

# 压电陶瓷驱动器 ECNLP 动力学模型及其位移跟踪控制器的研究

宾洋<sup>1,2</sup> 杨东超<sup>1,2</sup> 贾振中<sup>1,2</sup> 陈恳<sup>1,2</sup>

**摘要** 针对压电陶瓷驱动器中存在的复杂非线性滞回动力学特性, 首先建立了一种新型机电耦合非线性集总参数 (Electromechanical coupling nonlinear lumped-parameter, ECNLP) 模型. 该模型不仅能够准确、合理地刻画压电叠堆中的非线性滞回、静态特性, 而且充分考虑了驱动器中弹性和运动部件的动力学特性. 基于此模型, 利用微分几何的输入输出线性化原理, 实现了该模型的精确线性化变换, 并导出了相应的线性可控规范型子系统. 根据该子系统, 提出了一种基于 LQ 方法的压电陶瓷驱动器非线性位移跟踪控制系统, 并进一步验证了余下内动态子系统的稳定性. 最后, 通过仿真计算检验了系统的控制效果.

**关键词** 压电驱动, 机电耦合, 非线性滞回, 输入输出线性化, 位移跟踪控制  
**中图分类号** TP13

## Study on ECNLP Dynamics Model of Piezoceramic Actuator and Position Tracking Controller

BIN Yang<sup>1,2</sup> YANG Dong-Chao<sup>1,2</sup> JIA Zhen-Zhong<sup>1,2</sup> CHEN Ken<sup>1,2</sup>

**Abstract** On account of the complex nonlinear hysteresis behaviour of piezoceramic actuator, in this paper, a novel electromechanical coupling nonlinear lumped-parameter (ECNLP) model of piezoelectric dynamic system is proposed. In this model, not only the static and dynamic characteristics of piezoceramic stack's nonlinear hysteresis, but also the dynamics of elastic and motive components within actuator are considered simultaneously. Based on the proposed model, the input-output linearization theory is utilized to implement the exact linearization, and deduced a subsystem presented with a linear controllable normal form. Utilizing this subsystem, a nonlinear position tracking control system is developed for piezoceramic actuator by adopting LQ method, and the stability of remaining internal dynamics is validated similarly. At last, the control performance is confirmed through computer simulations.

**Key words** Piezo-actuated, electromechanical coupling, nonlinear hysteresis, input-output linearization, position tracking control

压电陶瓷驱动器是一种利用压电陶瓷逆压电效应制作的微/纳米级的超精密驱动装置, 具有独特的高刚度、高频响以及体积小、质量轻等优点, 已被广泛应用于超精密加工、生物医学工程、纳米技术等领域<sup>[1-3]</sup>. 图 1 所示为典型的压电陶瓷驱动器, 包括压电叠堆、预紧弹簧和输出位移滑块三个部分.

对图 1 分析可知, 在实际工程应用中, 压电陶瓷驱动器除了要受到压电叠堆本身固有的非线性滞回特性影响外, 还受到预紧弹簧和输出位移滑块在高

速运行下动力学特性的影响. 而这种复杂的非线性滞回动力学特性, 不仅严重影响系统的位移跟踪控制精度, 甚至会导致系统不稳定. 因此, 建立准确、合理的压电陶瓷驱动器动力学模型, 并在此基础上进行综合控制是改善驱动器性能的两个关键因素.

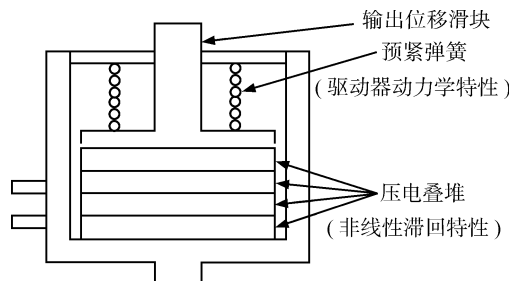


图 1 压电陶瓷驱动器本体机械结构

Fig. 1 Mechanical structure of a piezoceramic actuator

在压电陶瓷驱动器建模方面, 各国研究人员根据不同的应用背景, 在深入分析压电叠堆非线性滞回特性成因的基础上<sup>[4]</sup>, 提出了多种建模方法. 比较

收稿日期 2007-05-23 收修改稿日期 2008-01-21  
Received May 23, 2007; in revised form January 21, 2008  
国家自然科学基金 (50575119), 国家博士后科学基金 (20070410513) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (50575119) and Postdoctoral Science Foundation of China (20070410513)  
1. 清华大学精密仪器与机械学系 北京 100084 2. 清华大学摩擦学国家重点实验室 北京 100084  
1. Department of Precision Instruments and Machinery, Tsinghua University, Beijing 100084 2. State Key Laboratory of Tribology, Tsinghua University, Beijing 100084  
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.01090

典型的有 Preisach 模型<sup>[5]</sup>, Wiener 模型<sup>[6]</sup> 以及基于 Prandtl-Ishlinskii 算子的迟滞蠕变模型<sup>[7]</sup> 等. 其中, Ge 等在经典 Preisach 模型的基础上, 建立了广义 Preisach 模型<sup>[8]</sup>. 目前, Preisach 模型及其改进型已被广泛应用于对铁磁、智能材料和压电叠堆非线性滞回特性的描述. 但是, 这些模型一般只适合描述非线性滞回的静态特性, 且需要大量的实验数据支撑. 针对这些不足, 党选举等提出了基于 Wiener 模型的神经网络非线性滞回环模型, 该模型可同时表达非线性迟滞对象的静、动态特性, 并且具有较高的模型预测精度<sup>[9]</sup>. 在现有模型的基础上, Goldfarb 等根据 Maxwell 提出的一般化 Maxwell 建模机理, 建立了一种非线性滞回模型<sup>[10-12]</sup>, 该模型不仅实现了对压电叠堆非线性滞回特性的准确描述, 而且将其与驱动器中预紧弹簧和输出位移滑块等高速运动部件的动力学特性进行了合理、有效的融合. 在此基础上, Banning 等提出了改进型, 并导出相应的数学模型<sup>[13-15]</sup>. 然而, 由于该数学模型表征为非仿射形式, 因此目前还仅局限于系统的动力学分析, 而无法应用于综合控制. 尽管 Goldfarb 等提出的模型仍存在一些不足, 但由于其不仅能够从物理学角度较好地解释非线性滞回特性的形成机理, 而且还兼顾考虑了驱动器弹性和运动部件的动力学特性, 因此为本文采用其建模机理建立全新的、能够用于控制系统分析和综合的模型奠定了基础.

