# 基于输入空间扩张的动态迟滞 神经网络模型

## 张新良1 谭永红2

**摘 要** 针对神经网络不能直接用于辨识具有多值映射特征的迟滞非 线性的不足,利用输入空间扩张的方法,引入动态迟滞算子来反映动态迟 滞的速率依赖性,由迟滞的输入、输入变化率和算子输出构造神经网络 的扩张输入空间,将输出空间的迟滞多值映射转换为在新的扩张输入空 间上的一一映射,从而将神经网络应用到动态迟滞非线性的辨识中.所 建立模型结构简单,易于实现在线调整.最后,使用该方法对压电陶瓷执 行器中的动态迟滞进行了辨识.

关键词 迟滞,多值映射,速率依赖性,动态迟滞算子,神经网络中图分类号 TP391.9

## Neural Network Model for the Dynamic Hysteresis Based on the Expanded Input Space

#### ZHANG Xin-Liang<sup>1</sup> TAN Yong-Hong<sup>2</sup>

To solve the problem that the neural networks can-Abstract not directly approximate the nonlinear hysteresis which is characterized by multi-valued mapping, a new expanded input space is proposed in this paper. A dynamic hysteretic operator is constructed to represent the rate-dependent characteristic of the dynamic hysteresis. Then with the introduction of the input variable, input change-rate and dynamic hysteretic operator, a new expanded space is constructed. Hence, the multi-valued mapping of the dynamic hysteresis can be transformed into a one-to-one mapping on this expanded input space. Then, the neural networks are implemented for the identification of the dynamic hysteresis based on the proposed expanded input space. The proposed model is simple in structure and available for online updating to adapt to the environmental changes. Finally, the application of the proposed approach to the identification of a piezoelectric actuator is presented.

**Key words** Hysteresis, multi-valued mapping, ratedependence, dynamic hysteretic operator, neural networks

智能材料如记忆合金、压电陶瓷执行器等具有定位精度 高、驱动力大和快速响应等优点而被广泛应用在精密加工机 床、航天飞机的柔性机械手臂和天文望远镜的定位系统中. 然而,存在于这些系统中的迟滞非线性不仅会降低系统的控 制精度,还会产生与输入信号幅值相关的相移和谐波失真, 从而导致闭环系统中的反馈作用减弱,甚至会造成系统的不

DOI: 10.3724/SP.J.1004.2009.00319

收稿日期 2007-11-28 收修改稿日期 2008-05-20

Received November 28, 2007; in revised form May 20, 2008 国家自然科学基金 (6057205), 上海师范大学重点学科项目 (DZL811), 上海 市教育委员会科研创新项目 (09ZZ141) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (60572055), the Leading Academic Discipline Project of Shanghai Normal University (DZL811), and the Innovation Program of Shanghai Municipal Education Commission (09ZZ141)

上海交通大学电子信息学院自动化系 上海 200030 <sup>2</sup>
 上海师范大学机电 学院 上海 201814
 Department of Automation, School of Electronic Information

<sup>1.</sup> Department of Automation, School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030 2. College of Mechanical and Electronic Engineering, Shanghai Normal University, Shanghai 201814

稳定<sup>[1]</sup>.因此有必要对迟滞非线性进行建模,在设计控制器 时对其补偿,以提高系统的精度和性能.

迟滞非线性系统的特征表现在:1)多值映射:迟滞系统 在相同的输入下,可能产生不同的输出;2)记忆性:迟滞系统 的输出不仅与输入信号瞬时值有关,而且与输入信号的历史 特征、信号的变化情况有关;3)非光滑性:迟滞系统输出关 于输入的导函数在拐点不连续.常用的用于描述迟滞非线性 的数学模型有 Preisach 模型<sup>[2-4]</sup>及基于 Preisach 模型发展 起来的 KP 模型<sup>[5]</sup>、PI 模型<sup>[6]</sup>等,但 Preisach 模型本质上 是一种静态模型,不能反映迟滞依赖于输入速率的动态特性, 因此,这些模型只适用于输入变化率较低且压电执行器空载 的场合.文献 [7-8]将输入信号的变化率引入到 Preisach 模 型的密度函数中,将经典 Preisach 模型改进为动态 Preisach 模型,但其密度函数仍需要通过实验来确定,模型难以实现 在线调整.

