文章编号: 1000-6788(2009)09-0058-06

基于噪声实物资产的房地产开发调控政策

刘 涛

(杭州电子科技大学 财经学院, 杭州 310018)

摘 要 将观测到的房地产市场需求冲击区分为真实需求冲击和噪声影响, 利用噪声实物资产理论分析需求估计值的性质, 在实物期权理论上建立房地产开发投资决策模型并求解, 进而通过数值模拟分析噪声对房地产开发调控政策的影响, 得出结论: 如果房地产市场过热, 政府要么不调控, 要调控一定要措施严厉; 规范市场交易秩序, 市场信息公开、透明对房地产市场的健康稳定发展意义重大; 只要干预措施正确, 政府的调控政策就是必要和有效的.

关键词 噪声; 实物资产; 房地产; 实物期权; 调控政策

中图分类号 F830.59 **文献标志码** A

Real estate development regulatory policy based on noisy real assets

LIU Tao

(School of Finance, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract It introduces the theory of noisy real assets to analyze the property of the demand estimate, the observational market demand impact is defined as the product of the real demand impact and the noise. It uses the real options approach to formulate the real estate development investment model. The numerical simulation is adopted to analyze the influence of the noise to the real estate development regulatory policy. As a result, the government's regulatory policy must be stern if the government wants to control the real estate market; it is important that the information is open and transparent if the market is healthy; the government's regulatory policy is necessary and effective if only the measure is correct.

Keywords noise; real assets; real estate; real options; regulatory policy

1 引言

自 Myers[1] 首次提出实物期权概念以来, 实物期权理论广泛应用于投资决策分析, 已成为分析不确定环境下不可逆投资决策问题的标准技术 [2], 其思想主要体现为: 当市场条件不确定时, 投资者可以选择在最佳时机进行投资或者在合适的时刻调整投资规模, 这种选择权利即为实物期权, 它在传统的贴现现金流 (Discounted cash flow, DCF) 方法中常被忽视. 然而, 实物期权毕竟不同于金融期权 [3]. 金融期权的标的为金融产品, 大多在公开市场上频繁交易, 且具有统一的形态和规格, 因而一般具有确切的价值. 实物期权则不同, 其标的为实物资产, 交易分散、形态独特, 且有不同的地域特征, 如尚未开发的矿山、有待开发的油气储备、等待投资的项目等等, 它们没有明确的价值, 因为各种因素的影响常使人们对其价值的估计偏离真实值. Childs[4−5] 将这些影响因素看作实物资产价值估计中的噪声, 利用最优滤波理论研究了噪声实物资产的价值

收稿日期: 2009-02-09
作者简介: 刘涛 (1978–), 男, 汉, 湖北武汉人, 博士, 讲师, 研究方向为金融风险管理.

估计问题; 刘涛[6] 结合实物期权方法, 在资产价值服从算数布朗运动且噪声为累积噪声的假设下探讨了实物资产的投资决策问题, 并利用首次到达时间分析了投资发生的平均等待时间.

房地产业是经济发展的支柱产业, 其发展具有高度不确定性和不可逆性, 应用实物期权分析房地产开发投资决策无疑非常恰当. Titman[7] 首次利用二叉树期权定价方法分析了城市空置土地的价值, 解释了尽管当时洛杉矶西部地价全美最高, 却有大量土地闲置而未充分利用的异常现象, 令人信服地证实了实物期权是在不确定条件下评估土地和房产价值的有力工具; Williams[8] 分析了租金和成本均随机变化的最优开发时机和开发密度问题; Williams[9] 最早将期权博弈的思想引入房地产开发投资分析中, 考虑不完全竞争行为, 得到了完美子博弈纳什均衡解; Grenadier[10] 提出了经典的基于实物期权的双头垄断模型来分析房地产投资行为, 建立了战略期权博弈的分析框架. 然而, 房地产作为一种特殊商品, 不仅具有使用价值, 还有投资价值, 因而其价值不仅仅取决于真实需求. 基于此种认识, 本文借鉴 Childs[4−5] 提出的噪声实物资产理论, 将观测到的房地产市场需求冲击区分为真实需求冲击和噪声影响, 利用噪声实物资产的实物期权方法分析房地产开发投资决策, 进而通过数值模拟着重分析噪声对房地产开发调控政策的影响.

