第 34 卷 第 8 期　　自 动 化 学 报　　Vol. 34, No. 8
2008 年 8 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　August, 2008

一类带有时滞的不确定广义系统的切换渐近稳定性

王天成 [1]　　高在瑞 [1]

摘　要　研究了一类带有时滞的切换不确定广义系统的鲁棒渐近稳定问题. 利用 Lyapunov 稳定性定理和线性矩阵不等式 (Linear matrix inequality, LMI) 工具, 采用多 Lyapunov 函数技术, 在设定的切换律下, 得到切换不确定广义时滞系统鲁棒渐近稳定的时滞相关充分条件. 进一步, 建立了一个具有线性矩阵不等式约束的凸优化问题, 利用 Matlab 软件中的 LMI 工具箱求解, 得到保证切换广义系统鲁棒渐近稳定的最大可允许时滞上界. 最后示例表明了该方法的有效性.

关键词　切换广义系统, 时滞相关, 线性矩阵不等式, 鲁棒渐近稳定

中图分类号　TP273; N94.1

Asymptotic Stability Criterion for a Class of Switched Uncertain Descriptor Systems with Time-delay

WANG Tian-Cheng[1]　　GAO Zai-Rui[1]

Abstract　The problem of robustly asymptotic stability for a class of switched uncertain descriptor systems with time-delay is considered. By means of Lyapunov function and linear matrix inequality (LMI) tools and based on multiple Lyapunov function techniques, a delay-dependent sufficient condition is deduced such that the solution of the switched descriptor system with time-delay is robustly asymptotic stable for all admissible uncertainties under an appropriate switching law. Furthermore, a convex optimization problem with LMIs constraints is formulated such that the maximum upper bound on the admissible delay can be determined by using the LMI toolbox in Matlab. Finally, an illustrative example is given to demonstrate the effectiveness of proposed method.

Key words　Switched descriptor system, delay-dependent, linear matrix inequality (LMI), robustly asymptotic stability

随着科学技术的发展以及大型工程技术的需要, 20 世纪 70 年代人们提出了比正常系统更为广泛的广义系统, 它大量出现在电力、航天、经济、生物等许多实际的系统模型中[1]. 80 年代以后, 广义系统的研究进入了一个快速发展的阶段. 取得了许多重要的研究成果, 包括广义系统的鲁棒渐近稳定性[2] 和广义系统的 H_∞ 控制器设计[3].

与此同时, 切换系统作为一类特殊的混杂系统, 在化工系统、电力系统、交通控制系统、汽车工业等多个领域都具有广泛的应用背景[4]. 由于切换系统在改善系统性能方面的作用以及其能够满足智能控制飞速发展的需要, 近年来对切换系统的研究激起了人们极大的兴趣[5−8]. 很多研究成果都是采用共同 Lyapunov 函数和多 Lyapunov 函数技术. Liberzon 等[8] 指出, 大多数切换系统不存在共同的 Lyapunov 函数, 但仍有可能在适当选取的切换律下是渐近稳定的, 因而目前利用多 Lyapunov 函数技术研究切换系统有了更多的研究成果[9−10].

对一个实际控制系统, 不确定和时滞是普遍存在的, 并且它们往往是导致系统不稳定或性能下降的主要原因. 十多年来对不确定时滞系统的研究已经有了很多的成果, 包括时滞无关的结论和时滞相关的结论[11−13]. 一般说来, 时滞相关的条件比时滞无关的条件具有更小的保守性. 对时滞相关的结论一般采用系统模型变换和矩阵向量不等式方法得到. 为了降低所得结果的保守性, 许多学者作了不懈的努力. Wu 等[14] 充分考虑了 $\boldsymbol{x}(t-\tau)$ 和 $\boldsymbol{x}(t)-\int_{t-\tau}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s$ 之间相互关系的最优权矩阵, Xu 等[15−16] 则避免采用系统模型变换和向量不等式, 使所得的时滞相关的条件有了很大的改进.

目前, 对切换系统的研究, 主要考虑在正常的线性或非线性系统之间的切换. 而关于切换广义系统的研究很少, 对切换不确定广义时滞系统的时滞相关的稳定性的研究目前还没有相关的报道.

本文利用推广的 Lyapunov 稳定性理论和线性矩阵不等式工具, 采用多 Lyapunov 函数方法, 研究一类切换不确定广义时滞系统在设计的切换律下的时滞相关渐近稳定性条件. 最后给出示例, 说明本文方法的有效性.