近年来,很多学者开始尝试将神经网络应用到迟滞的辨 识中<sup>[9-11]</sup>. 文献 [9] 使用神经网络分别建立单环迟滞上下半 环的逆模型,对迟滞系统进行了控制.但神经网络只能逼近 连续的一一映射或多对一映射,这种方法不能推广到具有多 环迟滞的建模中. 为将神经网络应用到多环迟滞的辨识, 文 献 [10-11] 引入了转换算子的概念. 文献 [10] 利用一个边界 转换算子来提取 Preisach 模型边界线的信息,在此基础上构 造扩张输入空间将迟滞输出对输入的多值映射转换为迟滞输 出与扩张输入空间之间的一一映射. 文献 [11] 在输入空间中 引入了一个与 Preisach 模型输出具有相似特征的迟滞算子, 使得迟滞的输出在扩张的输入空间上被唯一确定. 但这两种 转换算子都是基于经典 Preisach 模型构造的,因此仍存在静 态建模的一些缺点,如不能反映迟滞的动态特性、输入信号 频率变化时模型精度降低等,但转换算子与扩张输入空间方 法的提出,为神经网络应用于迟滞非线性的辨识提出了一种 新的思路.

基于扩张输入空间的思想,本文构造了一种动态迟滞转 换算子,将动态迟滞的输入速率依赖性反映为算子中相关参 数随输入变化率的非线性变化,通过引入动态迟滞算子,构 造新的输入空间,将动态迟滞输出与输入的多值映射转换为 动态迟滞输出与扩张输入空间中坐标的一一映射,从而将神 经网络应用到非线性动态迟滞的辨识中.

## 1 迟滞动态特性

文献 [4] 对智能材料中迟滞受输入信号频率影响的动态 特性进行了研究,实验结果发现,随着输入信号频率的逐渐 增加,在输入、输出平面上形成的迟滞环的宽度逐渐增加,高 度逐渐减小.为了反映动态迟滞对输入信号速率的依赖性, 本文从输入信号变化率的角度来研究其动态特性.使用不同 变化率的输入电压激励压电陶瓷执行器 (PZT-753.21C,实 验温度 25°C,采样频率 100 Hz),实验测得迟滞输出如图 1 (见下页)所示.从图 1 中可以看出,随着输入变化率的值逐 渐增加,在输入、输出平面上形成的迟滞环的宽度逐渐增加, 高度逐渐减小,与输入信号频率变化时表现的动态特性相似.

## 2 动态迟滞算子

基于以上对动态迟滞速率依赖性的分析,构造动态迟滞 算子如下

$$f_H(u) = (u - u_p) \left( 1 - \exp\left(-\frac{|u - u_p|}{\sigma_H(\delta u)}\right) \right) + f_H(u_p) \quad (1)$$



图 1 输入变化率对动态迟滞特性的影响

Fig. 1 The dependence of hysteresis on the input change-rate

其中, u(t) 为当前时刻的迟滞输入,  $f_H(u)$  为当前迟滞输入 下动态迟滞算子的输出,  $u_p$ 、 $f_H(u_p)$  分别为当前主导极点和 在主导极点处算子的输出,  $\sigma_H(\delta u)$  为算子宽度, 是输入变化 率  $\delta u(t)$  的函数, 随着输入变化率的值逐渐增加, 动态迟滞算 子宽度逐渐增加; 反之, 算子宽度逐渐减小, 体现动态迟滞的 速率依赖性.  $\sigma_H(\delta u)$  定义为

$$\sigma_H(\delta u) = \gamma - (\gamma - \chi) \exp\left(-\frac{(\delta u)^2}{\sigma_0^2}\right)$$
(2)

输入变化率  $\delta u(t)$  定义为

$$\delta u(t) = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u(t) - u(t - \Delta t)}{\Delta t}$$
(3)

其中 $\gamma > 0$ ,  $\chi > 0$ 分别为动态迟滞算子的最大、最小宽度;  $\sigma_0$ 为转换系数.