2　模型假设

2.1　噪声房地产市场基本假设

人们观测到的房产需求并非是真实的市场需求, 受到各种因素的影响, 如投机、追涨杀跌的心态、对政策的预期等. 房价波动具有一定的规律, 短期而言, 价格变化表现为正相关的发散过程, 如 2006、2007 年房价的自我强化加速上涨; 长期而言, 任何商品的价格都将回归真实价值, 特别地, 由于房地产业的重要性, 政府在房市低迷或高涨时, 会采取各种调控措施使其趋于平稳发展. 政府更多地关注房市的长期健康发展, 基于此种考虑引入噪声需求冲击, 它将使需求冲击的观测值在经历一段时间后逐渐回归真实值. 所以, 代表房产需求观测值的冲击变量 Z 可表示为 $Z = X \cdot Y$, 其中 X 为代表房产真实需求冲击变量, 服从如下几何布朗运动:

$$\mathrm{d}X = X(\alpha_X \mathrm{d}t + \sigma_X \mathrm{d}w_X) \tag{1}$$

其中, α_X 为真实需求的瞬时平均变化率, σ_X 为瞬时变化率的标准差, $\mathrm{d}w_X$ 为标准维纳过程增量; Y 为噪声, 服从均值回复过程:

$$\mathrm{d}Y = (-\eta \ln Y)Y\mathrm{d}t + \sigma_Y Y \mathrm{d}w_Y \tag{2}$$

其中 $\eta(\eta \geq 0)$ 为均值回复率, σ_Y 为噪声瞬时变化率的标准差, $\mathrm{d}w_Y$ 为标准维纳过程增量, 且 $\mathrm{d}w_X$ 与 $\mathrm{d}w_Y$ 相互独立. 因此, 需求冲击的观测值服从:

$$\mathrm{d}Z = Y\mathrm{d}X + X\mathrm{d}Y = [\alpha_X - \eta \ln(Z/X)]Z\mathrm{d}t + \sigma_X Z\mathrm{d}w_X + \sigma_Y Z\mathrm{d}w_Y \tag{3}$$

事实上, 需求的真实值是无法直接得知的, 人们 (也包括开发商、政府) 只能通过观测到的房产需求以及噪声来估计房产的真实需求, 进而利用估计值进行各种分析. 定义 ϑ_t 为仅仅在 t 时刻获得的信息, I_t 为 t 时刻为止时所有的信息, 即: $I_t = \bigcup_{s\in[0,t]} \vartheta_s$. t 时刻真实需求冲击的估计值可以表示为 $M_t = E(X\,|I_t)$.

因此, 房市反需求函数可表示为:

$$P = M \cdot D(Q) \tag{4}$$

其中 P 为单位房产价格, 函数 $D(\cdot)$ 表示基本需求状况, 且 $D'(Q) < 0$, 即市价随着建筑量 Q 的增加而减少. 假设基本需求状况为最简单的线性形式[1], 即:

$$D(Q) = a - bQ \tag{5}$$

$C(Q)$ 为投资总成本, 由与建筑密度密切相关的可变成本 cQ 和固定成本 f 组成[2], 即:

$$C(Q) = cQ + f \tag{6}$$

1. 这样假设的原因是为了简化数学处理过程, 不会影响分析结论.
2. 更合理的假设应为非线性的边际成本递增形式, 然而这将使问题变得十分复杂. 假设可变成本为线性能使数学处理大大简化, 同时并不影响分析结论.

参数 c、f、a、b 均为大于零的常数. 参数 c 表示单位房产的建设成本; b 可用来衡量需求对价格的敏感性, 值越大表示敏感性越小.

显然, 考虑噪声后的房地产投资决策是在估计真实需求冲击的基础上作出的, 分析的前提在于把握真实需求冲击估计值的相关性质.