1　问题描述

考虑如下一类切换不确定广义时滞系统

$$\begin{aligned}&E_\sigma\dot{\boldsymbol{x}}(t)=(A_\sigma+\Delta A_\sigma)\boldsymbol{x}(t)+(A_{1\sigma}+\Delta A_{1\sigma})\boldsymbol{x}(t-\tau)\\&\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{\varphi}(t),\qquad t\in[-d,\ 0]\end{aligned}\tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{x}(t)\in\mathbf{R}^n$ 为系统的状态, 切换律 $\sigma(t):\mathbf{R}^+\rightarrow\{1,2,\cdots,m\}$ 为分段常值函数, $E_i,A_i,A_{1i}\in\mathbf{R}^{n\times n}$ 为定常矩阵. 一般地, E_i 为满足 $\mathrm{rank}\,E_i<n$ 的奇异矩阵. $\Delta A_i(t)$, $\Delta A_{1i}(t)$ 为系统的不确定项, 并且假设它们具有如下结构

$$[\Delta A_i(t)\quad \Delta A_{1i}(t)]=H_iF_i(t)\,[N_i\quad N_{1i}]\tag{2}$$

其中, H_i,N_i,N_{1i} 为适当维数的已知常数矩阵, $F_i(t)$ 是一个具有 Lebesgue 可测元的未知函数矩阵, 且满足 $F_i^{\mathrm{T}}(t)F_i(t)\le I$. 系统的状态时滞 τ 为定常不确定但有界的正数, 满足 $0<\tau\le d$, d 为已知常数. $\boldsymbol{\varphi}(t)\in c\,[-d,\ 0]$ 为已知相容的初始函数. 为方便, 记 $\bar{A}_i=A_i+\Delta A_i(t)$, $\bar{A}_{1i}=A_{1i}+\Delta A_{1i}(t)$ ($i=1,2,\cdots,m$).

定义 1[17]**.** 设 E,A 同为 n 阶方阵, 对于标量 s, 如果行列式 $\det(sE-A)$ 不恒等于零, 则称 (E,A) 是正则的.

引理 1[17]**.** 如果 (E,A) 是正则的, 则时滞广义系统

$$\begin{aligned}&E\dot{\boldsymbol{x}}(t)=A\boldsymbol{x}(t)+A_1\boldsymbol{x}(t-\tau)\\&\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{\varphi}(t),\quad t\in[-d,\ 0]\end{aligned}$$

满足相容初始函数 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 的解存在唯一.

引理 2. 若存在矩阵 P, 满足不等式 $P^{\mathrm{T}}A+A^{\mathrm{T}}P<0$, 则 (E,A) 是正则的.

引理 3[18]**.** 给定适当维数的实数矩阵 Σ,H,L, 其中 Σ 为对称矩阵, 则 $\Sigma+HF^{\mathrm{T}}(t)L+L^{\mathrm{T}}F(t)H^{\mathrm{T}}<0$ ($F^{\mathrm{T}}(t)F(t)\le I$) 成立的充分必要条件为存在正数 ε, 使得 $\Sigma+\varepsilon L^{\mathrm{T}}L+\varepsilon^{-1}HH^{\mathrm{T}}<0$ 成立.

2　主要结果

定理 1. 对切换不确定广义时滞系统 (1), 如果存在对称

收稿日期 2007-06-13　收修改稿日期 2007-10-03
Received June 13, 2007; in revised form October 3, 2007
国家自然科学基金 (10771122, 60774016) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (10771122, 60774016)
1. 鲁东大学数学与信息学院 烟台 264025
1. College of Mathematics and Information, Ludong University, Yantai 264025
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.01013

正定矩阵 Q, Z, 适当维数矩阵 P_i, M_{1i}, M_{2i} 和正常数 α_{ij}, 使得对切换广义时滞系统 (1) 的任意不确定性 (2), 下列矩阵不等式 (3) $\sim$ (6) 成立

$$P_i^{\mathrm{T}} E_i = E_i^{\mathrm{T}} P_i \geq 0 \tag{3}$$

$$\bar{A}_i^{\mathrm{T}} P_i + P_i^{\mathrm{T}} \bar{A}_i < 0 \tag{4}$$

$$\Omega_i < 0 \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_i & K_i \\ K_i^{\mathrm{T}} & -\rho E_i^{\mathrm{T}} Z E_i \end{bmatrix} \leq 0 \tag{6}$$

