# 基于粒子滤波和点线相合的未知环境地图构建方法

王文斐1 熊蓉1 褚健1

**摘 要** 针对粒子滤波处理未知环境地图构建时存在存储空间负荷高、计算量大的问题,本文使用线段特征描述环境信息, 将点线相合的增量式地图构建方法引入粒子滤波中.在每个粒子中保存对已构建线段特征地图的假设;使用点线相合的位姿 估计算法将观测信息引入重要性函数,确定采样空间;通过观测信息与已构建线段特征地图之间的相合关系更新粒子权重;最 后通过选择性重采样去除因匹配不当和误差积累产生的错误地图.分析表明,该算法的复杂度较低.在真实传感器数据上的实 验结果验证了该算法构建室内环境地图的有效性和鲁棒性.算法所需存储空间和粒子数远小于现有粒子滤波地图构建方法. 关键词 同时定位与地图构建,粒子滤波,线段特征,点线相合 中图分类号 TP24

## A Simultaneous Localization and Mapping Approach by Combining Particle Filter and Dot-line Congruence

WANG Wen-Fei<sup>1</sup> XIONG Rong<sup>1</sup> CHU Jian<sup>1</sup>

**Abstract** To reduce the memory and computation load of traditional simultaneous localization and mapping methods based on particle filter, this paper presents a new approach by introducing the incremental mapping algorithm based on dot-line congruence into particle filter, in which the unknown environment is described by segment-features map. In the approach, each particle carries an individual segment-features map of the environment. Both the motion and the observation information are considered in the importance function by using the dot-line congruence method to estimate the pose of a robot. The weight of the particle is updated according to the congruence between current measurement and segment features in previously built map. The wrong particles resulted from mis-matching or error accumulation are filtered with selective resampling. Analysis shows that the complexity of our method is low. Experimental results with real data are presented, which demonstrate the approach is effective and robust for indoor environment mapping. Both of the memory and particle numbers are quite smaller than those of the existing mapping methods using particle filter. **Key words** Simultaneous localization and mapping (SLAM), particle filter, segment feature, dot-line congruence

机器人地图构建是指机器人根据传感器测量信 息构建其所在环境的空间模型,是机器人在未知环 境中完成侦查、探测、搜索、求援、导航等各项工作 的基础和关键<sup>[1]</sup>.

未知环境地图构建是一个同时定位与地图构建 (Simultaneous localization and mapping, SLAM) 问题,于上个世纪 90 年代提出.与机器人位姿确定 的地图构建问题和地图已知的定位问题相比,未知 环境地图构建中的定位和地图构建是一个鸡与蛋的 问题.其复杂性主要来自于测量数据中存在误差,这 些误差相互关联、相互影响,并且随着时间累积.现 有的 SLAM 方法主要基于概率技术,有扩展卡尔曼 滤波法<sup>[2]</sup>、扩展信息滤波法<sup>[3]</sup>、期望值最大化法<sup>[4]</sup>、 增量法<sup>[5]</sup>和粒子滤波法.

应用粒子滤波解决 SLAM 问题的思想由 Doucet 等<sup>[6]</sup> 率先提出. 他们论证了粒子滤波可以 有效估计机器人运动轨迹的后验概率,并指出在粒 子中保留已构建地图的情况下只需要保留机器人的 最新位姿就可以实现对运动轨迹和已构建地图的完 整估计. 然而栅格地图的使用使该算法具有很高的 存储空间负荷.为了克服使用粒子滤波计算精确栅 格地图存在时间和空间复杂度高的问题, Hähnel 等 [7] 使用改进的运动模型, Grisetti 等[8-9] 采用更精 确的采样策略以减少算法对粒子数的需求. Grisetti 等在文献 [10] 中使用一种紧凑的栅格地图表示方 法,并应用粒子丛的思想,令同一粒子丛中的粒子 共用栅格地图信息,从而降低了算法的空间复杂度. Montemerlo 等<sup>[11-12]</sup> 采用陆标地图,将粒子滤波 与扩展卡尔曼滤波相结合,陆标地图有效降低了在 每个粒子中保存已构建地图所需的存储空间. Kim

收稿日期 2008-06-16 收修改稿日期 2009-02-18

Received June 16, 2008; in revised form February 18, 2009 国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2008AA04Z209), 国家自然科

学基金 (60675049), 浙江省自然科学基金 (Y106414) 资助 Supported by National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2008AA04Z209), National Natural Science Foundation of China (60675049), and Natural Science Foundation of Zhejiang Province (Y106414)

