基于遗传算法和模拟退火算法的混合算法

牛向阳[1],倪前月[1],高成修[2]
(1.阜阳师范学院 数学系,安徽 阜阳 236032;2.武汉大学 数学与统计学院,湖北 武汉 430072)

摘要:结合离散时间系统最优控制问题,提出一种新的混合算法.该算法是在遗传操作中嵌入模拟退火算子,有效地结合了遗传算法隐含并行与模拟退火算法全局寻优的特点,同时用罚函数方法处理约束条件,设计了专门的遗传操作算子,构造了相应的适应度函数,实现了离散时间系统的最优控制.实验结果表明,新算法既具有较快的收敛速度,又能够收敛到最优解.

关键词:遗传算法;模拟退火算法;最优控制理论;离散时间系统
中图分类号:TP0273 **文献标识码**:A **文章编号**:1007-855X(2008)02-0025-04

A Hybrid Algorithm Based on Genetic Algorithm and Simulated Annealing Algorithm

NIU Xiang-yang[1], NI Qian-yue[1], GAO Cheng-xiu[2]
(1. Department of Mathematics, School of Mathematics and Computational Science, Fuyang Teachers College, Fuyang, Anhui 236032, China; 2. School of Mathematics and Statistics, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: By embedding simulated annealing operator into genetic algorithm, a hybrid algorithm is put forward, which assimilates advantages of both genetic algorithm and simulated annealing algorithm. Penalty function is adopted to deal with constraint conditions. Specific genetic algorithm operators are also designed to construct fitness function. The optimal control of discrete time system is therefore realized. It is proved that this algorithm can converge not only quickly but also to the optimal solution.

Key words: genetic algorithm; simulated annealing algorithm; optimal control theory; discrete-time system

0 引 言

离散时间系统的最优控制是最优控制理论的一类典型问题,在实际控制工程中应用广泛.此类问题的求解可归结为数学规划问题的求解,常用方法有古典变分法、最小值原理、动态规划,但这些方法需要计算目标函数的梯度,易于陷入局部极值[1].遗传算法与模拟退火算法是最近几年用于优化问题的2种智能算法,基于各自不同的机理有着不同的应用空间.模拟退火算法是模拟热力学中物理淬火过程的一种学习规则,该算法既能向目标函数优化的方向迭代,又能以一定的概率接受目标函数劣化的情况,从而避免了陷入局部最优点,保证获得全局最优解的可靠性,但收敛速度较慢[2].遗传算法是模拟自然进化过程的随机搜索算法,能以较大的概率搜索到整体最优解,具有全局寻优和隐含并行性的特点,但存在早熟收敛的缺陷[3].本文结合遗传算法和模拟退火算法各自的优点,提出一种收敛速度快可用离散时间系统最优控制问题的混合算法.

1 离散时间系统最优控制问题

最优控制,又称为动态或过程最优化,是现代控制理论的一个最重要、最基本的组成部分.它所研究的

收稿日期:2007-11-01.**基金项目**:全国统计科学研究项目(项目编号:2006C39).
第一作者简介:牛向阳(1976-),男,硕士,副教授,主要研究方向:系统优化与智能计算.
E-mail:niuxy666@163.com

中心问题是:如何根据受控系统的动态特性,在满足一定约束条件下,寻求最优控制规律(控制策略),才能使得系统按照一定的技术要求进行运转,使其在规定的性能指标(目标函数)下具有最优值,即寻找一个容许的控制规律使动态系统(受控对象)从初始状态转移到某种要求的终端状态,保证所规定的性能指标达到最小(大)值.离散时间系统的最优控制问题可以表示成数学规划问题,通常有状态的时间边界条件约束,本文考虑状态的始端和终端均固定的情形.这种控制变量受区间约束的离散时间系统最优控制的数学模型可表示为:

$$
\begin{aligned}
&\min f = \sum_{k=0}^{T-1} L(x^k, u^k, k) + K(x^T) \\
&s.t.\quad x^{k+1} = Ax^k + Bu^k \\
&\qquad\; x^0 = x^{(0)}, x^T = x^{(T)} \\
&\qquad\; u^k \in U_k
\end{aligned}
\tag{1}
$$

其中 $x^k \in R^m, u^k \in R^n, k = 0, 1, \cdots, T$. A 为 $m \times m$ 实矩阵,B 为 $m \times n$ 实矩阵,A, B 非退化,并且假定 $nT > m \geq n$.