其中

$$\Omega_i = \begin{bmatrix} Y_i & P_i^{\mathrm{T}} \bar{A}_{1i} - M_{1i} + M_{2i}^{\mathrm{T}} & \bar{A}_i^{\mathrm{T}} Z \\ * & -Q - M_{2i} - M_{2i}^{\mathrm{T}} & \bar{A}_{1i}^{\mathrm{T}} Z \\ * & * & -\rho Z \end{bmatrix}$$

$$Y_i = P_i^{\mathrm{T}} \bar{A}_i + \bar{A}_i^{\mathrm{T}} P_i + Q + M_{1i} + M_{1i}^{\mathrm{T}} + \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} (P_j^{\mathrm{T}} E_j - P_i^{\mathrm{T}} E_i)$$

$$K_i^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} -M_{1i}^{\mathrm{T}} & -M_{2i}^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix}, \ \rho = \frac{1}{d} \quad (i, j = 1, 2, \cdots, m)$$

则切换不确定广义时滞系统 (1) 是鲁棒渐近稳定的. 这里被设计的切换律为

$$\sigma(t) = \arg \min_{i=1,2,\cdots,m} \{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) P_i^{\mathrm{T}} E_i \boldsymbol{x}(t)\} \tag{7}$$

证明. 由引理 1 和引理 2, 若不等式 (4) 成立, 则切换广义时滞系统 (1) 的解存在唯一. 下面证明切换广义系统 (1) 的解的渐近稳定性. 对任意 $\boldsymbol{x}(t) \in \mathbf{R}^n$, 构造如下 Lyapunov 泛函

$$\begin{aligned} V_\sigma(\boldsymbol{x}(t)) =& \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) P_\sigma^{\mathrm{T}} E_\sigma \boldsymbol{x}(t) + \int_{t-\tau}^{t} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s) Q \boldsymbol{x}(s) \mathrm{d}s + \\ & \int_{-\tau}^{0} \int_{t+\alpha}^{t} \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s) E_\sigma^{\mathrm{T}} Z E_\sigma \dot{\boldsymbol{x}}(s) \mathrm{d}s \mathrm{d}\alpha \end{aligned}$$

并利用关系式

$$\begin{aligned} & 2[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) M_{1i} + \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau) M_{2i}] \times \\ & [\boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}(t-\tau) - \int_{t-\tau}^{t} \dot{\boldsymbol{x}}(s) \mathrm{d}s] = 0 \end{aligned}$$

求 $V_i(\boldsymbol{x}(t))$ 沿切换广义系统 (1) 的解轨线的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(\boldsymbol{x}(t)) =& 2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) P_i^{\mathrm{T}} E_i \dot{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) Q \boldsymbol{x}(t) - \\ & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau) Q \boldsymbol{x}(t-\tau) + \tau \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t) E_i^{\mathrm{T}} Z E_i \dot{\boldsymbol{x}}(t) - \\ & \int_{t-\tau}^{t} \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s) E_i^{\mathrm{T}} Z E_i \dot{\boldsymbol{x}}(s) \mathrm{d}s + \\ & 2[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) M_{1i} + \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau) M_{2i}] \times \\ & [\boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{x}(t-\tau) - \int_{t-\tau}^{t} \dot{\boldsymbol{x}}(s) \mathrm{d}s] = \\ & \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^{t} \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t,s) \Pi_i \boldsymbol{\xi}(t,s) \mathrm{d}s - \\ & \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) (P_j^{\mathrm{T}} E_j - P_i^{\mathrm{T}} E_i) \boldsymbol{x}(t) \end{aligned}$$

其中, $\Pi_i =$

$$\begin{bmatrix} Z_i & P_i^{\mathrm{T}} \bar{A}_{1i} - M_{1i} + M_{2i}^{\mathrm{T}} + \tau \bar{A}_i^{\mathrm{T}} Z \bar{A}_{1i} & -\tau M_{1i} \\ * & -Q - M_{2i} - M_{2i}^{\mathrm{T}} + \tau \bar{A}_{1i}^{\mathrm{T}} Z \bar{A}_{1i} & -\tau M_{2i} \\ * & * & -\tau E_i^{\mathrm{T}} Z E_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} Z_i =& P_i^{\mathrm{T}} \bar{A}_i + \bar{A}_i^{\mathrm{T}} P_i + Q + M_{1i} + M_{1i}^{\mathrm{T}} + \tau \bar{A}_i^{\mathrm{T}} Z \bar{A}_i + \\ & \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} (P_j^{\mathrm{T}} E_j - P_i^{\mathrm{T}} E_i) \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t,\, s) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau) & \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s) \end{pmatrix}$$

