

强跟踪粒子滤波算法及其在故障预报中的应用

胡昌华¹ 张琪¹ 乔玉坤²

摘要 粒子退化和对突变状态的跟踪能力差是粒子滤波在故障预报应用中存在的主要问题. 再采样粒子滤波虽可缓解粒子退化, 但易导致样本贫化; 扩展粒子滤波也可在一定程度上解决退化问题, 但难以跟踪突变状态. 本文提出了强跟踪粒子滤波算法, 将强跟踪滤波引入粒子滤波更新粒子, 产生重要性密度, 缓解粒子退化和样本贫化问题, 提高跟踪突变状态的能力. 仿真结果显示该算法可行并能及时准确地预报系统故障.

关键词 粒子滤波, 粒子退化, 样本贫化, 强跟踪滤波算法, 故障预报
中图分类号 TP277

A Strong Tracking Particle Filter with Application to Fault Prediction

HU Chang-Hua¹ ZHANG Qi¹ QIAO Yu-Kun²

Abstract Particle degeneracy and its poor ability to track saltatory states are two main problems when a particle filter is applied to fault prediction. The sequential importance re-sampling particle filter can abate the influence of particle degeneracy but will easily lead to another problem — sample impoverishment. The extended particle filter can resolve the problem of particle degeneracy to a certain extent but can not track the saltatory state. A strong tracking particle filter is put forward by introducing a strong tracking filter into a particle filter to resolve the above problems, in which the strong tracking filter is used to update particles and produce importance densities. As a result, the problems of particle degeneracy and sample impoverishment are ameliorated, and the tracking ability is improved. Simulation results demonstrate that the strong tracking particle filter is feasible and system fault can be predicted in time and correctly.

Key words Particle filter, particle degeneracy, sample impoverishment, strong tracking filter, fault prediction

粒子滤波 (Particle filter, PF) 算法是非线性非高斯系统状态估计的主流算法, 虽已在目标跟踪^[1]、航空航天^[2]、机器人定位^[3-4] 和故障检测^[5] 等领域得到成功应用, 但退化问题影响了粒子滤波算法的进一步发展. 再采样在一定程度上可以解决退化问题, 却因此带来了样本贫化问题, 在估计较长时间维持不变的系统状态时影响尤为突出. 选取适当的重要性密度函数是解决退化问题的另一种常见方法, De Freitas 将 EKF (Extended Kalman filtering) 引入粒子滤波形成了 EPF (Extended particle filter)^[6], Merwe 将 UKF (Unscented Kalman filtering) 引入粒子滤波提出了 UPF (Unscented particle filter)^[7]. EPF 和 UPF 虽可在一定程度上解决退化问题, 但是因 EKF 和 UKF 本身局限性, EPF 和 UPF 对系统突变状态的跟踪会出现很大误差.

一般情况下, 系统在正常工作时其状态很长时

间维持不变, 而当系统发生故障时其状态常会发生突变. 故障预报要求对不变和突变两种状态尤其是突变状态能够正确跟踪, 因此将粒子滤波应用于故障预报应解决的主要问题是避免粒子退化和样本贫化, 提高对突变状态的跟踪能力.

带次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器 (Suboptimal fading extended Kalman filtering, SFEKF) 是强跟踪滤波 (Strong tracking filter, STF) 算法的代表算法, 对突变状态具有较强的跟踪能力. 本文将 SFEKF 引入粒子滤波算法, 提出了强跟踪粒子滤波 (Strong tracking particle filter, STPF) 算法, 利用 SFEKF 更新粒子, 产生重要性密度, 缓解粒子退化和样本贫化问题, 提高对突变状态的跟踪能力. 最后将 STPF 应用于故障预报, 旨在及时准确地对系统故障进行预报.

1 SFEKF 算法

当系统和滤波器达到稳态时, EKF 对突变状态的跟踪能力几乎完全丧失, 会出现很大的跟踪误差, 而 SFEKF 具有良好的动态跟踪能力. 为后续阐述需要, 以下说明 SFEKF 的算法流程.