在讨论压电陶瓷驱动器建模方法的同时, 各国学者也在开展系统控制方法的研究. Jung 等基于确定的非线性滞回轨迹模型, 对压电陶瓷驱动器进行前馈控制<sup>[16]</sup>. Main 等在所建立的压电陶瓷驱动器非线性滞回模型的基础上, 通过非线性描述函数法对其进行控制<sup>[17]</sup>. Choi 等基于 Maxwell 迟滞模型, 提出了结合反馈线性化和 PID 的控制方法, 在此基础上, 进一步结合重复控制 (Repetitive control) 原理, 开发了一种针对周期性外激励信号的控制方法, 并将其应用于两维压电陶瓷驱动平台的位移跟踪控制<sup>[18]</sup>. 此外, 哈尔滨工业大学的孙立宁、大连理工大

学的孙宝元、中国科学院的贾宏光等在这方面也开展了有益的探索, 提出了诸如前馈补偿和 PID 反馈调节相结合的复合控制算法<sup>[19-22]</sup>, 并取得了较好的控制效果. 这些方法一般都基于所建立的非线性滞回模型具有较高的精度这一特点, 然后通过插值方法来获取前馈补偿量, 最后通过比例、积分或微分的反馈调节实现期望的控制效果. 尽管其中一些方法采用了非线性描述函数的工具, 但这只是一种近似的非线性控制系统设计.

综合以上分析, 本文首先从一个新的角度提出了一种集成压电叠堆非线性滞回特性和驱动器动力学特性的 ECNLP 模型. 该模型采用分层建模的原理, 不仅能够较为准确、合理地刻画压电叠堆中的非线性滞回静、动态特性, 而且充分考虑了系统中预紧弹簧和输出位移滑块等运动部件的动力学特性, 从而解决了如何实现两者之间有机融合的瓶颈问题. 基于此 ECNLP 模型, 本文利用微分几何工具, 研究了非线性系统的输入输出线性化控制方法, 从而将复杂 ECNLP 模型的部分状态变量转化为一个具有线性可控规范型的子系统. 然后, 根据导出的子系统, 采用 LQ 方法设计了压电陶瓷驱动器的非线性位移跟踪控制系统, 并对余下的非线性内动态子系统的零动态特性进行了稳定性证明. 最后, 通过仿真计算, 验证了该控制系统不仅能够明显提高驱动器的位移跟踪精度和高速频响特性, 而且有效地实现了系统整体动态性能的优化.

## 1 新型压电驱动机电耦合非线性动力学系统建模

在动力学建模之前, 首先将图 1 的机械结构简化为图 2 所示的机电耦合动力学系统模型图. 在此基础上, 本文基于分层建模的原理, 将图 2 模型分解为三个部分: 1) 与压电叠堆物理特性相关的非线性滞回子模型; 2) 与压电陶瓷驱动型式相关的等效驱动电路子模型; 3) 与压电陶瓷驱动器动力学特性相关的质量-弹簧-阻尼子模型.

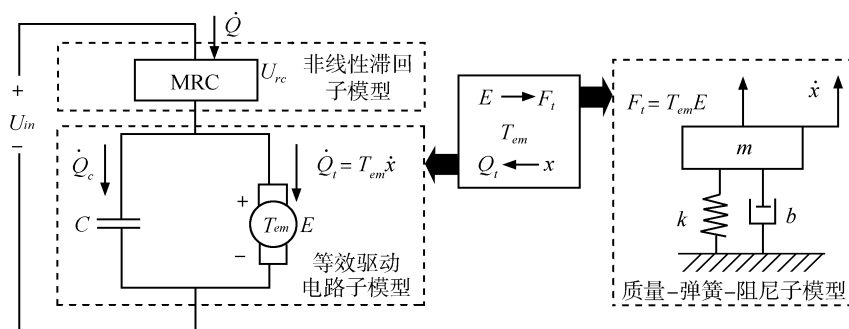


图 2 压电陶瓷驱动器机电耦合动力学系统模型<sup>[10]</sup>

Fig. 2 Electromechanical coupling dynamic system of piezoceramic actuator<sup>[10]</sup>

图 2 中,  $Q_t$  为流经电-机转换器的电荷,  $Q_t = T_{em}x$ ,  $Q_C$  为流经线性电容的电荷,  $Q_C = CE$ ,  $T_{em}$  为电-机转换器的比系数,  $C$  为与电-机转换器平行的线性电容,  $E$  为机械部分的反电动势,  $U_{in}$  为压电陶瓷驱动器的总输入电压,  $F_t$  为电气部分产生的转换力,  $m$  为压电叠堆的等效质量,  $b$  为阻尼系数,  $k$  为弹簧刚度,  $x$  为压电叠堆的输出位移量,  $U_{rc}$  为非线性滞回子模型的输入电压,  $Q$  为流经非线性滞回子模型的总电荷.

1.1 考虑动、静态特性的非线性滞回子模型

在非线性滞回特性曲线中, 对输入电压  $U_{rc}$  与输出总电荷  $Q$  的准确刻画, 是关系机电耦合动力学系统模型整体性能的关键. 因此, 本节首先讨论图 2 中的第一部分, 即压电叠堆的非线性滞回子模型建模.

首先, 根据文献 [4] 对压电叠堆非线性滞回现象形成机理的分析可知, 总电荷  $Q$  不仅与输入电压  $U_{rc}$  的幅值相关, 还与输入电压的频率 (或速度) 相关. 于是, 本节考虑将总电荷  $Q$  分解为动态线性和静态非线性两部分分别进行描述. 其中, 动态线性部分可等效简化为一个一阶传递函数<sup>[12]</sup>

$$Q_{lin} = \frac{T_d}{T_{n1}s + T_{n2}} U_{rc} \quad (1)$$

式中,  $Q_{lin}$  为流经非线性滞回子模型总电荷  $Q$  的线性部分,  $s$  为 Laplace 算子.

由于式 (1) 只给出动态部分的线性刻画, 为了获得完整的输入电压  $U_{rc}$  与总电荷  $Q$  的关系, 还需要构造如下函数  $mrc(*)$  来补偿  $Q$  的静态非线性量

$$Q = mrc(\dot{U}_{rc}, U_{rc}, Q_{lin}) = S_{ax}Q_{lin}U_{rc}^{C_{cur}} + C_{lx} + C_{wid}\dot{U}_{rc} \quad (2)$$

其中,  $T_d, T_{n1}, T_{n2}, C_{wid}, S_{ax}, C_{cur}, C_{lx}$  为根据实验数据拟合的常数.