由 Schur 补引理, $\Pi_i \leq 0$ 等价于

$$\begin{bmatrix} U_i & P_i^{\mathrm{T}} \bar{A}_{1i} - M_{1i} + M_{2i}^{\mathrm{T}} & \bar{A}_i^{\mathrm{T}} Z & -M_{1i} \\ * & -Q - M_{2i} - M_{2i}^{\mathrm{T}} & \bar{A}_{1i}^{\mathrm{T}} Z & -M_{2i} \\ * & * & -\frac{1}{\tau} Z & 0 \\ * & * & * & -\frac{1}{\tau} E_i^{\mathrm{T}} Z E_i \end{bmatrix} \leq 0$$

这里

$$U_i = P_i^{\mathrm{T}} \bar{A}_i + \bar{A}_i^{\mathrm{T}} P_i + Q + M_{1i} + M_{1i}^{\mathrm{T}} + \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} (P_j^{\mathrm{T}} E_j - P_i^{\mathrm{T}} E_i)$$

因此, 若不等式 (6) 成立, 则可得 $\Pi_i \leq 0$. 由切换律 (7) 得到 $\dot{V}_i(\boldsymbol{x}(t)) \leq 0$. 若不等式 (5) 及 (6) 成立, 可得 $\dot{V}_i(\boldsymbol{x}(t)) = 0$ 只含有切换广义时滞系统 (1) 的零解, 根据推广的 Lyapunov 稳定性定理, 切换不确定广义时滞系统 (1) 是渐近稳定的. □

定义

$$\Sigma_i = \begin{bmatrix} T_i & P_i^{\mathrm{T}} A_{1i} - M_{1i} + M_{2i}^{\mathrm{T}} & A_i^{\mathrm{T}} Z & -M_{1i} \\ * & -Q - M_{2i} - M_{2i}^{\mathrm{T}} & A_{1i}^{\mathrm{T}} Z & -M_{2i} \\ * & * & -\rho Z & 0 \\ * & * & * & -\rho E_i^{\mathrm{T}} Z E_i \end{bmatrix}$$

其中

$$T_i = P_i^{\mathrm{T}} A_i + A_i^{\mathrm{T}} P_i + Q + M_{1i} + M_{1i}^{\mathrm{T}} + \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} (P_j^{\mathrm{T}} E_j - P_i^{\mathrm{T}} E_i).$$

根据引理 3, 不等式 (6) 成立当且仅当存在正常数 ε_i, 使得

$$\begin{aligned} & \Sigma_i + \varepsilon_i \begin{bmatrix} N_i^{\mathrm{T}} \\ N_{1i}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i & N_{1i} & 0 & 0 \end{bmatrix} + \\ & \varepsilon_i^{-1} \begin{bmatrix} P_i^{\mathrm{T}} H_i \\ 0 \\ Z H_i \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_i^{\mathrm{T}} P_i & 0 & H_i^{\mathrm{T}} Z & 0 \end{bmatrix} \leq 0 \end{aligned}$$

将上式整理并应用 Schur 补引理, 不等式 (6) 成立等价

于存在正常数 ε_i, 使得如下矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{i1} & \Gamma_{i2} & A_i^{\mathrm{T}}Z & P_i^{\mathrm{T}}H_i & -M_{1i} \\ * & \Gamma_{i4} & A_{1i}^{\mathrm{T}}Z & 0 & -M_{2i} \\ * & * & -\rho Z & ZH_i & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_i I & 0 \\ * & * & * & * & -\rho E_i^{\mathrm{T}}ZE_i \end{bmatrix} \leq 0$$