考虑如下一大类非线性系统^[8]

$$\mathbf{x}(k+1) = f(k, \mathbf{u}(k), \mathbf{x}(k)) + \Gamma(k)\mathbf{v}(k) \quad (1)$$

收稿日期 2008-02-18 收修改稿日期 2008-05-28
Received February 18, 2008; in revised form May 28, 2008
国家自然科学基金 (60736026) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60736026)
1. 第二炮兵工程学院 302 教研室 西安 710025 2. 第二炮兵工程学院 301 教研室 西安 710025
1. 302 Unit, the Second Artillery Engineering Institute, Xi'an 710025 2. 301 Unit, the Second Artillery Engineering Institute, Xi'an 710025
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.01522

$$\mathbf{y}(k+1) = h(k+1, \mathbf{x}(k+1)) + \mathbf{e}(k+1) \quad (2)$$

其中 $k \geq 0$ 为离散时间变量; $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 为状态变量; $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^p$ 为输入向量; $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$ 为输出向量. 非线性函数 $f: \mathbf{R}^p \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$, $h: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ 具有关于状态的一阶连续偏导数. $\Gamma \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^q$ 为已知矩阵. $\mathbf{v}(k)$ 和 $\mathbf{e}(k)$ 分别为 q 维和 m 维的高斯白噪声, 且

$$E[\mathbf{v}(k)] = E[\mathbf{e}(k)] = 0 \quad (3)$$

$$E[\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(j)] = Q(k)\delta_{k,j} = 0 \quad (4)$$

$$E[\mathbf{e}(k)\mathbf{e}^T(j)] = R(k)\delta_{k,j} = 0 \quad (5)$$

$$E[\mathbf{v}(k)\mathbf{e}^T(j)] = Q(k)\delta_{k,j} = 0 \quad (6)$$

其中 $Q(k)$ 为对称非负定阵; $R(k)$ 为对称正定阵. 初始状态 $\mathbf{x}(0) \sim N(\mathbf{x}_0, P_0)$, 并且 $\mathbf{x}(0)$ 与 $\mathbf{v}(k)$ 、 $\mathbf{e}(k)$ 统计独立.

SFEKF 算法^[8]

步骤 1. 令 $k = 0$, 选择初始值 $\hat{\mathbf{x}}(0|0)$, $P(0|0)$, 弱化因子 β .

步骤 2. 由式 (7)~(9) 计算 $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)$ 、 $H(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k))$ 、 $F(k, \hat{\mathbf{x}}(k|k))$ 和 $\boldsymbol{\gamma}(k+1)$.

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) = f(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k)) + \Gamma(k)\mathbf{v}(k) \quad (7)$$

$$H(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) = \left. \frac{\partial h(k+1, \mathbf{x}(k+1))}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}(k+1)=\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)}$$

$$F(k, \hat{\mathbf{x}}(k|k)) = \left. \frac{\partial f(k, \mathbf{u}(k), \mathbf{x}(k))}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}(k)=\hat{\mathbf{x}}(k|k)} \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\gamma}(k+1) = \mathbf{y}(k+1) - h(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) \quad (9)$$

步骤 3. 计算渐消因子 $\lambda(k+1)$.

$$V_0(k+1) = \begin{cases} \boldsymbol{\gamma}(1)\boldsymbol{\gamma}^T(1), & k=0 \\ \frac{\rho V_0(k) + \boldsymbol{\gamma}(k+1)\boldsymbol{\gamma}^T(k+1)}{1+\rho}, & k \geq 1 \end{cases} \quad (10)$$

$$N(k+1) = V_0(k+1) - H(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) \times \Gamma(k)Q(k)\Gamma^T(k)H^T(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) - \beta R(k+1) \quad (11)$$

$$M(k+1) = H(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k))F(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k)) \times P(k|k)F^T(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k)) \times H^T(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) \quad (12)$$

$$\lambda_0 = \frac{\text{tr}[N(k+1)]}{\text{tr}[M(k+1)]} \quad (13)$$

$$\lambda(k+1) = \begin{cases} \lambda_0, & \lambda_0 \geq 1 \\ 1, & \lambda_0 < 1 \end{cases} \quad (14)$$

步骤 4. 计算状态估计值 $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1)$.

$$P(k+1|k) = \lambda(k+1)F(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k)) \times P(k|k)F^T(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k)) + \Gamma(k)Q(k)\Gamma^T(k) \quad (15)$$

$$K(k+1) = P(k+1|k)H^T(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) \times [H(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k))P(k+1|k) \times H^T(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) + R(k+1)]^{-1} \quad (16)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1) = \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) + K(k+1)\boldsymbol{\gamma}(k+1) \quad (17)$$

步骤 5. 计算 $\hat{P}(k+1|k+1)$.

$$P(k+1|k+1) = [I - K(k+1) \times H(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k))]P(k+1|k) \quad (18)$$

步骤 6. 令 $k = k+1$, 返回步骤 2.