<sup>1.</sup> 浙江大学工业控制技术国家重点实验室智能系统与控制研究所 杭州 310027

<sup>1.</sup> State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Cyber-Systems and Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027

DOI: 10.3724/SP.J.1004.2009.01185

等<sup>[13]</sup>使用 Unscented 卡尔曼滤波器 (Unscented Kalman filter, UKF) 改进 Montemerlo 等<sup>[11-12]</sup>的方法,克服了原算法中使用泰勒展开近似非线性模型所带来的偏差,文中指出该算法同样适用于声纳形成的线段特征地图. Armesto 等<sup>[14]</sup>使用激光数据与线段特征相合的最小二乘法协助机器人进行物体识别和自定位,提高了粒子滤波器的性能,但是文中假设环境中数据关联关系已知.

本文采用线段特征地图,将粒子滤波和点线相 合的增量式地图构建方法<sup>[5]</sup>相结合.基本思想是在 每个粒子中保存对已构建线段特征地图的假设;在 粒子采样过程中应用点线相合的位姿估计方法将 观测信息引入重要性函数,使用高斯模型近似机器 人位姿的后验概率分布,确定采样空间;通过观测 信息与已构建线段特征地图之间的相合关系更新 粒子权重;最后通过选择性重采样去除因匹配不当 和误差积累得到的错误地图.本算法的复杂度为  $O(N \log(L))$ , 其中 N 是粒子数, L 是线段特征数. 实验表明引入点线相合的增量式地图构建方法加强 了粒子滤波的性能,有利于确定精确的采样空间,降 低算法对粒子数的需求;基于线段的粒子权重更新 方法降低了计算复杂度;选择性的重采样策略有效 抑制了粒子滤波常见的退化现象和采样枯竭问题; 同时,线段特征地图在有效描述环境信息的同时,大 大降低了对存储空间的要求. 另一方面, 粒子滤波的 引入也克服了单纯增量式地图构建方法在观测信息 量不足而产生大的定位误差时无法进行后期校正的 问题. 在真实测量数据下的实验结果证明了算法的 有效性和鲁棒性.

本文结构为:第1节在介绍未知环境地图构建 问题的概率表述基础上,引出本文的算法思想和方 法.第2~4节分别描述了算法中粒子采样、权重 更新和重采样三个重要步骤.之后对算法的复杂度 进行分析,并给出实验结果和结论.

## 算法思想

从概率角度分析,未知环境地图构建问题是根据机器人获得的信息  $u_{0:t-1}$ ,  $z_{1:t}$  实现对环境地图 m 的最优估计,其中  $u_{0:t-1} = \{u_0, u_1, \cdots, u_{t-1}\}$  是机器人的运动信息,  $z_{1:t} = \{z_1, z_2, \cdots, z_t\}$  是机器人的观测信息, t 为当前时刻.未知环境地图构建需要同时估计机器人位姿 x 和地图 m. 一般采用贝叶斯 滤波法,表示为

$$p(\boldsymbol{x}_{1:t}, m \mid \boldsymbol{z}_{1:t}, \boldsymbol{u}_{0:t-1}) = \eta \cdot p(\boldsymbol{z}_t \mid \boldsymbol{x}_t, m) \times$$
$$\int p(\boldsymbol{x}_t \mid \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{u}_{t-1}) \times$$
$$p(\boldsymbol{x}_{1:t-1}, m \mid \boldsymbol{z}_{1:t-1}, \boldsymbol{u}_{0:t-2}) d\boldsymbol{x}_{1:t-1}$$
(1)

其中  $\eta = 1/p(\mathbf{z}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-1})$  是由贝叶斯法则产 生的标准化常量;  $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1})$  称为运动模型, 表示当 t-1 时刻的机器人位姿  $\mathbf{x}_{t-1}$  和 [t-1,t) 这 个时间区间内的运动信息  $\mathbf{u}_{t-1}$  已知时下一时刻机 器人位姿  $\mathbf{x}_t$  的概率分布;  $p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, m)$  称为观测模 型, 定义了在已构建地图 m 中从机器人位姿  $\mathbf{x}_t$  处 获得观测信息  $\mathbf{z}_t$  的可能性.