其中

$$\Gamma_{i1} = P_i^{\mathrm{T}}A_i + A_i^{\mathrm{T}}P_i + Q + M_{1i} + M_{1i}^{\mathrm{T}} + \varepsilon_i N_i^{\mathrm{T}}N_i + \sum_{j=1}^{m}\alpha_{ij}(P_j^{\mathrm{T}}E_j - P_i^{\mathrm{T}}E_i)$$

$$\Gamma_{i2} = P_i^{\mathrm{T}}A_{1i} - M_{1i} + M_{2i}^{\mathrm{T}} + \varepsilon_i N_i^{\mathrm{T}}N_{1i}$$

$$\Gamma_{i4} = -Q - M_{2i} - M_{2i}^{\mathrm{T}} + \varepsilon_i N_{1i}^{\mathrm{T}}N_{1i}.$$

定义 $\Xi_i =$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{i1} & P_i^{\mathrm{T}}A_{1i} - M_{1i} + M_{2i}^{\mathrm{T}} + \varepsilon_i N_i^{\mathrm{T}}N_{1i} & A_i^{\mathrm{T}}Z & P_i^{\mathrm{T}}H_i \\ * & -Q - M_{2i} - M_{2i}^{\mathrm{T}} + \varepsilon_i N_{1i}^{\mathrm{T}}N_{1i} & A_{1i}^{\mathrm{T}}Z & 0 \\ * & * & -\rho Z & ZH_i \\ * & * & * & -\varepsilon_i I \end{bmatrix}$$

则矩阵不等式 (5) 和 (6) 成立分别等价于矩阵不等式 (8) 和 (9) 成立.

$$\Xi_i < 0 \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} \Xi_i & W_i \\ W_i^{\mathrm{T}} & -\rho E_i^{\mathrm{T}}ZE_i \end{bmatrix} \leq 0 \tag{9}$$

其中, $W_i^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} -M_{1i}^{\mathrm{T}} & -M_{2i}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

同样, 矩阵不等式 (4) 成立等价于线性矩阵不等式 (10) 成立.

$$\begin{bmatrix} A_i^{\mathrm{T}}P_i + P_i^{\mathrm{T}}A_i + \varepsilon_i N_i^{\mathrm{T}}N_i & P_i^{\mathrm{T}}H_i \\ * & -\varepsilon_i I \end{bmatrix} < 0 \tag{10}$$

综合上述分析, 利用线性矩阵不等式可得如下切换不确定广义时滞系统 (1) 的时滞相关鲁棒渐近稳定定理.

定理 2. 对切换不确定广义时滞系统 (1) 以及给定的正常数 α_{ij}, 如果存在对称正定矩阵 Q, Z, 适当维数矩阵 P_i, M_{1i}, M_{2i} 和正数 ε_i $(i, j = 1, 2, \cdots, m)$, 使得对切换广义系统 (1) 的任意不确定性 (2), 线性矩阵不等式 (3), (8) ∼ (10) 成立, 则在切换律 (7) 下, 切换不确定广义时滞系统 (1) 是鲁棒渐近稳定的.

进一步, 通过求解如下优化问题

$$\begin{aligned} &\min \quad \rho \\ &\text{s.t.} \quad \text{LMIs } (3), (8) \sim (10) \text{ 成立} \end{aligned} \tag{11}$$

可以得到保证切换不确定广义时滞系统 (1) 渐近稳定的最大时滞界 d^*.

3　仿真示例

考虑切换不确定广义时滞系统 (1), 其中

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ H_1 = H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2.0314 & 0.8362 \\ 1.0321 & -3.4602 \end{bmatrix},\ N_1 = \begin{bmatrix} 0.0136 & 0.0122 \\ 0.1120 & 0.0234 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -2.8321 & -0.6034 \\ 0.5025 & -2.6318 \end{bmatrix},\ N_2 = \begin{bmatrix} 0.1012 & 0.0415 \\ 0.0534 & 0.0396 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0.5601 & 0.4001 \\ 0 & 0.6435 \end{bmatrix},\ A_{12} = \begin{bmatrix} -1.0001 & 0.3040 \\ 0.9019 & 0.3017 \end{bmatrix}$$

$$N_{11} = \begin{bmatrix} 0.1217 & 0.3026 \\ 0.6025 & 0.2123 \end{bmatrix},\ N_{12} = \begin{bmatrix} 0.5121 & 0.3048 \\ 0.1354 & 0.4113 \end{bmatrix}$$

取定 $\alpha_{ij} = 0.2$ $(i, j = 1, 2)$, 利用 Matlab 软件 LMI 工具箱 GEVP 解优化问题 (11), 可得到保证切换广义时滞系统 (1) 鲁棒渐近稳定的最大时滞界为 $d^* = 7.5663 \times 10^4$. 根据定理 2, 使该切换广义时滞系统鲁棒渐近稳定的切换律设计如下

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1, & \boldsymbol{x}(t) \in S_1 \\ 2, & \boldsymbol{x}(t) \in S_2 \end{cases}$$

这里

$$S_1 = \{(x_1,\ x_2) \mid 0.0918x_2^2 - 0.2098x_1^2 \geq 0\}$$

$$S_2 = \{(x_1,\ x_2) \mid 0.0918x_2^2 - 0.2098x_1^2 < 0\}$$

且 $S_1 \cup S_2 = \mathbf{R}^2$.