针对上述考虑动、静态特性的压电叠堆非线性滞回子模型, 本文进行了仿真验证. 对模型施加三角波输入电压信号 (图 3), 相应的输入电压  $U_{rc}$  - 输出电荷  $Q$  相位图如图 4 中实线所示. 图中给出的是一个时间段内的仿真结果. 由结果可见, 随着输入电压信号的频率由低到高变化 (从第 1~3 个周期, 频率分别为 232.56 Hz, 270.27 Hz, 285.72 Hz, 相应的上升、下降速度的绝对值分别为  $6.5116 (\times 10^4 \text{ V/s})$ ,  $7.5676 (\times 10^4 \text{ V/s})$ ,  $8.0023 (\times 10^4 \text{ V/s})$ ), 其输出电荷幅值逐渐减小 (从第 1~3 个周期, 幅值依次为  $0 \sim 4 (\times 10^{-6} \text{ C})$ ,  $0.1 \sim 3.9 (\times 10^{-6} \text{ C})$ ,  $0.15 \sim 3.85 (\times 10^{-6} \text{ C})$ ). 这表明, 压电叠堆的非线性滞回特性会受到输入电压信号速度的影响, 其速度越快, 滞回

特性越明显. 这一结果与文献 [4] 中对压电叠堆非线性滞回成因的定性分析结果正好吻合.

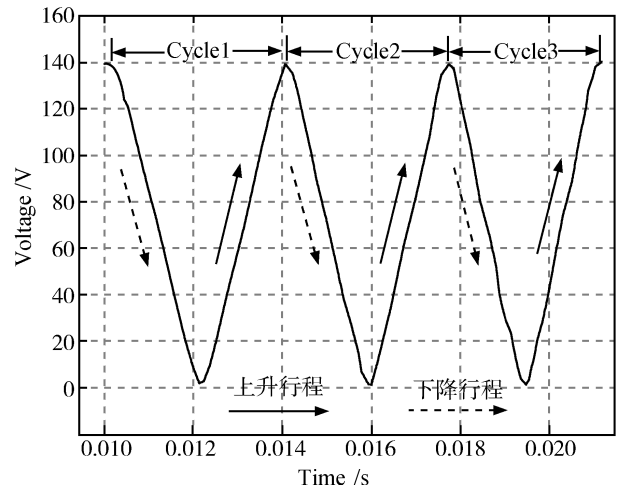


图 3 幅值不变、频率递增的三角波输入电压信号  
Fig. 3 Constant amplitude, increasing frequency triangle-wave input voltage

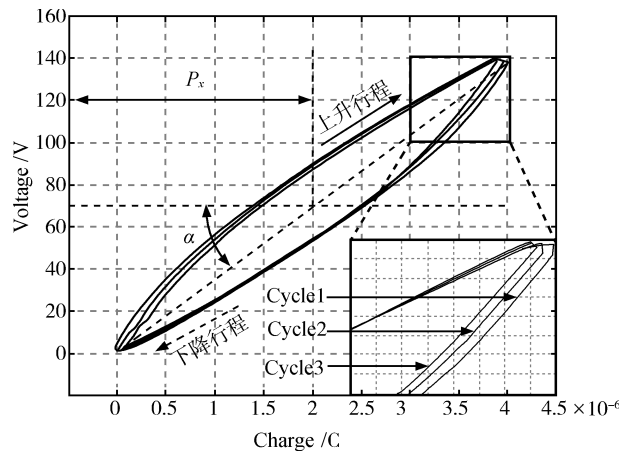


图 4 非线性滞回特性曲线  
Fig. 4 Nonlinear hysteresis curve

对式 (1)、(2) 中的系数作进一步分析, 可得到以下结论:

- 1)  $T_d, T_{n1}, T_{n2}$  的变化影响到系统的动态输出特性;
- 2)  $C_{wid}$  的变化影响到相位图中非线性滞回特性曲线轴线的倾斜角  $\alpha$ ;
- 3)  $C_{lx}$  的变化影响到非线性滞回特性曲线中心在相位图水平 X 轴 (即电荷坐标轴) 的位置  $P_x$ ;
- 4)  $S_{ax}, C_{cur}$  的变化影响到非线性滞回特性曲线在相位图中的形状.

此外, 考虑到非线性滞回特性曲线上升、下降行程的不对称性, 只需设置两组不同的模型系数, 即可实现对曲线的拟合.

在仿真验证的基础上, 本文还进一步检验了模型 (1)、(2) 对实际压电叠堆非线性滞回特性曲线进行刻画准确性. 在频率不变、幅值衰减的正弦波输入电压信号 (图 5) 下, 图 6 所示为所建立子模型的仿真结果 (图 6 中实线) 与文献 [23] 提供的某型号压电陶瓷驱动器的实验数据 (图 6 中虚线) 的对比.

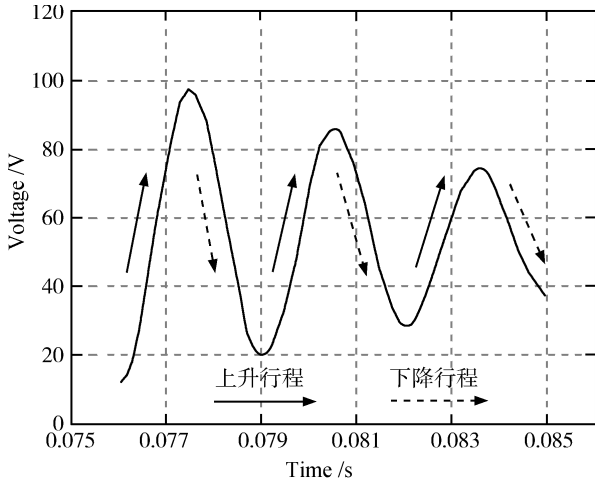


图 5 频率不变、幅值衰减的正弦波输入电压信号  
Fig. 5 Constant frequency, decreasing amplitude sinusoidal input voltage

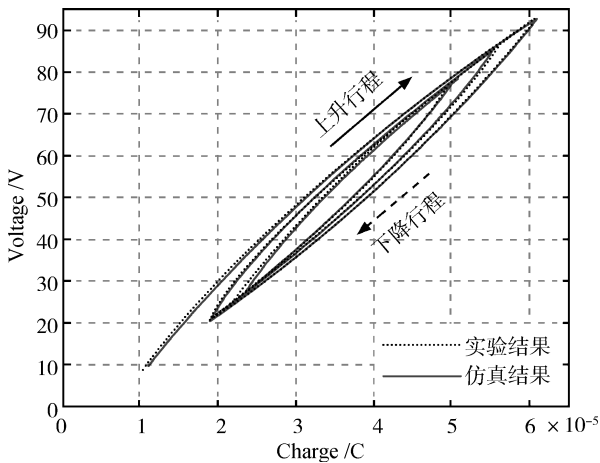


图 6 非线性滞回特性曲线 (仿真与实验对比结果)  
Fig. 6 Nonlinear hysteresis curve (Comparison of simulation and experiment)

图中子模型的系数是根据上述分析结果中系数对特性曲线的影响趋势确定的, 经过修正拟合如下:  $T_d = 80, T_{n1} = 0.06, T_{n2} = 93, C_{wid} = 0.0183, S_{ax} = 70, C_{cur} = 1/3, C_{lx} = -700$ .