2.2 噪声房地产市场需求估计

最优滤波理论 [11] 可以处理形如 $\xi_t=\theta_t+\varepsilon_t$ 的过程, 其中 ξ_t 为观测值, θ_t 为不可测的真实值, ε_t 为噪声. 为利用最优滤波理论分析上述噪声房地产市场需求, 令 $x=\ln X$、$y=\ln Y$, 则 $z=\ln Z=\ln X+\ln Y$, 根据伊藤引理:

$$\mathrm{d}x=\left(\alpha_X-\frac{1}{2}\sigma_X^2\right)\mathrm{d}t+\sigma_X\mathrm{d}w_X \tag{7}$$

$$\mathrm{d}y=\left(-\eta y-\frac{1}{2}\sigma_Y^2\right)\mathrm{d}t+\sigma_Y\mathrm{d}w_Y \tag{8}$$

$$\mathrm{d}z=\left[\alpha_X-\frac{1}{2}\sigma_Z^2-\eta(z-x)\right]\mathrm{d}t+\sigma_X\mathrm{d}w_X+\sigma_Y\mathrm{d}w_Y \tag{9}$$

其中: $\sigma_z^2=\sigma_X^2+\sigma_Y^2$. 记 $m_t=E(x_t\,|I_t)$, 其方差为 $\gamma_t=\mathrm{Var}[x_t\,|I_t]=\min\left\{E[(x_t-m_t)^2\,|I_t]\right\}$, 即均方意义下的最优无偏估计. 利用最优滤波理论[3]可得如下结果:

$$\mathrm{d}m_t=[(1-\xi_t)\alpha_X+\xi_t\eta(z_t-m_t)+\frac{1}{2}\eta\gamma_t]\mathrm{d}t+\xi_t\mathrm{d}z_t \tag{10}$$

$$\frac{\mathrm{d}\gamma_t}{\mathrm{d}t}=\sigma_X^2-\frac{k^2(\sigma_X^2+\gamma_t\eta)^2}{\sigma_X^2}=\sigma_X^2-\xi_t^2\sigma_Z^2 \tag{11}$$

其中:

$$\xi_t=k^2(1+\eta\gamma_t/\sigma_X^2) \tag{12}$$

式中: $k=\sigma_X\Big/\sqrt{\sigma_X^2+\sigma_Y^2}=\sigma_X/\sigma_Z$ 为信噪比率, 代表信息质量的相对效果. 记: z_0 为初始房产需求冲击观测值的对数; $m_0=E(x_0\,|\vartheta_0)=E(x_0\,|I_0)=E(\ln X_0\,|I_0)$ 为相应初始真实值的估计值; $\sigma_0^2=\gamma_0=\mathrm{Var}(x_0\,|\vartheta_0)=\mathrm{Var}(x_0\,|I_0)$ 为对应的方差, 代表初始噪声状况.

由对数正态分布的性质[4], 可得:

$$m_t=\ln M_t-\gamma_t/2 \tag{13}$$

对应地:

$$m_0=\ln M_0-\frac{1}{2}\gamma_0=\ln Z_0-\frac{1}{2}\sigma_0^2=z_0-\frac{1}{2}\sigma_0^2 \tag{14}$$

求解微分方程 (11), $\eta\neq0$ 时, 可得:

$$\gamma_t=\frac{2\sigma_X^2(\sigma_0^2-c)}{\mathrm{e}^{2k\eta t}[2\sigma_X^2+k\eta(\sigma_0^2-c)]-k\eta(\sigma_0^2-c)}+c \tag{15}$$

其中:

$$c=\frac{\sigma_X^2(1-k)}{k\eta}=\frac{\sigma_X(\sigma_Z-\sigma_X)}{\eta} \tag{16}$$

这表明: γ_t 随时间增加渐进于 c, 可见 c 是一种稳定水平的方差, 且随着 η、k 增加而减小. 当 $\eta=0$ 时, 由式 (12) 和 (15) 直接可得: $\xi_t=k^2$、$\gamma_t=\sigma_0^2+k^2\sigma_Y^2t$, 它表示不存在均值回复时的情况; $\eta\to\infty$ 时, 由式 (15) 得: $\gamma_t=0$, 根据 m_t 及 M_t 的定义, $m_t=z_t=x_t$、$M_t=Z_t=X_t$, 即: 最优估计值既是观测值也是真实值.