2 强跟踪粒子滤波算法

2.1 算法思想

退化问题是粒子滤波算法在应用中存在的主要问题^[9-10]. 序贯重要性再采样 (Sequential importance resampling, SIR) 算法虽可缓解退化问题, 却不可避免地产生了样本贫化问题, EPF 虽然在一定程度上可以解决粒子的退化问题, 但是, 当系统状态发生突变的时候, 由于 EKF 自身的缺点, 导致跟踪误差比较大, 甚至发散. 鉴于 SFEKF 相对于 EKF 的强跟踪能力, 本文首次将 SFEKF 引入粒子滤波算法, 利用 SFEKF 进行粒子的更新, 并根据 SFEKF 的计算结果, 产生新的重要性密度, 从而增加粒子的多样性, 缓解退化问题, 提高算法的跟踪能力.

强跟踪粒子滤波算法

步骤 1. 系统初始化. 令 $k = 0$, 根据初始值 $\hat{\mathbf{x}}(0|0)$ 和 $P(0|0)$ 进行抽样, 得到初始粒子集 $\{\mathbf{x}_0^i, 1/N\} | i = 1, 2, \dots, N\}$, 选择弱化因子 β , 令 $k = 1$.

步骤 2. 调用式 (7)~(15) 对粒子集中的每一个粒子进行更新, 得到粒子的重要性密度.

$$q(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{x}_{k-1}^i, \mathbf{y}_k) = N(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)^i, P(k+1|k)^i) \quad (19)$$

步骤 3. 加权.

$$w_k^i = w_{k-1}^i \times \frac{p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k^i)p(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{x}_{k-1}^i)}{q(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{x}_{k-1}^i, \mathbf{y}_k)} \quad (20)$$

步骤 4. 权值归一化.

$$w_k^i = \frac{w_k^i}{\sum_{i=1}^n w_k^i} \quad (21)$$

步骤 5. 状态估计.

$$\mathbf{x}_k^* = \sum_{i=1}^n w_k^i \times \mathbf{x}_k^i \quad (22)$$

步骤 6. 若有效样本数 $N_{\text{eff}} < N/3$ 时进行再采样.

$$\mathbf{x}_k^i \sim N(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1))^i, P(k+1|k+1)^i \quad (23)$$

步骤 7. 令 $k = k + 1$, 返回步骤 2.

2.2 算法性能分析

当出现粒子退化问题时, 强跟踪粒子滤波算法通过 SFEKF 产生的重要性密度进行再采样, 所以强跟踪粒子滤波算法可以在一定程度上缓解退化问题.

对于样本贫化问题, 强跟踪粒子滤波算法在再采样时利用的是重要性密度, 而不同于 SIR 算法的系统再采样, 因而不会出现严重的样本贫化问题.

SFEKF 具有较强的跟踪能力, 强跟踪粒子滤波算法的粒子利用 SFEKF 进行更新, 状态估计结果与真实值更加接近, 从而提高了算法的跟踪能力.

引理 1 (正交性原理^[8]). 使得式 (17) 的滤波器为强跟踪滤波器的一个充分条件是在线选择一个适当的时变增益阵 $K(k+1)$ 使得式 (25) 和 (26) 成立.

正交性原理具有很强的物理意义, 当系统模型不确定时, 如果式 (26) 成立, 则残差序列保持相互正交, 从而强迫滤波器保持对实际状态的跟踪. SFEKF 满足正交性原理, 对于粒子滤波算法而言, 最终的状态估计值为

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1) = \sum_{i=1}^n w_{k+1}^i \times \hat{\mathbf{x}}^i(k+1|k+1) \quad (24)$$

其中 $\sum_{i=1}^n w_k^i = 1$.

$$E \{ [\mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1)] \cdot [\mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1)]^T \} = \min \quad (25)$$

其中 \min 表示等号左边的式子取最小值.

$$E[\boldsymbol{\gamma}(k+1+j)\boldsymbol{\gamma}^T(k+1+j)] = 0 \quad k = 0, 1, 2, \dots; \quad j = 1, 2, \dots \quad (26)$$

定理 1. 强跟踪粒子滤波算法满足正交性原理, 即满足

$$E \left\{ \left[\mathbf{x}(k+1) - \sum_{i=1}^n w_{k+1}^i \hat{\mathbf{x}}^i(k+1|k+1) \right] \cdot \left[\mathbf{x}(k+1) - \sum_{i=1}^n w_{k+1}^i \hat{\mathbf{x}}^i(k+1|k+1) \right]^T \right\} = \min \quad (27)$$

$$E[\boldsymbol{\gamma}(k+1+j)\boldsymbol{\gamma}^T(k+1+j)] = 0 \quad k = 0, 1, 2, \dots; \quad j = 1, 2, \dots \quad (28)$$