由对比结果可见, 所建立子模型能够较好地逼

近实际压电叠堆的实验数据.

综合以上分析结果可知, 本节提出的考虑动、静态特性的子模型, 不仅能够比较准确地刻画输入电压  $U_{rc}$  与总电荷  $Q$  之间的非线性滞回关系, 而且通过引入电压速度  $\dot{U}_{rc}$  这一状态变量, 较为合理地在系统非线性滞回特性与动力学特性之间建立起了有机联系, 为下一步讨论 ECNLP 模型的建模奠定了基础. 此外, 该子模型系数少、结构简洁, 只需调整系数  $T_d, T_{n1}, T_{n2}, C_{wid}, S_{ax}, C_{cur}, C_{lx}$ , 即有可能描述一类非线性滞回特性曲线, 因此具有一定的普适性.

### 1.2 新型 ECNLP 模型

在第 1.1 节建立的非线性滞回子模型的基础上, 本节提出一个改进的 ECNLP 模型, 使之能够准确、合理地融合驱动器动力学系统中的两个关键因素:

- 1) 压电叠堆的非线性滞回特性;
- 2) 弹性和运动部件的动力学特性.

首先, 构造图 2 中另外两个部分的子模型, 即与压电陶瓷驱动型式相关的等效驱动电路子模型

$$\begin{cases} E = U_{in} - U_{rc} \\ Q = Q_t + Q_C \end{cases} \quad (3)$$

以及与压电陶瓷驱动器中弹性和运动部件动力学特性相关的质量-弹簧-阻尼子模型

$$\begin{cases} F_t = T_{em} E \\ m\dot{x} + b\dot{x} + kx = F_t \end{cases} \quad (4)$$

对压电陶瓷驱动器模型的分析表明, 目前的研究工作大多是将图 2 中三个部分的子模型 (全部或部分) 进行独立的动力学分析, 在此基础上构造各自的控制策略. 这显然无法有效刻画系统复杂的非线性滞回动力学特性, 因此也难以获得整体的最优控制性能.

事实上, 图 2 中三个子模型之间是互相耦合的. 为了克服现有独立建模及控制方法的不足, 下面对压电陶瓷驱动器中三个部分的子模型 (即式 (1)~(4)) 进行融合, 建立起能够更为合理且精确描述驱动器复杂非线性滞回动力学特性的 ECNLP 模型 (5) (见下页上方). 在此基础上再讨论控制系统的设计, 使之具有准确的位移跟踪性能和优化的动态响应特性.

显然, 模型 (5) 为单输入仿射非线性系统. 它较好地将压电叠堆的非线性滞回特性和驱动器的动力学特性统一到一个平台下, 从而为下面控制系统的分析和整体优化设计奠定了基础.

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F} + \mathbf{G}U_{in}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{Q}_{lin} \\ \dot{U}_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ -\frac{b}{m}\dot{x} - \frac{k}{m}x - \frac{T_{em}}{m}U_{rc} \\ -\frac{T_{n2}}{T_{n1}}Q_{lin} + \frac{T_d}{T_{n1}}U_{rc} \\ -\frac{1}{C_{wid}}(S_{ax}Q_{lin}U_{rc}^{C_{cur}} + C_{lx}) + \frac{T_{em}}{C_{wid}}x - \frac{C}{C_{wid}}U_{rc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_{em}}{m} \\ 0 \\ \frac{C}{C_{wid}} \end{bmatrix} U_{in} \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{X} = [x \ \dot{x} \ Q_{lin} \ U_{rc}]^T$  为状态变量,  $U_{in}$  为控制变量.

## 2 基于 LQ 方法的输入输出线性化控制系统设计

针对上述具有单输入仿射非线性形式的 ECNLP 模型, 采用古典 PID 控制甚至现代控制理论均难以实现其综合控制. 本节利用微分几何工具, 研究基于 LQ 方法的输入输出线性化控制系统设计. 该系统的基本思想是, 通过构造恰当的状态反馈和坐标变换, 力图将复杂的 ECNLP 模型全部或部分转换为新坐标系下的线性可控规范型<sup>[24]</sup>. 基于此规范型, 即可较大幅度地简化控制系统设计, 并获得期望的控制性能.

### 2.1 ECNLP 模型的输入输出线性化

首先, 考虑到压电陶瓷驱动器的控制目标是实现其实际输出位移对期望值的跟踪控制, 因此可以定义系统 (5) 的输出变量为  $y = h(\mathbf{X}) = x$ . 利用微分几何的李括号, 可求解出系统 (5) 的相对阶为

$$\gamma = 2 \quad (6)$$

相对阶的含义说明, 系统 (5) 中只有 2 维的部分坐标可以实现精确线性化<sup>[25]</sup>. 于是, 可以构造出系统 (5) 中  $\gamma = 2$  维的部分原坐标系与新坐标系之间的坐标变换关系

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \psi(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} h(\mathbf{X}) \\ L_{\mathbf{F}}h(\mathbf{X}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} \quad (7)$$

下面, 进一步构造余下的  $n - \gamma = 2$  维坐标变换, 以保证新、旧坐标系之间的微分同胚映射关系, 即坐标变换可逆. 根据 Frobenius 定理可知, 余下 2 维坐标  $\eta_i(\mathbf{X})$ ,  $i = 1, 2$  应满足下列条件<sup>[26]</sup>

$$\frac{\partial \eta_i(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{G} = \frac{T_{em}}{m} \frac{\partial \eta_i(\mathbf{X})}{\partial \dot{x}} + \frac{C}{C_{wid}} \frac{\partial \eta_i(\mathbf{X})}{\partial U_{rc}} = 0 \quad (8)$$

才能够保证所构造的坐标变换可逆. 注意到偏微分

方程 (8) 的其中一组解为

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \eta_1(\mathbf{X}) \\ \eta_2(\mathbf{X}) \end{bmatrix} = \varphi(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} Q_{lin} \\ -\frac{C}{C_{wid}}\dot{x} - \frac{T_{em}}{m}U_{rc} \end{bmatrix} \quad (9)$$

结合式 (7) 中的 2 维部分坐标变换, 可得到该系统新的整体坐标变换的雅可比矩阵为

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{X}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{\eta}}{\partial \mathbf{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{C}{C_{wid}} & 0 & -\frac{T_{em}}{m} \end{bmatrix} \quad (10)$$

显然, 当  $T_{em}, C_{wid}, m \neq 0$  时, 该变换阵为一非奇异阵, 因此其逆阵存在. 在此基础上, 构造状态反馈

$$U_{in} = b_{NL}(\mathbf{X}) + a_{NL}(\mathbf{X})u = \frac{-L_{\mathbf{F}}^2 h(\mathbf{X}) + u}{L_{\mathbf{G}} L_{\mathbf{F}} h(\mathbf{X})} \quad (11)$$

式 (11) 中的李导数为

$$L_{\mathbf{F}}^2 h(\mathbf{X}) = -\frac{b}{m}\dot{x} - \frac{k}{m}x - \frac{T_{em}}{m}U_{rc} \quad (12)$$

$$L_{\mathbf{G}} L_{\mathbf{F}} h(\mathbf{X}) = \frac{T_{em}}{m} \quad (13)$$

从而使得 ECNLP 模型转化为子系统 (14) 和 (15) (见下页下方).