根据输入变化率  $\delta u(t)$  的符号, 式 (1) 可以进一步表示 为

$$f_{H+}(u,\delta u) = (u - u_{pD}) \left( 1 - \exp\left(-\frac{u - u_{pD}}{\sigma_H(\delta u)}\right) \right) + f_{H-}(u_{pD},\delta u), \quad \nexists \ \delta u(t) > 0 \tag{4}$$

$$f_{H-}(u,\delta u) = (u - u_{pA}) \left( 1 - \exp\left(\frac{u_{pA} - u}{\sigma_H(\delta u)}\right) \right) + f_{H+}(u_{pA},\delta u), \quad \nexists \ \delta u(t) < 0 \tag{5}$$

其中, *u<sub>pD</sub>、u<sub>pA</sub>*分别为动态迟滞算子的当前主导局部极小值 点和局部极大值点.

动态迟滞算子的输出由式 (4) 和 (5) 在当前输入变化率 下经迭代求和得到.动态迟滞算子的工作机理如图 2 所示, 其中图 2 (a) 为动态迟滞算子的输入信号,图 2 (b) 为对应于 给定的输入信号,动态迟滞算子在输入、输出平面形成的算 子迟滞曲线.

**注 1.** 为了描述非线性迟滞的记忆性, 动态迟滞算子保持了局部记忆的特性, 即当输入在某时刻超越了历史极值点 (即大于局部极大值或小于局部极小值)时, 该历史极值将不 再影响该时刻以后的算子的输出. 如图 2 (a)和 2 (b)中  $c \rightarrow b' \rightarrow d$ 段输入信号单调上升过程, 在  $c \rightarrow b'$ 段内, 当前主导 极点为局部极小值点  $u_{D2}$ ; 在 b'时刻, 当输入超越历史局部 极大值点  $u_{A1}$ 时, 该极大值点将不再影响以后时刻算子的输 出, 主导极点更新为相邻较小局部极小值点  $u_{D1}$ .







(b) The output of the dynamic hysteretic operator

#### 图 2 动态迟滞算子迟滞曲线

Fig. 2 The hysteretic curve of the dynamic hysteretic operator

同样地,图 2(a)和 2(b)中 $f \rightarrow e' \rightarrow g$ 段输入信号单 调下降过程,在e'时刻,当输入超越历史局部极小值点 $u_{D3}$ 时,动态迟滞算子的主导极点由 $u_{A3}$ 更新为相邻较大局部极 大值点 $u_{A2}$ .

综上所述,动态迟滞算子描述了与动态迟滞相似的特征, 如输入信号上升沿、下降沿和拐点处迟滞输出的变化规律以 及其速率依赖性.将输入变化率和动态迟滞算子引入输入空 间,对输入空间进行扩张,使得动态迟滞的输出由扩张输入 空间内的坐标唯一确定.下面将证明,从新的扩张输入空间 到输出空间的映射是紧致集上的连续一一映射.

**引理 1.** 设输入 u(t) 为有界连续函数, 若存在不同时刻  $t_1$  和  $t_2$ , 有  $u(t_1) = u(t_2)$ , 且  $u(t_1)$ ,  $u(t_2)$  不是极值点, 则  $f_H(u(t_1), \delta u(t_1)) \neq f_H(u(t_2), \delta u(t_2))$ .

**证明.** 若  $\delta u(t_1) = \delta u(t_2) > 0$ ,根据注 1 所描述的动态迟滞算子的局部记忆特性,当输入 u(t)在某时刻超越了输入局部极大值点时,算子的主导局部极小值点更新为相邻的局部极小值点,因此在动态迟滞算子输入、输出平面内形成的迟滞环,任意两条下半环若相交,则只能相交于局部极大值点处,因此若  $u(t_1), u(t_2)$  不是极值点,则  $f_H(u(t_1)) \neq f_H(u(t_2))$ ,结论成立.