为了解决式(1)中积分带来的高维约束问题,通 常采用下述因式分解:

$$p(\boldsymbol{x}_{1:t}, m | \boldsymbol{z}_{1:t}, \boldsymbol{u}_{0:t-1}) = p(m | \boldsymbol{x}_{1:t}, \boldsymbol{z}_{1:t}) p(\boldsymbol{x}_{1:t} | \boldsymbol{z}_{1:t}, \boldsymbol{u}_{0:t-1})$$
(2)

即将地图和机器人轨迹的联合后验概率估计拆分为 独立的两步,首先根据机器人获得的信息完成对机 器人运动轨迹的估计,然后根据估计得到的机器人 轨迹计算地图信息.粒子滤波法的关键思想是用样 本集合表示机器人运动轨迹的后验概率,每个粒子 表达机器人运动轨迹的一种可能,并保留这种可能 性下的相应地图信息.

粒子滤波法已成功应用于路标特征地图<sup>[11-12]</sup> 和栅格地图<sup>[7-10]</sup>.本文将线段特征地图应用到粒 子滤波中,并将粒子滤波和点线相合的增量式地图 构建方法 (Line-SLAM) 相结合,提出了 FastLineS-LAM 算法.该算法分为五步:

**步骤 1.** 局部地图构建:根据当前观测数据  $z_t$  构建局部线段地图  $m_t^l$ ;

步骤 2. 粒子采样:结合里程计模型与点 线相合的位姿估计算法确定采样区域  $p(\mathbf{x}_{t}^{(i)} | m_{t-1}^{(i)}, \mathbf{x}_{t-1}^{(i)}, \mathbf{z}_{t}, \mathbf{u}_{t-1})(i 表示粒子序号), 从采样区域$  $中采样新的机器人位姿 <math>\mathbf{x}_{t}^{(i)};$ 

步骤 3. 权重计算: 根据机器人位姿  $x_t^{(i)}$  条件下 观测数据  $z_t$  与己构建线段地图  $m_{t-1}^{(i)}$  的相合情况更 新粒子权重  $\omega_t^{(i)}$ ;

**步骤 4.** 重采样:根据粒子权重的分布情况计算 有效粒子数 N<sub>eff</sub>,当 N<sub>eff</sub> 低于阀值时执行重采样 步骤,去除因误差积累或匹配不当产生的错误粒子;

步骤 5. 地图估计: 根据估计位姿  $x_t^{(i)}$ , 合并局 部地图  $m_t^l$  与已构建的全局地图  $m_{t-1}^{(i)}$ , 完成对新全 局线段地图  $m_t^{(i)}$  的估计.

算法中的步骤1,2和5分别对应Line-SLAM 算法中局部地图构建、机器人位姿估计和地图合并 三个步骤.在单步更新中,步骤2,3和5需要在每 个粒子中计算,而步骤1和4只需要计算一次.我们 在步骤2中将点线相合的位姿估计方法引入重要性 函数,以缩小采样区域,减少算法对粒子数的需求; 步骤3中观测相似度的计算以线段为操作变量,从 而获得了更高的运算效率;步骤4采用了选择性重 采样策略,只有当地图中存在明显错误时才进行重 采样步骤,既可以降低重采样引起的计算量,也有效 地解决了一般粒子滤波容易出现的粒子退化和采样 枯竭问题.

## 2 粒子采样

粒子采样步骤需要根据重要性函数  $\pi(\mathbf{x}_{t}^{(i)} | \mathbf{x}_{1:t-1}^{(i)}, \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{0:t-1})$ 从当前的样本集合  $\{\mathbf{x}_{t-1}^{(i)}\}$  中采 样得到下一周期的样本集合  $\{\mathbf{x}_{t}^{(i)}\}$ .本文的计算过 程都在单个粒子中实现,方便起见,下文省略粒子 标号 *i*. 重要性函数  $\pi$  是对机器人位姿后验概率  $p(\mathbf{x}_{t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{0:t-1})$ 的估计.  $\pi 与 p(\mathbf{x}_{t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{0:t-1})$ 越接近,粒子滤波就能得到越好的估计效果.根据 Doucet 等<sup>[15]</sup>的描述,在马尔可夫假设下,  $\pi$ 的最优 选择为

$$p(\boldsymbol{x}_{t} \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{z}_{t}, \boldsymbol{u}_{t-1}) = \frac{p(\boldsymbol{x}_{t} \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t})p(\boldsymbol{x}_{t} \mid \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{u}_{t-1})}{p(\boldsymbol{z}_{t} \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{u}_{t-1})}$$
(3)

由于计算复杂性,一些算法仅以式 (3) 中的运 动模型  $p(\mathbf{x}_t \mid \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1})$  作为重要性函数. 但观测 模型的省略使这类简化模型与实际概率分布相差很 大,特别在观测信息大大精确于运动信息时,比如采 用激光测距仪作为观测传感器. 这种简化会让大量 样本出现在机器人位姿后验概率较小的区域,导致 粒子间权重分歧剧烈,出现粒子退化现象,从而削弱 样本集合的有效性,因此这些算法都需要大量的粒 子来避免因粒子退化而产生的估计偏差.