2.3 有关方差的说明及估计值的动态过程

γ_t 实质上仅仅是在 t 时刻现有信息下真实房产需求冲击对数的最优无偏估计的方差, 可称其为即时方差. 很多情况下, 必须在现有信息条件下对未来作出最优无偏估计来决策, 也即前向视角的分析. 这种估计值

3. 将式 (7)、(8) 代入张纬国 (1987) 中的 p.498 定理 12.7 后化简即可.

4. 如果 $\ln V$ 具有正态分布且其标准差为 s, 那么 $\ln V$ 的均值为: $E(\ln V)=\ln[E(V)]-s^2/2$, 这被称为对数正态分布的凸调整问题.

本身的方差和上述资产价值估计的方差是不同的, 用公式表示为: $\gamma_{st}^{e}=Var[m_t\,|I_s]$, 其中 $0\le s\le t$, 称为预期方差. 由式 (9) 结合式 (8)、(10) 可得:

$$\mathrm{d}m_t=\left[\alpha_X-\frac{1}{2}\sigma_X^2+\eta\xi_t(x-m_t)\right]\mathrm{d}t+\xi_t\sigma_Z\mathrm{d}w_Z$$

由于 $m_t=E(x_t\,|I_t)$, 即 $E(m_t)=E(x_t)$, 所以上式可以简化为:

$$\mathrm{d}m_t=(\alpha_X-\frac{1}{2}\sigma_X^2)\mathrm{d}t+\xi_t\sigma_Z\mathrm{d}w_Z \tag{17}$$

式中: $\mathrm{d}w_Z=(\mathrm{d}w_X+\mathrm{d}w_Y)/\sqrt{2}$, 也是标准维纳过程增量. 由式 (13), 根据伊藤引理, 结合式 (11) 可得房产真实需求估计值的动态过程为:

$$\mathrm{d}M_t=\alpha_XM_t\mathrm{d}t+\xi_t\sigma_ZM_t\mathrm{d}w_Z \tag{18}$$

显然它服从预期收益率为 α_X、瞬时标准差为 $\xi_t\sqrt{\sigma_X^2+\sigma_Y^2}$ 的几何布朗运动, 由式 (12), 最优估计值瞬时平均变化率的方差, 即预期方差率为:

$$\upsilon^2=\xi_t^2\sigma_z^2=(\sigma_X^2+\eta\gamma_t)^2/(\sigma_X^2+\sigma_Y^2) \tag{19}$$

γ_t 由式 (15) 和 (16) 确定, 依赖于 σ_0^2 和时刻 t, 是路径依赖的, 与初始状态相关.

3 模型求解

开发商在启动房产建筑项目前必须确定建筑密度, 即所建楼层高度, 一旦确定一般不能因为之后的市场环境变化而随意改变. 假设在 t 时刻开始投资开发房产, 开发密度为 Q, 建造好房产需时 δ, 且一旦建好就能以市场价格售出. 有噪声情况下对市场的判断依据式 (18) 所示. 开发房产的内在价值 (立即开发投资的价值) 为:

$$\bar{V}(M_t)=E_t\left[P_{t+\delta}\cdot Q\cdot \mathrm{e}^{-\rho\delta}-C(Q)\right]=M_tQD(Q)\mathrm{e}^{-(\rho-\alpha_X)\delta}-C(Q) \tag{20}$$

t 时刻的房产开发价值为:

$$V(M_t)=\max_T\left\{E_t\left[\bar{V}(M_T)\right]\mathrm{e}^{-\rho(T-t)}\right\} \tag{21}$$