4　结论

对一个实际控制系统, 时滞和不确定是不可避免的. 本文利用 Lyapunov 泛函方法和线性矩阵不等式工具, 讨论了切换不确定广义时滞系统的时滞相关渐近稳定性问题. 无需对广义系统作变换和假设, 推导过程中引进最优权矩阵, 避免向量矩阵不等式处理方法, 使得所得结果的保守性有了很大的降低. 本文设计的控制律 (7), 可以保证切换广义系统快速有效地趋近于系统的平衡点. 进一步, 求解基于线性矩阵不等式 (LMI) 约束的凸优化问题, 可得到保证切换广义时滞系统渐近稳定的最大时滞界. 对于切换系统的切换点规律以及抖震问题, 作者将在以后的工作中作进一步的研究.

References

1 Dai L. *Singular Control Systems*. New York: Springer-Verlag, 1989

2 Ishhara J Y, Terra M H. On the Lyapunov theorem for singular systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(11): 1926−1930

3 Masubuchi I, Kamitane Y, Ohara A, Suda N. H_∞ control for descriptor systems: a matrix inequalities approach. *Automatica*, 1997, **33**(4): 669−673

4 Savkin A V, Matveev A S. Cyclic linear differential automata: a simple class of hybrid dynamical systems. *Automatica*, 2000, **36**(5): 727−734

5 Jeon D, Tomizuka M. Learning hybird force and position control of robot manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1993, **9**(4): 423−431

6 Skafidas E, Evans R J, Savkin A V, Petersen I R. Stability results for switched controller systems. *Automatica*, 1999, **35**(4): 553−564

7 Yin Yu-Juan, Zhao Jun. Stability of switched linear singular systems with impulsive effects. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(4): 446−448
(尹玉娟, 赵军. 具有脉冲作用的切换线性广义系统的稳定性. 自动化学报, 2007, **33**(4): 446−448)

8 Liberzon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems. *IEEE Control Systems Magazine*, 1999, **19**(5): 59−70

9 Branicky M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, **43**(4): 475−482

10 Zhao J, Dimirovski G M. Quadratic stability of a class of switched nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(4): 574−578

11 Park P. A delay-dependent stability criterion for systems with uncertain time-invariant delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, **44**(4): 876−877

12 Moon Y S, Park P, Kwon W H, Lee Y S. Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems. *International Journal of Control*, 2001, **74**(14): 1447−1455

13 Fridman E, Shaked U. An improved stabilization method for linear time-delay systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(11): 1931−1937

14 Wu M, He Y, She J H, Liu G P. Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems. *Automatica*, 2004, **40**(8) : 1435−1439

15 Xu S Y, James L. Improved delay-dependent stability criteria for time-delay systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(3): 384−387

16 Xu S Y, James L, Zou Y. New results on delay-dependent robust H_∞ control for systems with time-varying delays. *Automatica*, 2006, **42**(2): 343−348

17 Xu S Y, Paul V D, Stefan R, James L. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(7): 1122−1128

18 Xie L H. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty. *International Journal of Control*, 1996, **63**(4): 741−750

王天成 鲁东大学数学与信息学院教授, 博士. 主要研究方向为鲁棒控制, 混杂系统, 切换广义系统. 本文通信作者.
E-mail: cumt_wtc@163.com
(**WANG Tian-Cheng** Ph. D., professor in the College of Mathematics and Information at Ludong University. His research interest covers robust control, hybrid systems, and switched singular systems. Corresponding author of this paper.)

高在瑞 鲁东大学数学与信息学院硕士研究生. 主要研究方向为鲁棒控制和系统理论. E-mail: gaozairui_110@163.com
(**GAO Zai-Rui** Master student in the College of Mathematics and Information at Ludong University. His research interest covers robust control and system theory.)