证明. 1)

$$E \left\{ \left[\mathbf{x}(k+1) - \sum_{i=1}^n w_{k+1}^i \hat{\mathbf{x}}^i(k+1|k+1) \right] \cdot \left[\mathbf{x}(k+1) - \sum_{i=1}^n w_{k+1}^i \hat{\mathbf{x}}^i(k+1|k+1) \right]^T \right\} = E \left\{ \left[\sum_{i=1}^n w_{k+1}^i \mathbf{x}(k+1) - \sum_{i=1}^n w_{k+1}^i \hat{\mathbf{x}}^i(k+1|k+1) \right] \cdot \left[\sum_{i=1}^n w_{k+1}^i \mathbf{x}(k+1) - \sum_{i=1}^n w_{k+1}^i \hat{\mathbf{x}}^i(k+1|k+1) \right]^T \right\} = E \left\{ \left(\sum_{i=1}^n w_{k+1}^i \right)^2 \cdot [\mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}^i(k+1|k+1)] \cdot [\mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}^i(k+1|k+1)]^T \right\}$$

由式 (24), 上式即 $E\{[\mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1)] \cdot [\mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1)]^T\}$.

由式 (25), $E\{[\mathbf{x}(k+1) - \sum_{i=1}^n w_{k+1}^i \hat{\mathbf{x}}^i(k+1|k+1)] \cdot [\mathbf{x}(k+1) - \sum_{i=1}^n w_{k+1}^i \hat{\mathbf{x}}^i(k+1|k+1)]^T\} = \min$.

2) SFEKF 满足正交性原理, 所以 SFEKF 满足式 (26). 而强跟踪粒子滤波算法是在 SFEKF 的基础上提出的, 且粒子滤波算法不影响 $\boldsymbol{\gamma}(k+1)$, 所以式 (28) 成立. \square

3 强跟踪粒子滤波算法有效性验证

3.1 仿真实例及其结果

对于强跟踪粒子滤波算法, 选用两个实例对其进行仿真. 例 1 是粒子滤波算法的标准验证模型, 用来验证强跟踪粒子滤波算法对标准验证模型的估计能力; 例 2 用来验证强跟踪粒子滤波算法对突变状态的强跟踪能力.

例 1. 标准验证模型^[11].

该模型的状态方程和观测方程为

$$\begin{cases} x_k = f(x_{k-1}, k) + v_{k-1} \\ y_k = \frac{x_k^2}{20} + n_k \end{cases} \quad (29)$$

$$f(x_{k-1}, k) = \frac{x_{k-1}}{2} + \frac{25x_{k-1}}{1+x_k^2} + 8\cos(1.2k) \quad (30)$$

其中, v_k 和 n_k 是均值为 0, 方差分别为 $Q_k = 10$, $R_k = 1$ 的高斯噪声. 初始概率密度函数为 $N(0, 5)$, $x_0 = 0.1$, $\rho = 0.95$, $\beta = 4$. 取 $N = 1000$ 进行 100 步的迭代估计. 图 1 (见下页) 所示为强跟踪粒子滤波算法对标准验证模型的状态估计结果.

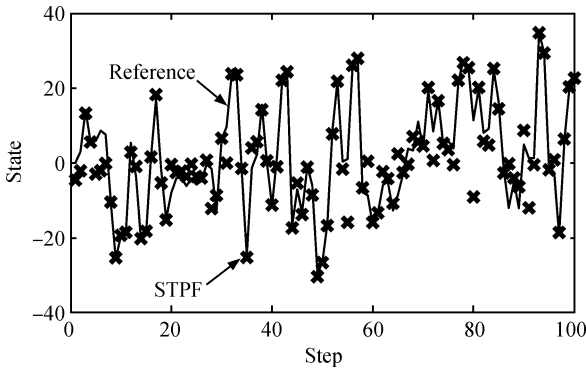


图 1 状态估计结果

Fig. 1 Results of state estimation

例 2. 分时恒定值的估计问题^[12]
 设系统的状态方程和观测方程为

$$x(t) = \begin{cases} 5, & 0 \leq t < \frac{T}{3} \\ 10, & \frac{T}{3} \leq t < \frac{2T}{3} \\ 3, & \frac{2T}{3} \leq t \leq T \end{cases} \quad (31)$$

$$y(t) = x(t) + N(0, Q) \quad (32)$$

其中 $T = 100$, $Q = 1$, 初始样本方差为 5, $\rho = 0.95$, $\beta = 4$. 粒子滤波的样本个数为 100, 进行 100 步的迭代估计. 为了说明强跟踪粒子滤波算法对退化问题的改善情况, 分别选用解决退化问题的代表性算法 SIR 算法和 EPF 算法, 将三者对状态的估计情况进行比较, 如图 2 和图 3 所示.