2 基于遗传算法和模拟退火算法的混合算法

遗传算法主要借用生物进化中"适者生存"规律,首先对优化问题的解进行编码,此处一个解的编码称为一个染色体,组成编码的元素称为基因.然后依据优化问题的目标函数构造出相应的适应度函数,并以适应度函数的大小决定的概率分布来对染色体进行优胜劣汰,生存下来的染色体组成种群,同时再依据上述概率分布随机产生双亲.接着,双亲通过编码间的交配产生子代,子代以一定的概率发生变异,构成新的种群,此时通过解码,返回成优化问题的解.最终给出终止规则,通过上述循环,得出原问题的解.遗传算法在对目标函数优化时,能以较大的概率搜索到整体最优解,具有全局寻优和隐含并行性的特点,但存在早熟收敛的缺陷.模拟退火算法是模拟热力学中物理淬火过程一种学习规则,其出发点是基于物理中固体物质的退火过程与一般组合优化问题之间的相似性,在某一初始温度下,伴随温度参数的不断下降,结合概率突跳特性在解空间中随机寻找目标函数的全局优解,即在局部最优解中能概率性地跳出并最终趋于全局最优.该算法既能向目标函数优化的方向迭代,又能以一定的概率接受目标函数劣化的情况,从而避免了陷入局部最优点,保证获得全局最优解的可靠性,但当规模变大时,学习时间加剧,收敛速度较慢.针对上述遗传算法和模拟退火算法的各自缺陷,本文结合二者的优点,提出一种新的混合算法,具体过程如下:

Step1 给定模拟退火温度初始值为 c_0,进化代数计数器 $k=1$.

Step2 用实数编码对各个状态进行编码,随机产生初始群体;

Step3 结合退火罚因子构造适应度函数,对种群中的个体进行评价;

Step4 利用遗传算法对初始群体进行优化,得到新的种群;

Step5 引进最优保留策略,对此新的种群用模拟退火算法进行训练;

Step6 对训练后的种群再进行选择、交叉、变异等遗传操作;

Step7 返回 Step4,直到满足终止条件;

Step8 对混合算法优化得到的最优解进行解码.

3 编码方案、适应度函数与遗传操作

3.1 编码方案与初始化

本文采用的编码方式是实数编码,与二进制编码相比,实数编码具有如下明显优点:①实数编码不需要进行解码,在遗传算法中可方便地表示范围较大的数,便于在较大空间进行搜索,同时也改善了遗传算法的计算复杂性,提高了运算效率;②实数编码免去了进制转换时引起的误差,求解精度高,便于与经典优化方法混合使用.针对上述离散时间系统最优控制问题,对始端和终端中的每个状态连成一串进行编码,其数值是

介于始端值和终端值之间的随机值. 而进化代数计数 k 器初始值设定为 1，给定初始退火温度设定为 c_0.

3.2 适应度函数

由于上述离散时间系统最优控制问题实质上是求性能指标函数的最小值问题，结合罚函数的思想，我们构造如下的适应度函数：

$$g = -\alpha_i f(x, u) \tag{2}$$

其中，f 为性能指标函数，α_i 为退火惩罚因子，它是关于每个状态的退火温度的反比例函数，随着遗传操作的进行，当温度越低时，性能指标函数越小，以逐步达到最优.

3.3 选择、交叉与变异

选择算子其作用是从当前群体中选择一些比较优良的个体，并将其复制到下一代群体中. 选择操作是建立在群体中个体的适应度评估基础上的，模型的拟合残差平方和越小，该个体被遗传到下一代群体中的概率也就越大. 本文采用比例选择方法，目的是使适配值高的个体有更高的生存概率. 该方法的基本思想是：各个个体被选择的概率与其适应度大小成正比. 尽管比例选择方法带有很大的随机性，但是由于在遗传算法中溶入了模拟退火因子，因此可以避免由随机性而带来的收敛速度慢及陷入局部极值的缺陷.

