

# 一种基于可靠度分析的砂土液化判别方法

潘 健, 刘竹平

(华南理工大学 土木与交通学院, 广东 广州 510640)

**摘要:** 借鉴结构工程可靠性分析方法, 提出了一种建立于标准贯入击数极限状态方程的地震液化可靠度评估方法, 并用 MATLAB7.0 编制了相应的地震液化概率判别程序. 用该可靠性分析方法对 1976 年唐山地震资料进行液化概率分析, 通过与实测值和规范法计算结果对比, 验证了该方法的可行性和一些优点.

**关键词:** 可靠性分析; 液化地震; 标贯

**中图分类号:** TU4    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1007-855X(2009)01-0077-05

## Reliability Assessment of Seismic Soil Liquefaction

PAN Jian, LIU Zhu-ping

(School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** Based on the limit state equation of blow count of SPT, the Monte Carlo reliability analysis method for seismic soil liquefaction is established, which refers to structure reliability analysis methods. The corresponding programmers for computing liquefaction probability are compiled with MATLAB7.0. The results of seismic soil liquefaction analysis for the Tangshan earthquake in 1976 are compared with the measurements and requirements of the building codes. The feasibility and accuracy of this method are validated and some meaningful results are obtained.

**Key words:** reliability assessment; seismic liquefaction; SPT

## 0 引言

地震中砂土及粉土液化是造成场地失效的主要原因之一<sup>[1]</sup>. 自 1964 年日本新泻地震以来, 液化问题日益引起人们的重视. 随着基于概率的可靠性设计理论被引入土木工程领域, 采取可靠性计算方法对地震液化进行定量化评判已逐渐成为广大设计、研究人员的共识<sup>[2~4]</sup>. 采用可靠性方法在一定程度上可以弥补确定性方法不足, 它能够给出工程是否安全的判断, 还能给出工程在正常工作情况下发生破坏的概率, 可以使不同的工程取用相同的判别标准, 即可靠度标准<sup>[5]</sup>.

我国目前有几十个液化判别式或方法, 大体可分为 Seed 简化分析法、经验公式法、概率与统计方法、土层反应分析法等 4 种<sup>[6]</sup>. Seed 和 Idriss(1971) 的“简化方法”和《建筑抗震设计规范》(GBJ5001—2001) 的液化判别方法, 是 2 个最有代表性的液化判别方法<sup>[7~8]</sup>.

论文借鉴结构工程可靠性分析, 将提出一种建立于标准贯入击数极限状态方程的砂土液化可靠性分析方法. 在 1976 年唐山地震资料基础上, 编制液化概率计算程序, 将分析结果与规范法和实测值进行对比, 验证该方法在工程中的可行性.

## 1 可靠度分析方法

### 1.1 地震液化可靠性分析

地震液化可靠性分析是针对于某种具体方法而言的, 它能给出在某种评价方法下的液化概率. 即对于

收稿日期: 2008-03-25. 基金项目: 广东省自然科学基金项目(项目编号: 07007552).

第一作者简介: 潘健(1963-), 男, 在读博士研究生. 主要研究方向: 岩土工程风险评估. E-mail: cvpan@scut.edu.cn

每一个抗液化强度可能值  $R$ , 地震作用  $S$  大于抗液化强度  $R_d$  的概率. 在岩土工程的可靠性分析中, 计算模型常充当极限状态函数, 故模型不确定性的分析和计算在可靠性分析中相当重要, 当模型的不确定性不能忽略时, 模型的不确定性的量化结果如概率分布类型, 均值和变异系数(或方差)就成了计算可靠度指标的基本参数. 若要进行砂层液化的可靠度分析, 首先要确定砂土液化的判别模型, 进行岩土参数的统计分析, 其次要用相应的液化判别式导出极限状态方程, 最后是选用合理的计算方法求解液化的概率<sup>[9]</sup>.

### 1.2 蒙特卡罗基本原理

当得不到解析解或解析解无效时, 蒙特卡罗模拟方法通常是唯一的检验或评价近似解的方法<sup>[10]</sup>. 蒙特卡罗模拟的主要任务之一是根据确定的概率分析产生随机数. 对于给定的集合而产生的随机数, 模拟过程是确定的.