结合式 (14) 和 (15), 可得到输入输出线性化原理框图<sup>[27]</sup> (见下页图 7).

### 2.2 基于 LQ 方法的位移跟踪控制器设计

压电陶瓷驱动器的位移跟踪控制是指: 给定任意合理的期望位移  $x_{des}$ , 寻求输入电压  $U_{in}$  的反馈控制, 使其实际输出位移  $y = x = \mathbf{CZ} = [1 \ 0]\mathbf{Z}$  跟踪期望值.

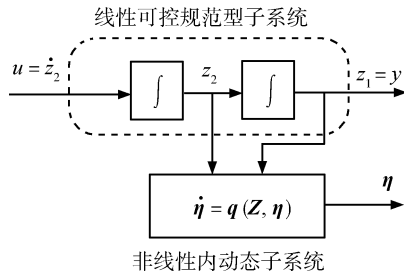


图 7 输入输出线性化原理框图

Fig. 7 Block diagram of input-output linearization

针对这一输出跟踪问题, 本节利用上述 2 阶线性可控规范型子系统 (14), 设计如下基于 LQ 方法的反馈控制

$$u = -R^{-1}B^T P_{LQ}Z + R^{-1}B^T G_g \quad (16)$$

使得系统的二次型性能指标

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} [(x - x_{des})Q(x - x_{des}) + uRu]dt \quad (17)$$

达到极小. 其中, 权矩阵  $Q \geq 0, R > 0$ , 常数矩阵  $P_{LQ}$  为 Riccati 代数方程

$$A^T P_{LQ} + P_{LQ}A - P_{LQ}BR^{-1}B^T P_{LQ} + C^T Q C = 0 \quad (18)$$

的唯一对称正定解<sup>[28]</sup>, 矩阵  $G_g$  为

$$G_g = [P_{LQ}BR^{-1}B^T - A^T]^{-1}C^T Q x_{des} \quad (19)$$

将反馈控制式 (16) 代入状态反馈式 (11), 即可

得到最终的输入电压控制量为

$$U_{in} = \frac{b_{NL}(X) + a_{NL}(X)u = b\dot{x} + kx + T_{em}U_{rc} - (R^{-1}B^T P_{LQ}Z - R^{-1}B^T G_g)m}{T_{em}} \quad (20)$$

本节设计的基于 LQ 方法的位移跟踪控制器, 仅实现了对线性可控规范型子系统 (14) 的稳定性控制以及动态性能的优化. 然而, 为了保证整个系统是稳定的, 还必须考虑余下非线性内动态子系统 (15) 的稳定性, 这样跟踪控制设计的问题才能真正解决. 而子系统 (15) 的稳定性可以通过研究其零动态稳定性来得以证明<sup>[29]</sup>. 因此, 下面将验证子系统 (15) 的零动态特性是稳定的.

### 2.3 非线性内动态子系统的稳定性

考虑非线性内动态子系统 (15), 当  $z_2, z_1 = 0$  时, 其零动态特性表现如式 (21) (见本页下方).

为证明式 (21) 是稳定的, 构造以下李亚普诺夫 (Lyapunov) 函数

$$V(\eta_1, \eta_2) = \left( \int \eta_1 dt - \int \eta_2 dt \right)^{-1} \quad (22)$$

根据压电陶瓷驱动器的实际工况可知,  $\eta_1 = Q_{lin} \geq 0, U_{rc} = \frac{m}{T_{em}} \left( \frac{C}{C_{wid}} \dot{x} - \eta_2 \right) \geq 0$ . 当  $\dot{x} \leq 0$  时, 显然  $V(\eta_1, \eta_2) = \left( \int Q_{lin} dt - \frac{C}{C_{wid}} \int \dot{x} dt + \frac{T_{em}}{m} \int U_{rc} dt \right)^{-1} \geq 0$ ; 当  $\dot{x} > 0$  时, 通过仿真可以验

$$\dot{Z} = AZ + Bu$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (14)$$

— 线性可控规范型子系统

$$\dot{\eta} = q(Z, \eta)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{T_{n2}}{T_{n1}}\eta_1 + \frac{T_d}{T_{n1}} \left( \frac{C}{C_{wid}} z_2 - \eta_2 \right) \frac{m}{T_{em}} \\ -\frac{C}{C_{wid}} \left( \frac{b}{m} z_2 + \frac{k}{m} z_1 \right) - \frac{T_{em}}{m} \left\{ -\frac{S_{ax}}{C_{wid}} \eta_1 \left[ \left( \frac{C}{C_{wid}} z_2 - \eta_2 \right) \frac{m}{T_{em}} \right]^{C_{cur}} + \frac{T_{em}}{C_{wid}} z_2 - \frac{C_{lk}}{C_{wid}} \right\} \end{bmatrix} \quad (15)$$

— 非线性内动态子系统

$$\dot{\eta} = q(Z = 0, \eta) \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{T_{n2}}{T_{n1}}\eta_1 - \frac{T_d m}{T_{n1} T_{em}} \eta_2 \\ -\frac{T_{em}}{m} \left[ -\frac{S_{ax}}{C_{wid}} \eta_1 (-\eta_2 \frac{m}{T_{em}})^{C_{cur}} - \frac{C_{lk}}{C_{wid}} \right] \end{bmatrix} \quad (21)$$

证  $V(\eta_1, \eta_2) > 0$ . 进一步地, 对李亚普诺夫函数进行微分, 得到

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{(\int \eta_1 dt - \int \eta_2 dt)^2}(\eta_1, \eta_2) \quad (23)$$

同样, 利用上述条件对其进行仿真验证, 容易证明  $(\eta_1 - \eta_2) > 0$ . 于是, 当  $(\int \eta_1 dt - \int \eta_2 dt)^2 \neq 0$  时, 满足以下不等式

$$V \frac{dV}{dt} < 0 \quad (24)$$

因此, 该零动态特性是稳定的.