有效样本数 N_{eff} 是评价粒子滤波算法退化现象的主要指标, N_{eff} 越小表示退化问题越严重. 为了验证 STPF 对退化问题的改善情况, 分别对 SIR、EPF 和 STPF 运行 10 次, 求其 N_{eff} 的平均值, 以作比较. 表 1 中 N_{effSIR} 、 N_{effEPF} 和 N_{effSTPF} 依次表示 SIR、EPF 和 STPF 算法第 100 步的有效样本数.

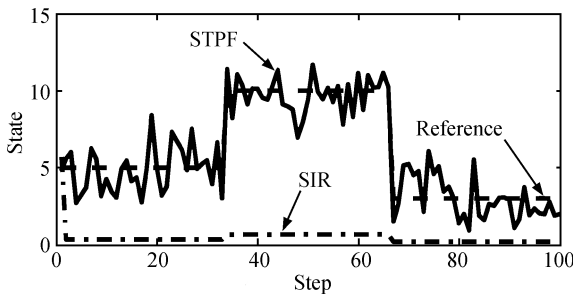


图 2 STPF 与 SIR

Fig. 2 STPF and SIR

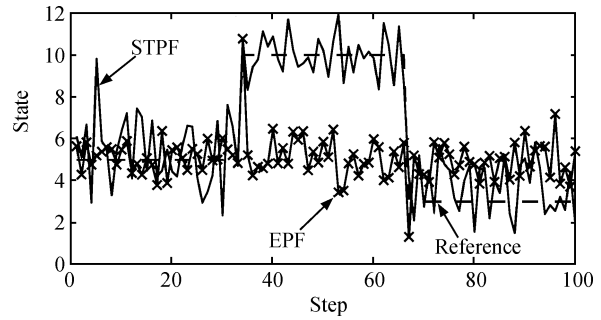


图 3 STPF 与 EPF

Fig. 3 STPF and EPF

表 1 有效样本数

Table 1 Numbers of effective particles

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N_{effSIR}	26	28	30	24	8	31	27	27	28	32
N_{effEPF}	40	33	38	31	42	39	40	39	38	36
N_{effSTPF}	42	37	38	44	42	28	44	25	42	35

注: $\tilde{N}_{\text{effSIR}} = 26$ $\tilde{N}_{\text{effEPF}} = 38$ $\tilde{N}_{\text{effSTPF}} = 38$

一般使用均方根误差 (Root mean squared error, $RMSE$) 来度量粒子滤波算法的误差, 为了说明 STPF 的计算精度, 分别对 SIR、EPF 和 STPF 运行 10 次, 将其 $RMSE$ 的平均值进行比较. 表 2 中 $RMSE_{\text{SIR}}$ 、 $RMSE_{\text{EPF}}$ 和 $RMSE_{\text{STPF}}$ 依次表示三种算法的均方根误差.

表 2 均方根误差

Table 2 Root mean squared error ($RMSE$)

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$RMSE_{\text{SIR}}$	17.9	4.1	9.7	3.3	1.1	6.9	3.5	4.6	19.4	11.9
$RMSE_{\text{EPF}}$	3.1	3.1	3.2	3.0	3.1	3.1	3.0	3.1	3.0	3.1
$RMSE_{\text{STPF}}$	1.3	1.4	1.4	1.3	1.2	1.4	1.3	1.4	1.4	1.2

注: $RMSE_{\text{SIR}}$: 均值 = 8.2514, 方差 = 40.3122

$RMSE_{\text{EPF}}$: 均值 = 3.1156, 方差 = 0.0081

$RMSE_{\text{STPF}}$: 均值 = 1.3324, 方差 = 0.0061

粒子的多样性直接影响着算法的估计能力, 为了说明 STPF 在避免样本贫化方面的性能, 在运行 100 步之后对 SIR、EPF 和 STPF 的粒子分布情况进行比较, 如图 4 (见下页) 所示.

3.2 结果分析

从图 1 可见, STPF 可以很好地对标准验证模型的系统状态进行估计, 说明 STPF 是有效的.

从图 2 和图 3 可见, STPF 相对于 SIR 和 EPF

有较强的跟踪能力.

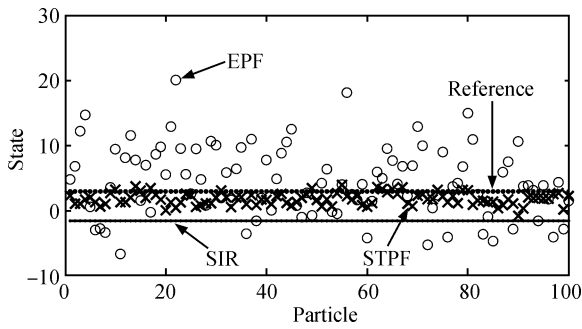


图 4 粒子分布示意图

Fig. 4 Sketch map of particles distribution

从表 1 以及三种算法有效样本数 N_{eff} 的平均值可见, STPF 在解决退化问题方面优于 SIR, 而与 EPF 相当. 说明 STPF 可以较好地缓解退化问题. 在估计精度方面, $RMSE_{\text{STPF}}$ 无论是均值还是方差均小于 $RMSE_{\text{SIR}}$ 和 $RMSE_{\text{EPF}}$. 可见 STPF 在估计精度方面相对于 SIR 和 EPF 有较明显的提高.