同理可证, 当  $\delta u(t_1) = \delta u(t_2) \leq 0$  时, 结论亦成立. **引理 2.** 对于两个不同的时刻  $t_1$  和  $t_2$ , 如果 ( $f_H(u(t_1), \delta u(t_1)) - (f_H(u(t_2), \delta u(t_2)) \rightarrow 0, 则 \delta u(t_1) - \delta u(t_2) \rightarrow 0,$   $u(t_1) - u(t_2) \to 0.$ 

证明. 先证明动态迟滞算子的输出  $f_H(u)$  是输入 u(t) 的连续函数, 分两种情况:

1) 动态迟滞算子的输入信号中没有出现对历史极值点 的超越.

由动态迟滞算子的表达式 (4) 和 (5) 可知, 动态迟滞算 子输出是输入 u(t) 的连续函数.

2) 动态迟滞算子的输入信号中出现了对历史极值点的 超越.

设算子的输入信号在某时刻超越了局部极大值点,如图 2 (a) 和 2 (b) 中  $b \rightarrow c \rightarrow b'$  段.

设在时刻 b 输入信号单调上升至  $u_{A1}$  时, 算子的输出为  $f_H(u_{A1})$ ; 在时刻 c 输入信号单调下降至  $u_{D2}$  时, 算子的输出为  $f_H(u_{D2})$ , 由式 (5) 可得

$$f_H(u_{D2}) = (u_{D2} - u_{A1}) \left( 1 - \exp\left(-\frac{u_{A1} - u_{D2}}{\sigma_H(\delta u)}\right) \right) + f_H(u_{A1})$$
(6)

在时刻 b', 输入信号再次单调上升至  $u_{A1}$  时, 设算子的输出 为  $f'_{H}(u_{A1})$ , 由式 (4) 可得

$$f'_{H}(u_{A1}) = (u_{A1} - u_{D2}) \left( 1 - \exp\left(-\frac{u_{A1} - u_{D2}}{\sigma_{H}(\delta u)}\right) \right) + f_{H}(u_{D2})$$
(7)

将式 (6) 代入式 (7) 中, 经化简可得

$$f'_H(u_{A1}) = f_H(u_{A1}) \tag{8}$$

因此, 在动态迟滞算子输入、输出平面上, 算子输出经过 一对局部极大、极小值点形成依附于主环的次环后, 重新回 到主环的运行轨迹上, 故动态迟滞算子输出是输入 *u*(*t*) 的连 续函数.

同理可证, 当迟滞输入出现超越局部极小值点时, 动态 迟滞算子输出也是输入 u(t) 的连续函数, 如图 2 (a) 和 2 (b) 中  $e \rightarrow f \rightarrow e'$  段.

同时,对于连续光滑输入信号 u(t),由式 (3) 得

$$u(t_1) - u(t_2) \to 0 \Rightarrow \delta u(t_1) - \delta u(t_2) \to 0$$
(9)

于是,如果  $(f_H(u(t_1), \delta u(t_1)) - (f_H(u(t_2), \delta u(t_2))) \to 0$ ,则  $\delta u(t_1) - \delta u(t_2) \to 0, u(t_1) - u(t_2) \to 0.$ 

定理 1. 对连续有界的光滑输入信号 u(t) 存在连续的一一映射  $\Gamma$ :  $\mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ , 使得迟滞的输出 H[u] 可表示为

$$H[u] = \Gamma(u, f_H(u), \delta u(t))$$

**证明.**由引理1可知,迟滞输出*H*[*u*]可由扩张输入空间 中坐标 (*u*(*t*), *f<sub>H</sub>*(*u*(*t*)), *δu*(*t*)) 唯一确定.

同时,根据压电陶瓷迟滞的特性<sup>[12]</sup>,可得

$$\begin{aligned} u(t_1) - u(t_2) &\to 0\\ \delta u(t_1) - \delta u(t_2) &\to 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow H[u(t_1)] - H[u(t_2)] \to 0 \ (10) \end{aligned}$$