交叉算子作用是产生一些较好的新个体模式，寻优的搜索过程主要通过它来实现. 由于是实数编码，本文采取两点算术交叉：设

$$\omega_{1(t+1)}(\omega_{11}, \omega_{21}, \cdots, \omega_{n1}), \omega_{2t} = (\omega_{12}, \omega_{22}, \cdots, \omega_{n2}) \tag{3}$$

是两个染色体，在第 i 点至第 j 点实施两点算术交叉产生如下后代：

$$\omega_{1(t+1)} = (\omega_{11}, \omega_i', \cdots, \omega_j', \omega_{(j+1)}, \cdots, \omega_{n1}), \omega_{2(t+1)} = (\omega_{12}, \omega_i'', \cdots, \omega_j'', \omega_{(j+1)2}, \cdots, \omega_{n2} \tag{4}$$

其中向量 $\omega_{1(t+1)}$ 中的从 ω_i' 至 ω_j' 间的每个元素 $\omega_k'(i \leqslant k \leqslant j)$ 由线性组合

$$\omega_k' = \alpha\omega_{1k} + (1-\alpha)\omega_{2k} \tag{5}$$

产生. 向量 $\omega_{2(t+1)}$ 中的从 ω_i'' 到 ω_j'' 的每个元素 $\omega_k''(i \leqslant k \leqslant j)$ 由

$$\omega_k'' = \alpha\omega_{2k} + (1-\alpha)\omega_{1k} \tag{6}$$

确定. 变异算子目的是改善遗传的局部搜索能力，维持群体的多样性，防止出现早熟现象. 本文扰动非均匀变异，在非均匀变异中增添一个扰动因子——退火罚函数因子，当某状态对应的性能指标函数值过大时，该变异位即被淘汰，从而使变异向着有利的方向进行.

4 实验仿真结果

我们分别利用遗传算法、模拟退火算法和混合算法求解如下动态产业结构最优控制问题：

$$\begin{aligned} &\min f = \sum_{t=0}^{4}\left[(x(t)-\xi)^{\tau}Q(x(t)-\xi) + u(t)^{\tau}Ru(t)\right] \\ &S.t \quad x(t+1) = x(t) + u(t) \\ &\qquad e^4 x(t+1) = 1 \quad t = 0, \cdots, 4 \\ &\qquad x(0) = x^{(0)}, x^{(5)} = \xi \\ &\qquad x(t) \geq 0 \end{aligned} \tag{7}$$

其中

$x^{(0)}$ = {0.312, 0.060, 0.019, 0.022, 0.010, 0.009, 0.019, 0.043, 0.011, 0.108, 0.036, 0.102, 0.008, 0.009, 0.015, 0.066, 0.003, 0.012, 0.072},

$x^{(5)}\xi$ = {0.302, 0.061, 0.018, 0.021, 0.011, 0.010, 0.017, 0.039, 0.012, 0.102, 0.036, 0.012, 0.006, 0.101, 0.0016, 0.064, 0.003, 0.10, 0.068}

$Q = R = 1000D, D = \mathrm{diag}(20, 1, 1, \cdots, 1)$ 为 19×19 矩阵，（最优解析解为 816.36）

初始退火温度 $c_0=400$,运行参数为 $\{p_c,p_m,\delta_1,\delta_2\}=\{0.55,0.30,10^{-2},10^{-6}\}$ 实验结果如表 1 所示.

表 1 3 种算法的性能比较

Tab. 1 Capability compasion of three algorithms

	迭代次数	运行时间/s	最优解
遗传算法	40,000 代	3 607	673.55
模拟退火算法	30,000 代	6 862	827.14
混合算法	20,000 代	2 306	816.29

从上表来看,混合遗传算法具有良好的收敛性和稳定性,适用大规模的最优控制问题,相对而言,模拟退火算法收敛速度最慢,遗传算法搜索最优解的偏差过大,陷入了局部最优,混合算法能以最短的时间、最为精确的搜索到全局最优解.