由图 4 可见, STPF 在迭代 100 步之后的粒子均匀地分布在真实值两侧, 且比较集中, SIR 的粒子与真实值有比较大的偏差且几乎为单一样本, EPF 的粒子虽然也分布在真实值的两侧, 但是过于分散. 可见 STPF 对样本贫化有较好的改善.

4 强跟踪粒子滤波在故障预报中的应用

4.1 基于强跟踪粒子滤波的故障预报方法

利用强跟踪粒子滤波算法进行故障预报, 其实质是通过强跟踪粒子滤波算法对系统的状态进行跟踪估计. 当观测值 $\mathbf{y}_{1:k}$ 已知, 对系统的状态进行 p 步前向预测时, 粒子按照既有的方式进行更新, 但权值 w_k 保持不变, 对未来时刻 $k+1, k+2, \dots, k+p$ 的状态进行预测, 从而得到故障预测概率^[13].

已知 k 时刻系统信息, j 步前向故障预测概率为

$$fault(j, k) = \sum_{i=1}^n w_k^i I(\mathbf{x}_{k+j|k+j-1}^i \in \omega_0), \quad j \in [1, p] \quad (33)$$

其中 ω_0 为系统故障状态, $I(A)$ 为指标函数, 当 A 为真时 $I(A) = 1$, 否则 $I(A) = 0$.

为了更准确地对系统故障进行估计, 以使最终的故障预测概率达到最优的效果, 对每一时刻的故障预测概率 $fault(j, k)$ 进行加权处理, 且权值与预测步数成反比, 即

$$w_j = \frac{1}{j}, \quad j \in [1, p] \quad (34)$$

$$w_j^* = \frac{\frac{1}{j}}{\sum_{j=1}^p \frac{1}{j}} \quad (35)$$

$k_1 (k_1 > k)$ 时刻的加权故障预测概率采用下式计算

$$p_fault(k_1) = \sum_{j=1}^p fault(j, k_1 - j) w_j^* \quad (36)$$

其中 $fault(j, k_1 - j)$ 的含义同式 (33), 表示已知 $k_1 - j$ 时刻系统信息, k_1 时刻的故障预测概率.

基于强跟踪粒子滤波器的故障预报算法

步骤 1. 调用强跟踪粒子滤波算法步骤 1~5 对系统状态进行估计.

步骤 2. 进行 p 步前向预测.

$$\mathbf{x}_{k+j|k+j-1}^i = f(\mathbf{x}_{k+j-1}^i, \mathbf{v}_{k+j-1}) \quad (37)$$

步骤 3. 通过式 (33) 求 k 时刻 j 步前向故障预测概率.

步骤 4. 利用式 (34)~(36) 计算加权故障预测概率 $p_fault(k_1)$.

步骤 5. 若有效样本数 $N_{\text{eff}} < N/3$ 时进行再采样.

步骤 6. 令 $k = k + 1$, 返回步骤 2.

4.2 仿真实例及其结果

本仿真采用三容水箱系统 (DTS200), 其系统模型和相关参数详见文献 [13]. 采用欧拉离散化方法, 可将系统模型简化如下

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \Delta t A(\mathbf{x}) + \Delta t B \mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{y}(k) = [x_1(k) \quad x_2(k) \quad x_3(k)]^T + \mathbf{v}(k) \end{cases} \quad (38)$$

实验条件: $\Delta t = 0.054 \text{ s}$, $\mathbf{w}(k) \sim N(0, 2 \times 10^{-6})$, $\mathbf{v}(k) \sim N(0, 1 \times 10^{-2})$, $N = 100$, $p = 5$, $\mathbf{x}_0 \sim N([h_1^0 \quad h_2^0 \quad h_3^0]^T, 10^{-2})$, 仿真时间 $100\Delta t$. 故障状态

$$\omega_0 = \left(\frac{h_k - h_k^0}{h_k^0} \right) \geq 0.1, \quad k = 1, 2, \dots \quad (39)$$

假定 az_2 依照下面的方式变化

$$az_2 = \begin{cases} 0.6, & 0 < k \leq 20 \\ az_2^0 + 0.01(k - 20), & 20 < k \leq 80 \\ 1.2, & 80 < k \leq 100 \end{cases} \quad (40)$$

图 5 和图 6 (见下页) 分别为系统正常和故障情况下 STPF 的状态估计结果, 图 7 和图 8 (见下页) 分别为系统正常和故障情况下 STPF 的故障预测概率. 为直观显示算法对系统故障的预测情况, 从图 6 中提取系统发生故障前后时间段 $t \in [75, 83]$ 时 h_2 和 p 步前向故障预测概率列于表 3.