其中, ρ 为市场贴现率, T 为开发投资的最优时机. $\bar{V}$ 为开发时刻的价值, 即内在价值:

$$\bar{V}(M_T)=M_T(aQ-bQ^2)\mathrm{e}^{-(\rho-\alpha_X)\delta}-cQ-f \tag{22}$$

M_T 为时刻 T 的市场真实需求冲击估计值, 开发商将选择最优密度 Q_T 开发, 上式的一阶条件为:

$$Q_T=\frac{a}{2b}-\frac{c\mathrm{e}^{(\rho-\alpha_X)\delta}}{2bM_T} \tag{23}$$

令 M^* 为开发阈值, 由式 (18)、(21)、(22)、(23), $M<M^*$ 时, 开发价值 $V(M)$ 需满足下面的微分方程和初始及边界条件 [2]:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{2}\upsilon^2M^2V_{MM}+\alpha_XMV_M=\rho V\\ \text{initial-condition}:\ V(0)=0\\ \text{value-matching}:\ V(M^*)=\bar{V}(M^*)=\dfrac{a^2M^*\mathrm{e}^{-(\rho-\alpha_X)\delta}}{4b}+\dfrac{c^2\mathrm{e}^{(\rho-\alpha_X)\delta}}{4bM^*}-f-\dfrac{ac}{2b}\\ \text{smooth-pathing}:\ V_M(M^*)=\dfrac{a^2\mathrm{e}^{-(\rho-\alpha_X)\delta}}{4b}-\dfrac{c^2\mathrm{e}^{(\rho-\alpha_X)\delta}}{4b(M^*)^2}\end{cases} \tag{24}$$

由式 (23), 阈值 M^* 须满足 $Q^*=\frac{a}{2b}-\frac{ce^{(\rho-\alpha_X)\delta}}{2bM^*}>0$, 得:

$$M^*=\frac{(ac+2bf)\beta+\sqrt{(ac+2bf)^2\beta^2-a^2c^2(\beta^2-1)}}{a^2(\beta-1)e^{-(\rho-\alpha_X)\delta}} \tag{25}$$

其中:

$$\beta=\frac{1}{2}-\frac{\alpha_X}{\upsilon^2}+\sqrt{(\frac{\alpha_X}{\upsilon^2}-\frac{1}{2})^2+\frac{2\rho}{\upsilon^2}}>1 \tag{26}$$

房产开发价值为:

$$V(M)=\begin{cases}\left[\dfrac{a^2M^*\mathrm{e}^{-(\rho-\alpha_X)\delta}}{4b}+\dfrac{c^2\mathrm{e}^{(\rho-\alpha_X)\delta}}{4bM^*}-f-\dfrac{ac}{2b}\right]\left(\dfrac{M}{M^*}\right)^{\beta}, & M<M^*\\ \dfrac{a^2M\mathrm{e}^{-(\rho-\alpha_X)\delta}}{4b}+\dfrac{c^2\mathrm{e}^{(\rho-\alpha_X)\delta}}{4bM}-f-\dfrac{ac}{2b}, & M\ge M^*\end{cases} \tag{27}$$

4 数值模拟与经济含义分析

4.1 数值模拟

由上述结果可分析各参数对开发阈值、最优开发密度、开发期权价值和平均等待时间等的影响, 方法同刘涛 [6], 由于篇幅所限, 不再赘述. 本文着重分析噪声对房地产开发调控政策的影响. 因为预期方差率的表达式比较复杂, 不易进行解析分析, 可借助数值仿真模拟. 取各参数的基本值为: $\sigma_X = 0.1$、$\sigma_Y = 0.2$、$\sigma_0 = 0.2$、$\eta = 0.01$、$t = 5$, 模拟结果如图 1–4 所示.