表 2 混合算法迭代至 20000 代时的最优状态

Tab. 2 Optimal station of hybrid algorithm iterating to 20,000 steps

$x^{(0)}=\{0.312,0.060,0.019,0.022,0.010,0.009,0.019,0.043,0.011,$
$0.108,0.036,0.102,0.008,0.009,0.015,0.066,0.003,0.012,0.072\}$

$x^{(1)}=\{0.262,0.082,0.023,0.104,0.063,0.078,0.110,0.065,0.009,$
$0.075,0.017,0.101,0.076,0.057,0.061,0.066,0.008,0.101,0.066\}$

$x^{(2)}=\{0.166,0.104,0.028,0.052,0.074,0.282,0.050,0.038,0.032,$
$0.028,0.027,0.013,0.036,0.077,0.038,0.032,0.034,0.029,0.046\}$

$x^{(3)}=\{0.188,0.082,0.033,0.046,0.027,0.058,0.062,0.038,0.040,$
$0.056,0.049,0.027,0.065,0.026,0.023,0.047,0.033,0.030,0.062\}$

$x^{(4)}=\{0.260,0.036,0.050,0.040,0.009,0.048,0.120,0.047,0.062,$
$0.046,0.039,0.067,0.007,0.029,0.032,0.026,0.016,0.006,0.102\}$

$x^{(5)}=\{0.302,0.061,0.018,0.021,0.011,0.010,0.017,0.039,0.012,$
$0.102,0.036,0.102,0.006,0.101,0.0016,0.064,0.003,0.010,0.068\}$

5 结 论

本文结合遗传算法和模拟退火算法的优点,提出了基于遗传算法和模拟退火算法的混合算法,设计了专门的遗传操作算子, 构造了相应的适应度函数,用罚函数方法处理约束条件,实现了离散时间系统的最优控制.通过对动态产业结构最优控制问题的优化,验证了混合算法的可行性,仿真结果表明混合算法既具有较快的收敛速度,又能够收敛到最优解,其性能显著优于遗传算法和模拟退火算法.

参考文献:

[1] 候媛彬,张建军.现代控制理论基础[M].北京:北京大学出版社,2005.

[2] 袁亚湘,孙文瑜.最优化理论与方法[M].北京:科学出版社,1999.

[3] 周明,孙树栋.遗传算法原理及其应用[M].北京:国防工业出版社,2000.

[4] 任传祥,张海,范跃祖.混合遗传模拟退火算法在公交智能调度中的应用[J].系统仿真学报,2005,17(9):2 075 -2 081.

[5] 牛向阳.基于遗传算法和 BP 算法的混合算法[J].河南科技大学学报,2007, 28(1) :46 -48.

[6] S. Kirkpatric,C. D. Gelatt. andM. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing[J]. Science, 1983,220(4598):671 -680.

[7] David B. Fogel. An Introduction to Simulated Evolutionary Optimization[J]. IEEE Transaction On eural Neurals, 1994(79):191 -200.

(上接第 20 页)

参考文献:

[1] Joglekar NR, Ford DN. Product development resource allocation with foresight[J]. European Journal of Operational Research, 2005,160 (1): 72 -87.

[2] Abdelsalam HME, Bao HP. A simulation - based optimization framework for product development cycle time reduction[J]. IEEE Transactions on Engineering Management, 2006, 53(1): 69 -85.

[3] Li Min, Qin Xiansheng, Sha Quanyou and Bai Jing. A ProA-based modeling methotd supporting product process integrated optimization[J]. Proceedings of the 14th international conferense on IE&EM, 2007:288 -292.

[4] Das P. Concurrent optimization of multiresponse product performance[J]. Quality Engineering 1999:11(3): 365 -368.

[5] H. M. E. Abdelsalam and H. P. Bao, A simulation - based optimization framework for product development cycle time reduction [J]. IEEE Transactions on Engineering Management, 2006,53 (1): 69 -85.

[6] 荣霞, 王江, 刘建平. 基于 IDEF 模型的供应链战略联盟的构建[J]. 昆明理工大学学报:理工版, 2006, 31(4): 108 -112.

[7] 李勇, 赵艳桃. PLS2 回归计算顾客满意度指数[J]. 昆明理工大学学报:理工版, 2006,31(1): 115 -118.