蒙特卡罗法的基本原理是: 在各状态变量  $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$  的概率分布已知且各自统计独立的条件下, 根据系统的极限状态条件  $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , 利用蒙特卡罗方法对每个状态变量  $X_i$  产生一个符合其概率分布的随机数  $x_i^{(1)}$ , 由此得到一组随机数  $x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}$  的组合, 然后以之代入系统的状态函数  $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , 就可以得到状态函数的一个随机数  $z^{(1)}$ . 重复同样的步骤, 就可以产生  $N$  组随机数的组合  $x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_n^{(j)} (j = 1, 2, \dots, N)$ , 从而可以得到  $N$  个相互独立的状态函数的随机数  $z^{(j)} (j = 1, 2, \dots, N)$ . 如果在这  $N$  个状态函数的随机数中有  $M$  个不大于 1 (当以安全系数为状态函数时) 或不大于 0 (当以安全储备为状态函数时), 当模拟次数足够多时, 即  $N$  足够大时, 由大数定理可知, 频率  $M/N$  近似于概率, 因此系统的破坏概率  $P_f$  可以表示为:

$$P_f = P\{Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq 0\} = M/N \quad (1)$$

当  $N$  足够大时, 由状态函数  $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$  的统计样本  $z^{(j)} (j = 1, 2, \dots, N)$  还可以精确地拟合出  $Z$  值的概率分布函数  $G(z)$ , 并计算出其均值  $\mu_z$  和标准差  $\sigma_z$ , 从而可计算失效概率  $P_f$ .

### 1.3 随机变量子样的产生

要产生  $[0, 1]$  均匀分布的随机数, 在计算机上用程序产生的随机数称为伪随机数, 如果产生的伪随机数具有良好的随机性和均匀性, 以及随机数序列中前后之间和各子序列之间相互独立, 伪随机数依然非常近似于真正的  $[0, 1]$  均匀随机数序列. 从  $[0, 1]$  区间上有均匀分布的母体中产生的简单子样称为随机数序列  $(r_1, r_2, \dots, r_n)$ , 而其中的每一个个体称为随机数. 产生伪随机数的方法很多, 如乘同余法、混同余法、加同余法<sup>[11]</sup> 等. 论文采用的是目前较为广泛应用的乘同余法.

### 1.4 失效概率计算步骤

工程结构中, 随机变量的分布比较复杂, 设极限状态方程为  $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_k)$ , 因此, Monte - Carlo 模拟的一般步骤为:

- 1) 产生  $[0, 1]$  均匀分布的随机数;
- 2) 利用反变换法、舍选法、复合法及变换多种方法产生随机变量  $X_1, X_2, \dots, X_k$  相应的  $N$  组随机数  $x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki} (i = 1, 2, \dots, k)$ ;
- 3) 将这  $N$  组随机数代入极限状态方程  $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_k)$ , 便可得到随机变量  $Z$  的一个样本  $z_1, z_2, \dots, z_n$ , 其中:  $z_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki})$ , 若  $z_1, z_2, \dots, z_n$  中有  $M$  个  $z < 0$ , 则破坏概率的估计量、随机变量  $Z$  的均值和均方差的估计量分别为

$$\hat{P}_f = M/N \quad (2)$$

$$\hat{\mu}_z = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i \quad (3)$$

$$\hat{\sigma}_z = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left\{ \sum_{i=1}^N (z_i - \mu_z)^2 \right\}} \quad (4)$$

设事件  $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_k) < 0$  发生的概率为  $P\{Z < 0\} = P_f$ , 则在  $N$  次试验中出现  $M$  次  $Z < 0$  事件的概率服从伯努利分布, 所以

$$E(\hat{P}_f) = E(M/N) = P_f \tag{5}$$

$$D(\hat{P}_f) = D(M/N) = P_f(1 - P_f)/N \tag{6}$$

在估计失效概率的标准差时,可用其估计量  $\hat{P}_f$  来代替  $P_f$ . 从上知,  $\hat{P}_f$  是  $P_f$  的无偏估计量,其标准差与  $\sqrt{N}$  成反比,即若将  $\hat{P}_f$  的标准差降低一个数量级,试验次数必须增大上百倍,这是 Monte - Carlo 模拟方法的主要缺点. 可在抽样过程中采取降低方差的技巧来加速收敛,减少试验次数.