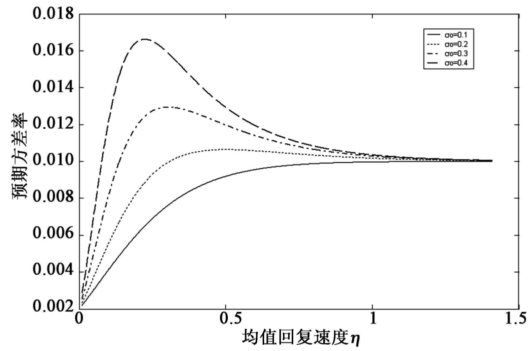

图 1 不同初始噪声下均值回复速度和预期方差率的关系

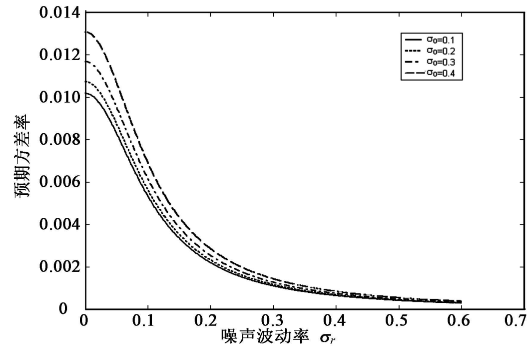

图 2 不同初始噪声下噪声波动率和预期方差率的关系

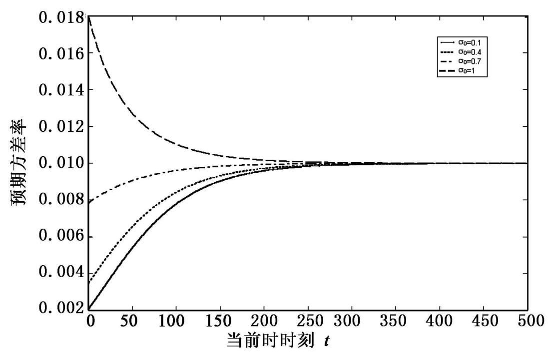

图 3 不同初噪声下的当前时刻和预期方差率的关系

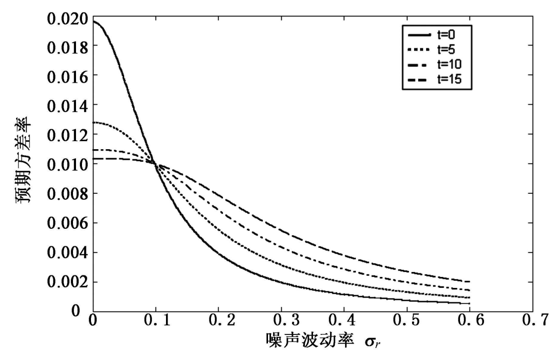

图 4 不同时刻下噪声波动率和预期方差率的关系

4.2 经济含义分析

1) 不同初始噪声下均值回复速度和预期方差率的关系

图 1 表明: 相同均值回复速度下, 初始噪声越强, 预期方差率越大; 初始噪声较弱时, 预期方差率随均值回复速度单调递增; 初始噪声较强时, 预期方差率与均值回复速度之间的关系比较复杂, 先单调增加, 当均值回复速度大到一定程度时, 又开始单调递减; 不管初始噪声强弱, 均值回复速度足够大时, 预期方差率都将趋于真实需求冲击的方差率.

现实中, 均值回复速度可代表政府调控房市的政策强度, 值越大, 强度越大; 初始噪声则代表调控开始的市场状况, 噪声越强, 市场越混乱. 上述分析结果对政府调控房产市场提供了理论指导: 当房产市场较为混乱 (噪声较强) 时, 如果政府想促使开发商加快开发来抑制房价上升过快, 则需要采用较强的调控手段, 这样才能通过降低开发商的房产需求预期方差率来加快投资, 达到加大市场供给从而稳定市场的目的; 而如果调控措施较弱, 则还不如不调控好, 因为较弱的调控政策反而增大需求的预期方差率, 提高开发阈值. 即: 如果房市过热, 政府想要稳定房市, 则要么不调控, 要调控一定要措施严厉, 这样才能有效果. 这为近年来政府出台 "国十五条" 和二次房贷增加首付比例的严厉措施调控房地产市场过热提供了理论依据.

2) 不同初始噪声下噪声波动率和预期方差率的关系

图 2 表明: 均值回复速度不变的情况下, 噪声波动率越大, 预期方差率越小; 噪声波动率相同时, 初始噪声越强, 对应的预期方差率也越大.

噪声可以代表房地产市场的完善程度, 如信息是否透明、公开等, 信息越不完善, 噪声波动率越大. 上述结果表明: 在无新调控措施出台时, 市场信息越不完善, 预期方差率越小, 开发阈值越小, 将导致房产开发提

前, 产生投资过热现象; 而在同样的市场信息完善程度下, 市场越混乱, 开发阈值越大, 开发商越不投资, 房市又会陷入低迷. 因此, 规范交易秩序, 使房产市场交易更加公开、透明对房地产市场稳定发展意义重大.