综合以上基于 LQ 方法的输入输出线性化位移跟踪控制系统设计, 可以构造出如图 8 所示的闭环控制系统原理框图. 由图 8 可见, 该闭环控制系统存在两个反馈环: 内环 (即输入输出线性化环) 实现输出  $y$  与新构造的输入  $u$  之间的线性微分关系, 外环 (即 LQ 反馈控制环) 实现系统闭环动态特性的调节. 这与式 (20) 的原理一致, 即控制  $U_m$  由抵消非线性和线性反馈补偿两部分组成.

### 3 位移跟踪仿真及分析

为了验证新型压电陶瓷驱动器 ECNLP 模型的准确性, 以及非线性位移跟踪控制系统的控制效果, 本文以文献 [23] 提供的某型号压电陶瓷驱动器为基础, 建立了相应的 Matlab/Simulink 仿真模型, 设计了图 9 和图 10 (见下页) 中细点线所示

的两种典型期望位移曲线 (包括阶跃和三角波两种形状). 此外, 作为比较, 本文还基于文献 [3] 所提出的控制算法, 设计了 PI 反馈+前馈控制系统. 表 1 和表 2 为相应的驱动器和控制器参数, ECNLP 模型 (1)、(2) 中的拟合系数与第 1.1 节一致, 图 9~12 (见下页) 中的实线和虚线所示分别为本文所提出非线性控制系统与文献 [3] 提出的 PI 反馈+前馈控制系统的位移跟踪和跟踪误差仿真结果.

表 1 压电陶瓷驱动器参数<sup>[22]</sup>

Table 1 Piezoceramic actuator parameters<sup>[22]</sup>

参数符号	参数值
$m$	0.00375 kg
$k$	$6 \times 10^{-6}$ N/m
$b$	150 N · s/m
$C$	$1.2 \times 10^{-6}$ F
$T_{em}$	10 C/m

表 2 控制器参数

Table 2 Controller parameters

控制方法	控制参数
基于 LQ 的非线性控制	$Q = 1, R = 0.8$
PI 反馈+前馈控制	$K_p = 1, K_i = 1200, K_a = 15$

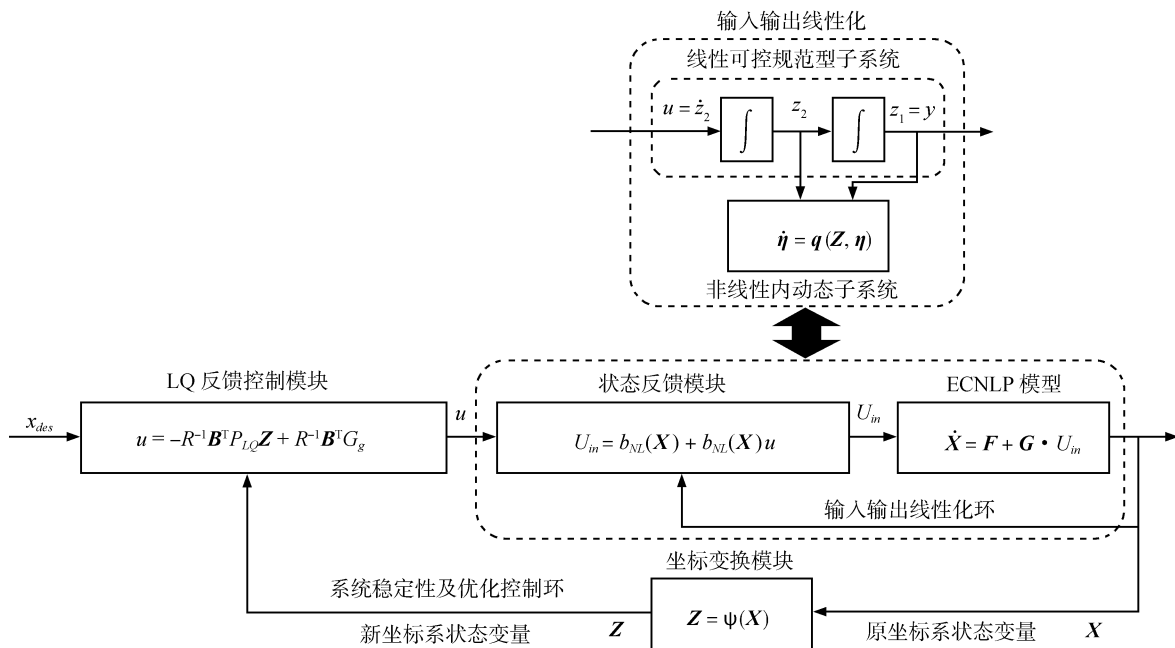


图 8 基于 LQ 方法的输入输出线性化位移跟踪控制系统原理框图

Fig. 8 Block diagram of input-output linearized displacement tracking control system based on LQ method

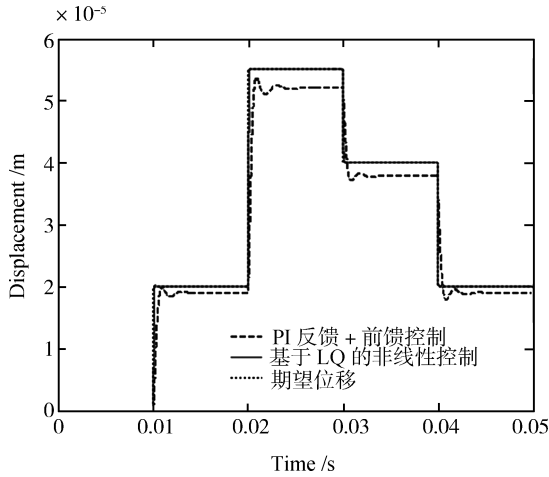


图 9 期望/实际位移跟踪曲线 (阶跃信号)  
 Fig. 9 Desired/actual displacement tracking curves (Step signal)

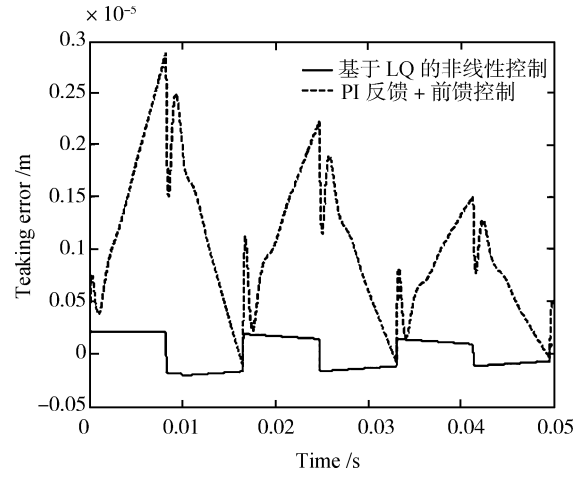


图 12 位移跟踪误差曲线 (三角波信号)  
 Fig. 12 Displacement tracking error curves (Triangle-wave signal)