Monte - Carlo 方法是通过大量简单的重复抽样来实现的,故从上述分析可知,该方法受条件限制的影响较小,具有方法简单、易于编程的特点. 岩土体中由于土体的离散性比较大,本文采用 Monte - Carlo 可靠性方法计算可以得到比较好的解答.

## 2 基于标准贯入试验的可靠性分析

### 2.1 标准贯入试验

标准贯入试验(SPT),是以标准贯入器自孔底预打 15 cm,记录再打入土层 30 cm 的判定土的力学特性试验,所需击数就是标准贯入击数. 标准贯入试验(SPT) 是《建筑抗震设计规范》(GBJ50011—2001) 推荐的液化评价试验方法,该法是基于国内几次大地震现场实测资料并借鉴国外液化评价方法而建立起来的,由于多次地震实测资料积累了大量 SPT 数据,因而基于 SPT 的液化简便评价方法目前仍是一种较为可靠的方法,是现行抗震设计规范和岩土工程规范最主要的液化评价方法之一. 依据现行的《建筑抗震设计规范》(GBJ50011—2001) 的规定,标准贯入击数临界值  $N_{cr}$  可按式计算:

$$N_{cr} = N_0 [0.9 + 0.1(d_s - d_w)] \sqrt{\frac{3}{\rho_c}} \quad (d_s \leq 15 \text{ m}) \tag{7}$$

$$N_{cr} = N_0 (0.4 - 0.1d_s) \sqrt{\frac{3}{\rho_c}} \quad (15 \text{ m} < d_s \leq 20 \text{ m}) \tag{8}$$

式中,  $N_0$  为标贯击数基准值;  $d_s$  为砂层深度; 地下水深度  $d_w$ ;  $\rho_c$  为粘粒含量(百分率小于 3% 或砂土时取值 3).

由规范定义的标准贯入击数液化判别,当饱和砂土实测标准贯入击数  $N < N_{cr}$  时,砂土液化;当  $N > N_{cr}$  时,砂土不液化;当时为临界状态. 则由临界条件,其极限状态方程为:

$$Z = N - N_{cr} = 0 \tag{9}$$

将式(7),(8)代入式(9),基于标准贯入试验的极限状态方程为式(10)如下:

$$\begin{cases} Z = N - N_0 [0.9 + 0.1(d_s - d_w)] \sqrt{2/\rho_c} & (d_s \leq 15 \text{ m}) \\ Z = N - N_0 (2.4 - 0.1d_s) \sqrt{3/\rho_c} & (15 \text{ m} < d_s \leq 20 \text{ m}) \end{cases} \tag{10}$$

式中,临界标贯击数  $N_{cr}$  视为随机变量;其余参数则视为一般变量.

根据大量的算例,认为标准贯入击数服从对数正态分布<sup>[12]</sup>. 依据式(10)的极限状态方程用 Monte - Carlo 算法进行砂土液化可靠度分析.

### 2.2 地震液化等级

根据概率来反映液化势,可按概率大小将液化势分为 5 个等级,见表 1<sup>[13]</sup>. 在进行液化判别时,将采用这个液化等级分类标准,用表 1 且根据液化概率分布情况,定性地描述液化的可能性.

### 3 地震液化判别程序

根据上述 Monte - Carlo 基本原理及工程上地震液化可靠性分析,采用 MATLAB7.0 编制了基于标准贯

表 1 液化可能性分类

Tab. 1 Liquefaction likelihood classification		
液化分类	液化概率 $P_f$	可能性描述
1 级	$0 \leq P_f < 0.15$	几乎肯定不会液化
2 级	$0.15 \leq P_f < 0.35$	液化可能性较小
3 级	$0.35 \leq P_f < 0.65$	是否液化可能性均等
4 级	$0.65 \leq P_f < 0.85$	液化可能性较大
5 级	$0.85 \leq P_f < 1.00$	几乎肯定液化

入试验极限状态方程的 Monte - Carlo 砂土液化判别程序,其流程见图 1. 本程序具有通用性的特点,可以

应用于一般场地土层的液化判别。

该砂土液化的 Monte - Carlo 随机模拟计算液化概率的步骤:

- 1) 确定该砂土液化判别模型及随机变量  $N_{cr}$  的分布类型和均值方差;
- 2) 输入:  $N$ ——实测标贯击数; Sample - number——模拟样本数量;  $\mu, \sigma$ ——临界标准贯入击数  $N_{cr}$  的均值和方差; Distribution - type——临界标准贯入击数  $N_{cr}$  的概率分布类型;
- 3) 产生临界标准贯入击数  $N_{cr}$  的随机数;
- 4) 计算极限状态方程  $Z$  见式 10(式):  $Z > 0$  为安全,  $Z = 0$  为临界,  $Z < 0$  失效;
- 5) 计  $Z < 0$  的数目为  $M$ ;
- 6) 计算失效概率  $P_f = M/\text{Sample - number}$ ;
- 6) 重复(1) ~ (5)的过程, 计算每个样本的失效概率。

(表 2 中参数 I 为地震环境烈度分区,  $d_w$  为地下水位深度,  $d_s$  为砂层深度,  $N_{63.5}$  实测标贯击数)

MATLAB 程序经调试后, 对唐山地震砂土液化资料代入程序进行 Monte - Carlo 随机模拟, 并与规范法和实测结果进行比较见表 2。

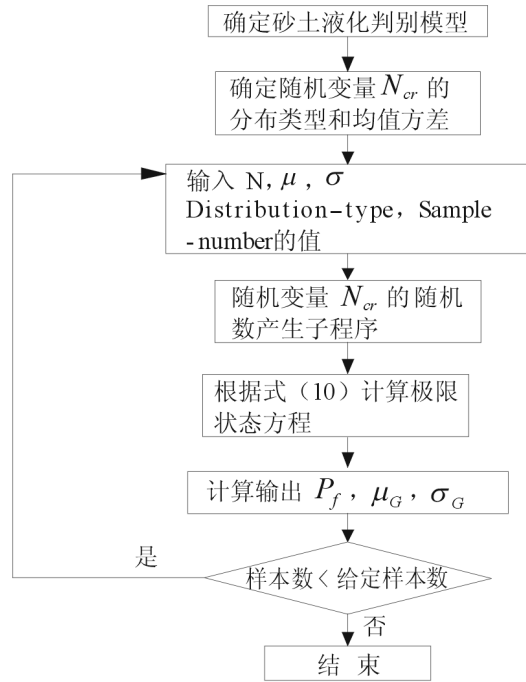


图1 液化判别的Monte-Carlo模拟程序流程图  
Fig.1 Flow diagram of Monte-Carlo method using estimation of liquefaction

表 2 唐山地震资料及液化概率计算结果

Tab.2 Data of seismic soil liquefaction in Tangshan earthquake and results of liquefaction probability analysis

序号	$N_{63.5}/\text{击}$	$I/\text{度}$	$d_w/\text{m}$	$d_s/\text{m}$	$N_{cr}/\text{击}$	实测	规范	Monte - Carlo( $N_{cr}$ )		
								液化概率	判别结果	建议分类
1	1	7	0.70	2.30	8.48	液化	液化	1.0000	液化	5
2	2	7	0.60	1.80	8.16	液化	液化	1.0000	液化	5
3	2	7	0.85	1.80	7.96	液化	液化	1.0000	液化	5
4	2	7	1.40	2.30	7.92	液化	液化	1.0000	液化	5
5	3	7	0.5	1.70	8.16	液化	液化	1.0000	液化	5
6	4	7	1.25	1.80	7.64	液化	液化	0.9978	液化	5
7	5	7	1.09	4.15	9.65	液化	液化	0.9860	液化	5
8	5	7	0.76	3.90	9.71	液化	液化	0.9860	液化	5
9	5	8	3.30	5.80	11.50	液化	液化	0.9860	液化	5
10	6	7	0.80	1.35	7.64	液化	液化	0.9544	液化	5
11	6	7	1.20	2.30	8.08	液化	液化	0.9544	液化	5
12	7	7	1.25	4.30	9.64	液化	液化	0.9001	液化	5
13	7	7	1.10	3.30	8.96	液化	液化	0.9001	液化	5
14	8	7	1.2	2.45	8.20	液化	液化	0.8228	液化	4
15	8	7	1.60	2.10	7.60	液化	非液化	0.8228	液化	4
16	8	8	1.60	8.70	16.10	液化	液化	0.8228	液化	4
17	8	8	3.20	7.20	13.00	液化	液化	0.8228	液化	4
18	8	8	2.00	3.46	10.46	非液化	液化	0.8228	液化	4
19	9	7	1.10	6.30	11.36	液化	液化	0.7273	液化	4
20	9	8	3.00	5.10	11.10	液化	液化	0.7273	液化	4
21	9	7	1.40	4.35	9.56	液化	液化	0.7273	液化	4