结合引理2所得结论,可以得到

$$(f_H(u(t_1)), \delta u(t_1)) - (f_H(u(t_2)), \delta u(t_2)) \to 0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} u(t_1) - u(t_2) \to 0\\ \delta u(t_1) - \delta u(t_2) \to 0\\ \Rightarrow H[u(t_1)] - H[u(t_2)] \to 0 \end{cases}$$

3期

于是, 输入、输出空间存在连续一一映射  $\Gamma: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ , 使得

$$H[u] = \Gamma(u, f_H(u), \delta u(t))$$

**注 2.** 对于连续有界的输入信号  $u(t), t \in T, T = [t_0, \infty] \in \mathbf{R}$ ,根据动态迟滞算子和输入变化率的定义,以及引理 2 所得结论,可知  $f_H(u)$  和  $\delta u(t)$  也是连续有界的,因此,由  $(u, f_H(u), \delta u(t))$  构造的扩张输入空间是一个有界闭集即紧 致集.

通过以上的分析和证明可知,在由动态迟滞算子、迟滞 输入及输入变化率构造的扩张输入空间上,动态迟滞的输出 可被输入空间内的坐标唯一确定,且从扩张的输入空间到输 出空间的映射是紧致集上的连续一一映射.根据神经网络的 相关理论,可以使用前向神经网络来逼近,即

$$\|\Gamma(u, f_H(u), \delta u(t)) - NN(u, f_H(u), \delta u(t))\| < \varepsilon$$
(11)

其中, ε 为任意小的正数, NN(·) 是神经网络的输出.

### 3 实验验证

使用 BP 神经网络对存在于压电陶瓷执行器 (PZT-753.21C) 中的非线性动态迟滞进行辨识.执行器输入电 压范围为 0V~100 V,额定位移输出为 0 µm~25 µm,实验 数据在室温 25°C 采得,采样频率为 100 Hz.神经网络隐层 和输出层神经元的激励函数分别为 S 函数和线性函数.

使用输入电压

$$u(t) = 25e^{-0.04t} (\sin(3.2\pi e^{-0.14t}t + 2.5) + 1) + 10$$

激励压电陶瓷执行器获得训练数据,将输入/输出数据归一化 至 [0,1] 之间用于模型辨识和检验,根据输入变化率的范围, 选择转换系数  $\sigma_0 = 10$ ;算子宽度最大值和最小值分别为  $\gamma =$ 1.0,  $\chi = 0.4$ .使用 Levenberg-Marquarqt 数值优化算法<sup>[13]</sup> 对网络进行训练,不同数目隐层节点的神经网络辨识性能如 表 1 所示.可以看出,当隐层节点选择为 9 个时,模型达到 了较好的辨识性能,故本文神经网络隐层节点数目选为 9 个. 为了说明基于动态迟滞算子的神经网络模型 (动态神经网络 模型) 对动态迟滞的辨识性能,使用文献 [11] 提出的静态迟 滞算子神经网络模型 (静态神经网络模型) 进行比较,隐层节 点仍选为 9 个,使用 Levenberg-Marquarqt 数值优化算法对 网络进行训练,训练次数为 200,均方差为 6.37961E-5,最大 相对误差 0.0199.辨识结果和建模误差如图 3 (a)和图 3 (b) (见下页) 所示.

表 1 不同数目隐层节点神经网络性能比较

 
 Table 1
 Performance comparision of neural networks with different numbers of hidden nodes

隐层节点数目	均方差 (10 <sup>-6</sup> )	最大相对误差
3	24.8034	0.0172
5	9.92901	0.0121
7	5.67027	0.0111
9	3.55768	0.0081
11	4.16780	0.0100









同等实验条件下,使用输入电压

 $u(t) = 25e^{-0.05t} (\sin(1.2\pi e^{-0.06t}t + 1) + 1) + 10$ 

对得到的动态迟滞神经网络模型和文献 [11] 的迟滞神经网络 模型进行检验.模型预测输出和预测误差如图 4(a) 和 4(b) 所示.由实验结果可以看出,本文提出的动态迟滞算子由于 考虑了迟滞非线性的速率依赖性特征,所建立的神经网络模 型具有更高的辨识精度和泛化能力.