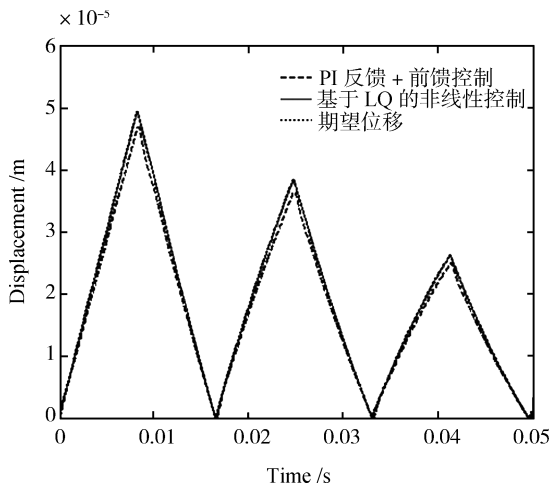


图 10 期望/实际位移跟踪曲线 (三角波信号)  
 Fig. 10 Desired/actual displacement tracking curves (Triangle-wave signal)

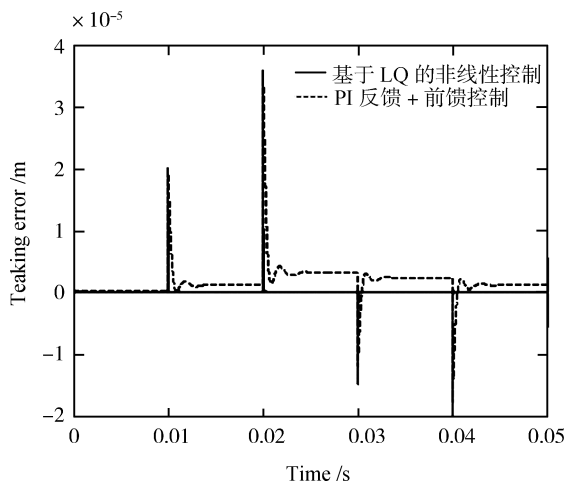


图 11 位移跟踪误差曲线 (阶跃信号)  
 Fig. 11 Displacement tracking error curves (Step signal)

由仿真结果可见, 在位移跟踪精度方面, 对于两种不同的期望位移曲线, PI 反馈+前馈控制的位移跟踪误差绝对值最大可达到  $4 \mu\text{m}$ , 而非线性控制的误差绝对值小于  $0.2 \mu\text{m}$ , 控制精度得到了大幅提高. 在动态响应特性方面, 对于相同的阶跃期望位移曲线, PI 反馈+前馈控制需要相对较长时间 (最大大于  $0.006\text{s}$ ) 才能收敛于稳态值, 且存在明显的静态误差和超调. 尤其是在压电叠堆非线性滞回特性的影响下, 随着期望位移曲线的幅值增大, 其位移跟踪的静态误差也随之增加. 而非线性控制不仅能够实现对期望位移曲线的无静差跟踪, 而且较好地抑制了超调现象. 此外, 基于线性可控规范型子系统的 LQ 跟踪控制器只需配置较小的控制参数 (对比表 1 和表 2 中参数可知), 因此可以有效地消除传统 PI 控制中存在的由于配置较大控制参数而导致的系统未建模部分在收敛过程中的大幅值超调现象 (如图 11 和图 12 虚线所示).

综合以上分析结果可知, 本文设计的压电陶瓷驱动器位移跟踪控制系统, 通过采用输入输出线性化方法, 消除了压电叠堆中非线性滞回因素的影响, 从而明显提高了系统的位移跟踪精度. 在此基础上, 通过 LQ 方法实现了线性可控规范型子系统的动态性能优化, 从而进一步改善了系统的动态响应特性.

#### 4 结论

针对具有复杂非线性滞回动力学特性的压电陶瓷驱动器位移跟踪控制问题, 本文首先建立了一种具有仿射非线性形式的新型 ECNLP 模型. 在此基础上, 采用输入输出线性化方法, 实现该模型部分状态变量的精确线性化, 同时导出一个相应的线性可



控规范型子系统. 基于此子系统, 采用 LQ 方法设计了位移跟踪控制器, 并且进一步验证了余下非线性内动态子系统的零动态稳定性. 控制系统的仿真计算表明:

1) 所提出的 ECNLP 模型通过融合压电叠堆的非线性滞回特性, 以及驱动器弹性和运动部件的动力学特性, 能够比较准确、合理地刻画压电陶瓷驱动器的整体动、静态性能.

2) 基于 LQ 方法设计的输入输出线性化位移跟踪控制系统, 不仅能够明显提高系统的位移跟踪精度, 而且有效地实现了系统动态性能的优化.

3) 利用线性可控规范型子系统, 只需通过配置较小的控制参数, 即可有效地抑制由于未建模部分而导致的控制系统收敛过程的大幅值超调现象, 同时可以减少系统的控制能量.