续表

序号	$N_{63.5}/\text{击}$	$I/\text{度}$	$d_w/\text{m}$	$d_i/\text{m}$	$N_{cr}/\text{击}$	实测	规范	Monte - Carlo( $N_{cr}$ )		
								液化概率	判别结果	建议分类
22	12	8	1.12	9.22	17.10	液化	液化	0.4340	非液化	3
23	13	8	2.30	12.3	19.00	液化	液化	0.3498	非液化	2
24	15	8	3.10	4.30	10.2	非液化	非液化	0.2149	非液化	2
25	15	8	1.10	1.30	9.2	非液化	非液化	0.2149	非液化	2
26	22	9	4.50	4.50	14.4	非液化	非液化	0.0319	非液化	1
27	31	9	3.50	8.35	22.16	非液化	非液化	0.0025	非液化	1
28	51	8	3.10	9.30	15.2	非液化	非液化	0.0000	非液化	1
29	61	9	4.90	9.38	21.568	非液化	非液化	0.0000	非液化	1
30	64	9	5.00	13.52	28.032	非液化	非液化	0.0000	非液化	1

$$\mu = 11.862, \sigma = 4.4731$$

黑体表示为液化判别结果不一致情况.

## 4 结论

计算结果表明, Monte - Carlo 砂土液化可靠性分析方法与实测结果相比, 判别成功率接近 90%; 与规范法相比, 其判别吻合率也达 90%. 可以认为, 该方法与实测结果和规范判别法的结果基本吻合.

采用 Monte - Carlo 数值模拟方法可以解决砂土液化判别中的数学难题, 即无论极限状态方程是否线性, 随机变量是否正态分布, 只要模拟的次数足够多, 就可以得到一个相对精确的可靠度指标. 特别在变异系数较大的岩土体分析中, 与其它方法可靠度计算方法相比, 该方法思路简单, 易于编制计算机程序.

Monte - Carlo 方法把临界标贯击数当成随机变量进行处理, 可以根据液化概率分布情况定性描述场地液化的可能性.

## 参考文献:

- [1] 刘恢先. 唐山大地震震害[M]. 北京:地震出版社,1984.
- [2] 林慧常. 砂土地震液化的改进方法及其在工程中的应用[D]. 广州:华南理工大学,2005.
- [3] 刘利艳, 潘健. 砂土液化判别最优 BP 神经网络模型[J]. 湘潭大学自然科学学报. 2006,28(2):123-126.
- [4] 潘健, 刘利艳. 地基抗液化能力评估方法讨论[J]. 地震工程与工程振动. 2006,26(3):242-244.
- [5] 陈国兴, 张克绪, 谢君斐. 液化判别的可靠性研究[J]. 地震工程与工程振动,1991,11(2):85-96.
- [6] 潘健, 刘利艳, 林慧常. 基于 BP 神经网络的砂土液化影响因素的综合评估[J]. 华南理工大学学报:自然科学版,2006,34(11):76-80.
- [7] Seed I B. 地震中的地面运动和土的液化[M]. 北京:地震出版社,1988.
- [8] GBJ11-89. 建筑抗震设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社,1990.
- [9] 潘健, 刘利艳. 土的地震液化概率评估模型[J]. 华南理工大学学报:自然科学版,2007,35(3):90-93.
- [10] 刘利艳. 蒙特卡罗数值模拟方法在砂土液化分析中的应用[D]. 广州:华南理工大学,2007.
- [11] 符宁. 均匀随机数的线性同余生成方法[D]. 长春:吉林大学,2007.
- [12] 高大钊. 土力学可靠性原理[M]. 北京:中国建筑工业出版社,1989.
- [13] JUANG C H, CHON C J, ANDURS R D. Risk - Based Liquefaction Potential Evaluation Using Standard Penetration Tests [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2000,37(6):1195-1208.