为了利用观测信息精确采样空间,降低算法对 粒子数的需求,本文在基于里程计运动模型计算位 姿概率分布的基础上,进一步利用点线相合的位姿 估计方法得到基于观测信息的位姿概率分布,通过 最优化思想将运动模型和观测模型有效结合起来. 机器人位姿的后验概率采用高斯分布模型表示.

具体方法为: 首先, 根据里程计信息计算运动 模型下的机器人位姿估计 ( $x_o, \Sigma_o$ ), 其中  $x_o$  为均 值,  $\Sigma_o$  为协方差矩阵; 其次, 利用点线相合的位 姿估计方法得到基于观测信息的机器人位姿估计 ( $x_m, \Sigma_m$ ); 最后, 利用最优化思想实现对 ( $x_t, \Sigma_t$ ) 的 求解, 其高斯分布  $\mathcal{N}(x_t, \Sigma_t)$  近似为最优重要性函 数  $p(x_t \mid m_{t-1}, x_{t-1}, z_t, u_{t-1})$ , 即

$$p(\boldsymbol{x}_t \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{z}_t, \boldsymbol{u}_{t-1}) \simeq \mathcal{N}(\boldsymbol{x}_t, \Sigma_t) \qquad (4)$$

### 2.1 运动模型下的位姿估计

在机器人运动过程中,可以从里程计读数得到 当前时刻机器人的位姿估计  $\bar{x}_t(\bar{x}_t, \bar{y}_t, \bar{\theta}_t)^{\mathrm{T}}$ . 假设里 程计运动模型中的误差均为零均值,那么可以直接 得到位姿估计的均值 x<sub>o</sub>,

$$\boldsymbol{x}_o = \boldsymbol{x}_{t-1} \oplus (\bar{\boldsymbol{x}}_t \ominus \bar{\boldsymbol{x}}_{t-1}) \tag{5}$$

其中⊕和⊖表示位姿之间的运算关系<sup>[16]</sup>.

为了得到里程计运动模型下机器人位姿的方差 估计  $\Sigma_o$ ,需要分析里程计模型中的误差.如图 1 所 示,里程计模型中的误差由变化量  $\Delta L$ ,  $\Delta \alpha$ ,  $\Delta \beta$  所 对应的误差组成,其中  $\Delta L$  表示从里程计读数得到 的相邻周期机器人位姿中心连线的长度,即机器人 的运动距离,  $\Delta \alpha$  和  $\Delta \beta$  分别表示前后两个周期机 器人朝向与机器人位姿中心连线的夹角.



图 1 里程计运动模型 Fig. 1 Odometry motion model

 $\Delta L, \Delta \alpha, \Delta \beta$ 可以通过相邻里程计读数计算得 到.于是 t 时刻机器人位姿  $x_t$  在  $x_{t-1}$  坐标系下的 相对位姿  $(x'_t, y'_t, \theta'_t)^{\mathrm{T}}$ 可表示为

$$\begin{aligned}
x'_t &= \Delta L \cos(\Delta \alpha) \\
y'_t &= \Delta L \sin(\Delta \alpha) \\
\theta'_t &= \Delta \alpha + \Delta \beta
\end{aligned}$$
(6)

使用高斯分布近似  $(x'_t, y'_t, \theta'_t)^{T}$  的概率分布需要 对式 (6) 进行泰勒展开,由此可以近似得到 t 时刻在  $x_{t-1}$  坐标系下机器人位姿估计协方差阵  $\Sigma'_o$  为

$$\Sigma'_{o} = J \begin{bmatrix} \sigma_{\alpha}^{2} & 0 & 0\\ 0 & \sigma_{L}^{2} & 0\\ 0 & 0 & \sigma_{\beta}^{2} \end{bmatrix} J^{\mathrm{T}}$$
(7)

其中 *J* 是式 (6) 中位姿  $(x'_t, y'_t, \theta'_t)^{\mathrm{T}}$  相对于变量  $\Delta \alpha$ ,  $\Delta L$ ,  $\Delta \beta$  的雅可比矩阵,  $\sigma^2_{\alpha}$ ,  $\sigma^2_L$ ,  $\sigma^2_{\beta}$  分别表示  $\Delta \alpha$ ,  $\Delta L$ ,  $\Delta \beta$  对应误差的方差.