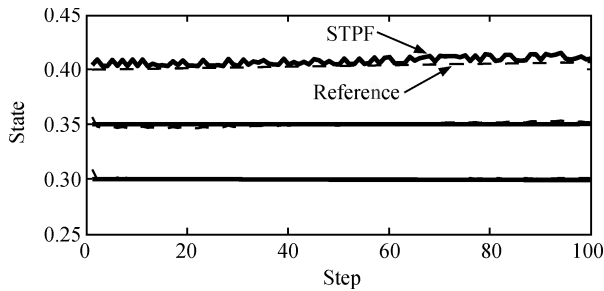


图 5 正常系统的状态估计结果

Fig. 5 Results of state estimation of normal system

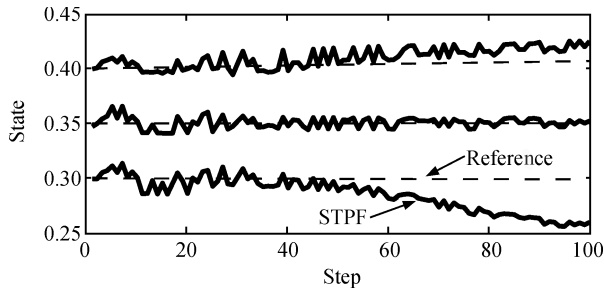


图 6 故障系统的状态估计结果

Fig. 6 Results of state estimation of faulty system

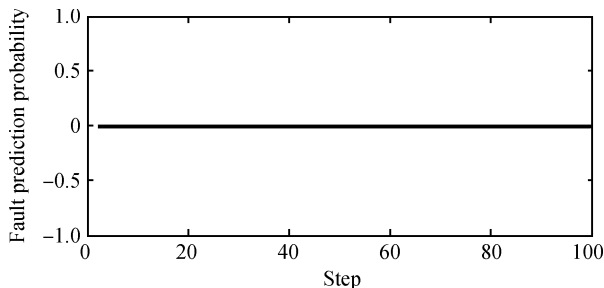


图 7 正常系统的故障预测概率

Fig. 7 Fault prediction probability of normal system

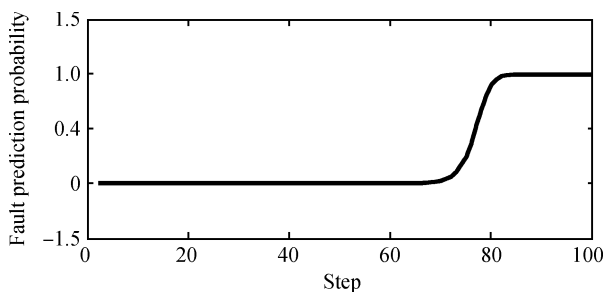


图 8 故障系统的故障预测概率

Fig. 8 Fault prediction probability of faulty system

表 3 故障预测概率

Table 3 Fault prediction probabilities

t	75	76	77	78	79	80	81	82	83
h_2	0.272	0.272	0.271	0.270	0.269	0.269	0.269	0.268	0.266
prob	0.402	0.522	0.624	0.724	0.848	0.918	0.976	0.998	1.000

4.3 结果分析

从图 5 和图 7 可见, 在正常工作情况下, 系统状态的真实值和估计值吻合很好, 系统故障预测概率始终为 0, 可见基于强跟踪粒子滤波器的故障预报算法能对正常工作的系统进行准确的预测。

从图 6 可见, 基于强跟踪粒子滤波器的故障预报算法能准确地跟踪系统状态的变化情况; 结合表 3 和图 8 可见, 基于强跟踪粒子滤波器的故障预报算法在 $t = 76\Delta t$ 时预测概率超过 0.5, 且逐渐增加, 直到 $t = 83\Delta t$ 时预测概率为 1, 可见基于强跟踪粒子滤波器的故障预报算法能及时准确地预测系统即将发生的故障。

5 结论

强跟踪粒子滤波算法是针对 EPF 和 SIR 在应用于故障预报时不能对突变状态进行准确跟踪的情况提出的, 通过将 SFEKF 算法引入粒子滤波, 以 SFEKF 来对粒子进行更新, 形成新的重要性密度, 提高算法的跟踪能力. 仿真结果显示, 强跟踪粒子滤波算法在计算精度方面有比较大的提高, 降低了粒子退化和样本贫化的影响, 提高了算法的跟踪能力, 尤其在估计突变状态方面具有明显的优势. 将强跟踪粒子滤波算法应用于故障预报也得到了比较满意的结果。