3) 不同初始噪声下当前时间和预期方差率的关系

图 3 表明: 均值回复速度和噪声波动率一定的情况下, 初始噪声越强, 预期方差率越大. 初始噪声较弱时, 预期方差率随时间增加而增大; 初始噪声较强时, 预期方差率随时间增加而减小, 两者最终都趋于真实需求冲击的方差率.

这表明: 政府开始调控时的市场情况越混乱, 预期方差率越大, 开发商越不愿投资, 而政府的调控政策的确能使预期方差率下降, 从而促使开发商加快投资, 稳定房市发展; 初始市场情况较好时, 政府的调控政策则会增大预期方差率, 从而抑制因预期方差率过低引起的投资过热. 这实际上意味着: 只要干预措施正确, 政府的调控政策就是必要和有效的.

4) 不同时刻下噪声波动率和预期方差率的关系

图 4 表明: 均值回复速度和初始噪声一定的情况下, 噪声波动率越大, 预期方差率越小. 噪声波动率较小时, 预期方差率随时间增加而减小; 噪声波动率较大时, 预期方差率随时间增加而增大.

这表明: 市场信息越完善, 政府的调控政策越有效, 因为此时在政府调控作用下预期方差率将随时间增加而减小, 从而促使开发商提前投资; 而当市场信息不完善时, 政府调控政策的有效性将大打折扣, 因为随时间增加预期方差率反而增大, 将使开发商延迟投资. 这再次表明: 市场信息公开、透明对房地产市场的健康稳定发展意义重大.

5 结语

本文将观测到的房地产市场需求冲击区分为真实需求冲击和噪声影响, 分别假设它们服从几何布朗运动和均值回复过程, 利用噪声实物资产理论建立了不完全竞争市场的房地产开发投资决策模型, 在此基础上, 通过数值模拟着重强调分析噪声对政府调控政策的影响, 得到了一系列房地产开发的重要调控原则. 需要特别强调的是, 诱发政府干预及其力度、方向的原因是多方面的, 不仅仅是市场行为尤其是开发商行为导致的投资过热, 还包括经济、政治、国际等各方面原因[5].

参考文献

[1] Myers S C. Determinants of corporate borrowing[J]. Journal of Financial Economics, 1977(5): 147–175.
[2] Dixit A K, Pindyck R S. Investment under Uncertainty[M]. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1996.
[3] 于洋, 王辉, 杜永怡. 我国实物期权研究的回顾与思考 [J]. 科研管理, 2002, 24(4): 116–121.
Yu Y, Wang H, Du Y Y. The review and suggestion on real options research in China[J]. Science Research Management, 2002, 24(4): 116–121.
[4] Childs P S, Ott S H, Riddiough T J. Valuation and information acquisition policy for claims written on noisy real assets[J]. Financial Management, 2001, 30(2): 45–75.
[5] Childs P D, Ott S H, Riddiough T J. Optimal valuation of noisy real assets[J]. Real Estate Economics, 2002, 30(3): 385–414.
[6] 刘涛, 陈忠, 高文涛. 基于实物期权的噪声实物资产投资决策分析 [J]. 上海交通大学学报, 2007, 41(7): 1078–1081.
Liu T, Chen Z, Gao W T. The Investment decision of noisy real assets based on real options[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2007, 41(7): 1078–1081.
[7] Titman S. Urban land prices under uncertainty[J]. American Economic Review, 1985, 75(3): 505–514.
[8] Williams J T. Real estate development as an option[J]. Journal of Real Estate Finance and Economics, 1991, 4(2): 191–208.
[9] Williams J T. Equilibrium and options on real assets[J]. The Review of Financial Studies, 1993, 6(4): 825–850.
[10] Grenadier S R. The strategic exercise of options: Development cascades and overbuilding in real estate markets[J]. The Journal of Finance, 1996, 51(5): 1653–1679.
[11] 里普切尔, 史里亚耶夫. 随机过程统计 [M]. 张纬国, 译. 北京: 宇航出版社, 1987: 478–500.

5. 非常感谢匿名审稿人指出这一点, 使笔者对本文研究的问题理解更加深刻和全面.