#### 4 结论

本文利用扩张输入空间的方法,将神经网络应用到非线 性动态迟滞的辨识中.基于对动态迟滞特性的分析,构造了 动态迟滞算子,将动态迟滞的速率依赖性用动态迟滞算子的 算子宽度来体现.动态迟滞算子反映了动态迟滞的基本特征 和运行规律,是输入信号的连续非线性函数.通过在输入空 间中引入动态迟滞算子和输入变化率,对输入空间进行扩张, 使动态迟滞的输出与构造的扩张输入空间内的坐标一一对 应,并从理论上证明了从扩张输入空间到输出空间的映射是 紧致集上的连续一一映射,可以使用前向神经网络进行逼近. 最后,使用该方法对实际压电陶瓷执行器中的动态迟滞进行 建模.实验结果表明,该神经网络模型能够较为准确地逼近 非线性迟滞的动态特征.



(a) Model validation results



(b) 神经网络模型预测误差

(b) Prediction errors of the models

图 4 动态迟滞神经网络摸型预测结果 Fig. 4 Prediction results of the neural models for dynamic hysteresis

#### References

- Ge P, Jouaneh M. Tracking control of a piezoceramic actuator. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1996, 4(3): 209-215
- 2 Mayergoyz I D. Mathematical Models of Hysteresis. New York: Springer-Verlag, 1991
- 3 Ge P, Jounaneh M. Modeling hysteresis in piezoceramic actuator. Precision Engineering, 1995, 17(3): 211-221
- 4 Hu H, Mrad R B. On the classical Preisach model for hysteresis in piezoceramic actuators. *Mechatronics*, 2002, **13**(2): 85–94
- 5 Banks H T, Kurdilla A J. Hysteretic control influnce operators representing smart material actuators: identification

and approximation. In: Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control. Kobe, Japan: IEEE, 1996.  $3711{-}3716$ 

- 6 Su C Y, Wang Q Q, Chen X K, Rakheja S. Adaptive variable structure control of a class of nonlinear systems with unknown Prandtl-Ishlinskii hysteresis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(12): 2069–2074
- 7 Yu Y, Xiao Z, Naganathan N G, Dukkipati R V. Dynamic Preisach modeling of hysteresis for the piezoceramic actuator system. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(1): 75-89
- 8 Mrad R B, Hu H. A model for voltage-to-displacement dynamics in piezoceramic actuator subject to dynamicvoltage excitations. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2002, 7(4): 479–489
- 9 Hwang C L, Jan C, Chen Y H. Piezomechanics using intelligent variable-structure control. *IEEE Transactions on In*dustrial Electronics, 2001, 48(1): 47–59
- 10 Li C T, Tan Y H. A neural networks model for hysteresis nonlinearity. Sensors and Actuators A: Physical, 2004, 112(1): 49-54
- 11 Zhao X L, Tan Y H. Neural network based identification of Preisach-type hysteresis in piezoelectric actuator using hysteretic operator. Sensors and Actuators A: Physical, 2006, 126(2): 306-311
- 12 Gorbert R B. Control of Hysteretic System with Preisach Representation [Ph. D. dissertation], University of Waterloo, Canada, 1997
- 13 Hagan M T, Menhaj M B. Training feedforward networks with the Marquardt algorithm. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1994, 5(6): 989–993

**张新良** 上海交通大学自动化系博士研究生.主要研究方向为非线性系 统建模与控制,智能控制. E-mail: sinlionzh@yahoo.com.cn

(**ZHANG Xin-Liang** Ph.D. candidate in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers modeling and control of the nonlinear system, and intelligent control.)

**谭永红** 博士, 上海师范大学机电学院教授. 主要研究方向为智能控制, 机电系统的建模与控制, 精密制造系统自动化. 本文通信作者. E-mail: tanyongh@vahoo.com.cn

(**TAN Yong-Hong** Ph. D., professor at the College of Mechanical and Electronic Engineering, Shanghai Normal University. His research interest covers intelligent control, modeling and control of mechatronic systems, and precision manufacturing systems and automation. Corresponding author of this paper.)