-Interscience, 2001

纪志成 江南大学通信与控制工程学院教授. 主要研究方向为智能控制, 运动控制. 本文通信作者. E-mail: zcji@jiangnan.edu.cn
(JI Zhi-Cheng Professor at Institute of Electrical Automation, Jiangnan University. His research interest covers intelligent control and motion control. Corresponding author of this paper.)

周英焕 江南大学通信与控制工程学院硕士. 主要研究方向为模糊建模与控制. E-mail: zhouyinghuan@163.com
(ZHOU Ying-Huan Master student at School of Communication and Control Engineering, Jiangnan University. His research interest covers fuzzy modeling and control.)

沈艳霞 江南大学通信与控制工程学院副教授. 主要研究方向为非线性控制系统, 运动控制. E-mail: shenyx@jiangnan.edu.cn
(SHEN Yan-Xia Associate professor at Institute of Electrical Automation, Jiangnan University. Her research interest covers nonlinear control systems and motion control.)