References

- Zha Yu-Fei, Bi Du-Yan. An adaptive particle filter for moving objects tracking. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2007, **29**(1): 92–95 (查宇飞, 毕笃彦. 一种基于粒子滤波的自适应运动目标跟踪方法. *电子与信息学报*, 2007, **29**(1): 92–95)
- Ding Yang-Bin, Shen Gong-Xun. Study on unscented particle filter applied in initial alignment of large azimuth misalignment on static base of SINS. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2007, **28**(2): 397–401 (丁杨斌, 申功勋. Unscented 粒子滤波在静基座捷联惯导系统大方位失准角初始对准中的应用研究. *航空学报*, 2007, **28**(2): 397–401)
- Fang Zheng, Tong Guo-Feng, Xu Xin-He. A robust and efficient algorithm for mobile robot localization. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(1): 48–53 (方正, 佟国峰, 徐心和. 一种鲁棒高效的移动机器人定位方法. *自动化学报*, 2007, **33**(1): 48–53)
- Zhang Heng, Fan Xiao-Ping, Qu Zhi-Hua. Mobile robot adaptive Monte Carlo localization based on multiple hypothesis tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(9): 941–946 (张恒, 樊晓平, 瞿志华. 基于多假设跟踪的移动机器人自适应蒙特卡罗定位研究. *自动化学报*, 2007, **33**(9): 941–946)
- Xu X Y, Li B X. Adaptive rao-blackwellized particle filter and its evaluation for tracking in surveillance. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, **16**(3): 838–849

- 6 De Freitas J F G, Niranjan M A, Gee A H, Doucet A. Sequential Monte Carlo methods to train neural network models. *Neural Computation*, 2000, **12**(4): 955–993
- 7 van der Merwe R, Doucet A, de Freitas N, Wan E. The Unscented Particle Filter, Technical Report, CUED/ FIN-FENG/TR380, Oregon Graduate Institute, USA, 2000, 1–46.
- 8 Zhou Dong-Hua, Ye Yin-Zhong. *Modern Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control*. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 265–267
(周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制. 北京: 清华大学出版社, 2000. 265–267)
- 9 Hu Shi-Qiang, Jing Zhong-Liang. Overview of particle filter algorithm. *Control and Decision*, 2005, **20**(4): 361–362
(胡士强, 敬忠良. 粒子滤波算法综述. 控制与决策, 2005, **20**(4): 361–362)
- 10 Djuric P M, Kotecha J H, Zhang J Q, Huang Y F, Ghirmai T, Bugallo M F. Particle filtering. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2003, **20**(5): 19–38
- 11 Sanjeev A M, Simon M, Neil G, Tim C. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, **50**(2): 174–188
- 12 Mo Yi-Wei, Xiao De-Yun. Evolutionary particle filter and its application. *Control Theory and Applications*, 2005, **22**(2): 269–272
(莫以为, 萧德云. 进化粒子滤波算法及其应用. 控制理论与应用, 2005, **22**(2): 269–272)
- 13 Chen M Z, Zhou D H. Particle filtering based fault prediction of nonlinear systems. In: Proceedings of IFAC Symposium Proceedings of Safe Process. Washington D. C., USA: Elsevier Science, 2001. 2971–2977



胡昌华 第二炮兵工程学院教授. 1996年于西北工业大学获博士学位. 主要研究方向为控制系统自动检测与故障诊断、容错控制和可靠性工程. 本文通信作者. E-mail: hch6603@263.net

(**HU Chang-Hua** Professor at the Second Artillery Engineering Institute.

He received his Ph.D. degree from Northwestern Polytechnical University in 1996. His research interest covers automatic detection and fault diagnosis for control system, fault-tolerant control, and reliability engineering. Corresponding author of this paper.)



张琪 第二炮兵工程学院博士研究生, 主要研究方向为控制系统自动检测与故障诊断、数字信号处理.

E-mail: zhangqi6530@163.com

(**ZHANG Qi** Ph.D. candidate at the Second Artillery Engineering Institute.

Her research interest covers automatic detection, fault diagnosis for control system, and digital signal processing.)



乔玉坤 第二炮兵工程学院博士研究生, 主要研究方向为导航、制导与控制.

E-mail: qiaoyukun6530@163.com

(**QIAO Yu-Kun** Ph.D. candidate at the Second Artillery Engineering Institute. His research interest covers navigation, guidance, and control.)