### References

- Sun Bao-Yu, Liu Ju, Yue Xiao-Feng, Wang Deng-Yue, Ren Jian-Yue. Ultra precision micro-displacement mechanism based on piezoelectric actuator. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2004, **36**(4): 487–489  
(孙宝玉, 刘巨, 岳晓峰, 王登月, 任建岳. 一种超精密压电式微位移机构研究. 哈尔滨工业大学学报, 2004, **36**(4): 487–489)
- Liu Jian-Fang, Yang Zhi-Gang, Fan Zun-Qiang, Cheng Guang-Ming. Precise PZT linear step actuator. *Optics and Precision Engineering*, 2005, **13**(1): 65–72  
(刘建芳, 杨志刚, 范尊强, 程光明. 压电直线精密驱动器研究. 光学精密工程, 2005, **13**(1): 65–72)
- Mayhan P, Srinivasan K, Watechagit S, Washington G. Dynamic modeling and controller design for a piezoelectric actuation system used for machine tool control. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2000, **11**(10): 771–780
- Royston T J, Houston B H. Modeling and measurement of nonlinear dynamic behavior in piezoelectric ceramics with application to 1-3 composites. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1998, **104**(5): 2814–2827
- Hughes D C, Wen J T. Preisach modeling of piezoceramic and shape memory alloy hysteresis. In: Proceedings of SPIE – the International Society for Optical Engineering. San Diego, USA: SPIE, 1996. 507–528
- Hatanaka T, Uosaki K, Koga M. Evolutionary computation approach to block oriented nonlinear model identification. In: Proceedings of the 5th Asian Control Conference. Melbourne, Australia: IEEE, 2004. 90–96
- Chee C Y K, L Y T, Grant P S. Review on the modeling of piezoelectric sensors and actuators incorporated in the intelligent structures. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1998, **9**(1): 3–19
- Ge P, Jouaneh M. Generalized Preisach model for hysteresis nonlinearity of piezoceramic actuators. *Precision Engineering*, 1997, **20**(2): 99–111
- Dang Xuan-Ju, Tan Yong-Hong. Study on neural networks dynamic hysteresis model for piezoceramic based on WIENER model. *Journal of System Simulation*, 2005, **17**(11): 2701–2703  
(党选举, 谭永红. 基于 WIENER 模型的压电陶瓷神经网络动态迟滞模型的研究. 系统仿真学报, 2005, **17**(11): 2701–2703)
- Goldfarb M, Celanovic N. Behavioral implications of piezoelectric stack actuators for control of micromanipulation. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Minneapolis, USA: IEEE, 1996. 226–231
- Goldfarb M, Celanovic N. Modeling piezoelectric stack actuators for control of micromanipulation. *IEEE Control Systems Magazine*, 1997, **17**(3): 69–79
- Goldfarb M, Celanovic N. A lumped parameter electromechanical model for describing the nonlinear behavior of piezoelectric actuators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1997, **119**(3): 478–485
- Adriaens H J M T A, de K W L, Banning R. Modeling piezoelectric actuators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2000, **5**(4): 331–341
- Adriaens H J M T A, de K W L, Banning R. Design and modeling of a piezo-actuated positioning mechanism. In: Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control. San Diego, CA, USA: IEEE, 1997. 1978–1983
- Banning R, de K W L, Adriaens H J M T A, Koops R K. State-space analysis and identification for a class of hysteretic systems. *Automatica*, 2001, **37**(12): 1883–1892
- Jung S B, Kim S W. Improvement of scanning accuracy of PZT piezoelectric actuators by feed-forward model reference control. *Precision Engineering*, 1994, **16**(1): 49–55
- Main J A, Garcia E. Piezoelectric stack actuators and control system design: strategies and pitfalls. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1997, **20**(3): 479–485
- Choi G S, Lim Y A, Choi G H. Tracking position control of piezoelectric actuators for periodic reference inputs. *Mechatronics*, 2002, **12**(5): 669–684
- Qu Dong-Sheng, Sun Li-Ning, Gao You-Jiang. Study on adaptive inverse control method of piezoelectric actuator. *Piezoelectrics and Acoustooptics*, 2002, **24**(5): 354–357  
(曲东升, 孙立宁, 高有将. 压电陶瓷致动器自适应逆控制方法的研究. 压电与声光, 2002, **24**(5): 354–357)
- Jie De-Gang, Sun Li-Ning, Qu Dong-Sheng, Wang Li, Cai He-Gao. Fuzzy-reasoning based self-tuning PID control for piezoelectric micro-displacement system. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2005, **37**(2): 145–147  
(节德刚, 孙立宁, 曲东升, 王力, 蔡鹤皋. 压电陶瓷微位移系统的模糊 PID 控制方法. 哈尔滨工业大学学报, 2005, **37**(2): 145–147)
- Cui Yu-Guo, Dong Wei-Jie, Sun Bao-Yuan, Yang Zhi-Xin. Displacement compounding control of piezoelectric micromotion worktable. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2006, **42**(3): 156–161  
(崔玉国, 董维杰, 孙宝元, 杨志欣. 压电微动工作台的位移复合控制. 机械工程学报, 2006, **42**(3): 156–161)
- Jia Hong-Guang. Study on Feed Forward Control Method to Micropositioning System Driven by PZT Basing on Non-equiratio Model [Ph.D. dissertation], Changchun Institute of Optics Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2000  
(贾宏光. 基于变比模型的压电驱动微位移工作台控制方法研究 [博士学位论文], 长春光学精密机械与物理研究所, 中国科学院, 2000)

- 23 Helen M S G, Ridha B M. Electromechanical modeling of piezoceramic actuators for dynamic loading applications. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Transactions of the ASME*, 2006, **128**(3): 558–567
- 24 Khalil H K. *Nonlinear Systems*. New Jersey: Prentice Hall, 2002
- 25 Alberto I. *Nonlinear Control Systems*. London: Springer-Verlag, 1999
- 26 Slotine J J E. *Applied Nonlinear Control*. New Jersey: Prentice Hall, 1991
- 27 Gao Wei-Bing. *Introduction to Nonlinear Control Systems*. Beijing: Science Press, 1988  
(高为炳. 非线性控制系统导论. 北京: 科学出版社, 1988)
- 28 Zhou Feng-Qi, Qiang Wen-Xin, Que Zhi-Hong. *Modern Control Theory and Application*. Chengdu: University of Electronic Science and Technology Press, 1994  
(周凤歧, 强文鑫, 阙志宏. 现代控制理论及其应用. 成都: 电子科技大学出版社, 1994)
- 29 Cheng Dai-Zhan. *Nonlinear Systems Geometric Theories*. Beijing: Science Press, 1988  
(程代展. 非线性系统的几何理论. 北京: 科学出版社, 1988)



宾 洋 清华大学精密仪器与机械学系博士后. 主要研究方向为微纳米精密机器人技术、非线性控制理论及应用. 本文通信作者.

E-mail: binyang76@gmail.com

(**BIN Yang** Postdoctor at the Department of Precision Instruments and Machinery, Tsinghua University. His

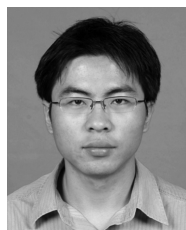
research interest covers micro and nano robots, nonlinear control theory and application. Corresponding author of this paper.)



杨东超 清华大学精密仪器与机械学系助理研究员、博士. 主要研究方向为机器人机构学、动力学、稳定性及仿真.

E-mail: ydc@mail.tsinghua.edu.cn

(**YANG Dong-Chao** Assistant professor, Ph.D. at the Department of Precision Instruments and Machinery, Tsinghua University. His research interest covers robot kinematics, dynamics, stability, and simulation.)



贾振中 清华大学精密仪器与机械学系硕士研究生. 主要研究方向为机器人技术和智能控制.

E-mail: zhenzhong.jia@gmail.com

(**JIA Zhen-Zhong** Master student at the Department of Precision Instruments and Machinery, Tsinghua University. His research interest covers robotics technology and intelligent control.)



陈 恳 清华大学精密仪器与机械学系教授. 主要研究方向为机器人和智能控制、人形机器人、制造自动化系统和液力伺服系统.

Email: kenchen@tsinghua.edu.cn

(**CHEN Ken** Professor at the Department of Precision Instruments and Machinery, Tsinghua University. His

research interest covers robotics and intelligent control, humanoid robots, manufacturing automation systems, and hydraulic servo-systems.)