对  $\Sigma'_o$  进行适当坐标变换, 可得运动模型下位姿 估计的协方差阵  $\Sigma_o$ .

## 2.2 基于观测信息的位姿估计

我们采用点线相合的位姿估计算法计算基于观测信息的位姿概率分布模型 ( $x_m, \Sigma_m$ ). 点线相合的 位姿估计算法通过迭代计算得到观测数据点与已构

建环境地图中特征线段的最佳匹配,从而将位姿估 计问题转化为最小二乘问题<sup>[17]</sup>,

$$X\boldsymbol{b}\simeq\boldsymbol{y} \tag{8}$$

其中 X 是 *n*×3 矩阵, 由观测数据点信息组成, *y* 是 维数为 *n* 的向量, 表示观测点与所匹配线段的距离 信息, *b* 为估计位姿相对于初始位姿的偏移量. 由式 (8) 可得 *b* 的最小二乘解,

$$\hat{\boldsymbol{b}} = (X^{\mathrm{T}}X)^{-1}X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \tag{9}$$

合并初始位姿和偏移量即可得到基于观测信息的估计位姿均值  $\boldsymbol{x}_m$ . 假设机器人位姿  $(x, y, \theta)^{\mathrm{T}}$ 中的三个变量相互独立,并且符合高斯分布模型. 根据点线相合位姿估计的最小二乘特性,可以得到  $\Sigma'_m$ 的闭合解,

$$\Sigma'_{m} = s^{2} (X^{\mathrm{T}} X)^{-1} \tag{10}$$

其中  $s^2$  为  $\Sigma_m$  的方差一致最小无偏估计,

$$s^{2} = (\boldsymbol{y} - X\boldsymbol{\hat{b}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y} - X\boldsymbol{\hat{b}})/(n-3)$$
(11)

如果构造 X 时使用的是全局坐标系的观测信息, 那么  $\Sigma'_m$  就是所求的  $\Sigma_m$ , 否则需要进行相应的 坐标变换.

## 2.3 优化位姿估计

得到对 t 时刻机器人位姿  $x_t$  的两个估计  $(x_m, \Sigma_m)$  和  $(x_o, \Sigma_o)$  后,使用最优化的思想对  $(x_t, \Sigma_t)$ 进行最优估计.使用 Mahalanobis 距离定 义评价函数,

$$W = (\boldsymbol{x}_m - \boldsymbol{x}_t)^{\mathrm{T}} \Sigma_m^{-1} (\boldsymbol{x}_m - \boldsymbol{x}_t) + (\boldsymbol{x}_o - \boldsymbol{x}_t)^{\mathrm{T}} \Sigma_o^{-1} (\boldsymbol{x}_o - \boldsymbol{x}_t)$$
(12)

优化的过程是求位姿  $\boldsymbol{x}_t$  使得评价函数 W 最小. 当  $\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \boldsymbol{x}_t} = 0$  时得到最优解  $\hat{\boldsymbol{x}}_t$ ,

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{t} = (\Sigma_{m}^{-1} + \Sigma_{o}^{-1})^{-1} (\Sigma_{m}^{-1} \boldsymbol{x}_{m} + \Sigma_{o}^{-1} \boldsymbol{x}_{o}) \qquad (13)$$

同时可以得到  $x_t$  的协方差阵<sup>[16]</sup>,

$$\Sigma_t = (\Sigma_m^{-1} + \Sigma_o^{-1})^{-1} \tag{14}$$

从式 (13) 和 (14) 中可以看出, 当观测模型的精 度远远高于运动模型 ( $\Sigma_m \ll \Sigma_o$ ) 时, 基于观测信息 的点线匹配位姿估计 ( $x_m, \Sigma_m$ ) 占主导地位. 与简 单使用运动模型  $p(x_t | x_{t-1}, u_{t-1})$  作为重要性函数 的方法相比, 本文方法可大大缩小采样区域. 另一方 面, 在某些特殊环境下, 比如没有交叉特征标志的长 走廊上, 点线匹配的位姿估计方法会在走廊方向上 产生较大的方差, 此时里程计模型估计 ( $x_o, \Sigma_o$ ) 在 该方向上占主导地位, 从而有效解决了通过点线匹 配无法得到精确采样区域的情况.

#### 3 权重更新

为了提高计算效率,现有粒子滤波算法大都使 用递归形式计算权重<sup>[15]</sup>,

$$\omega_{t} = \omega_{t-1} \cdot \frac{p(\boldsymbol{z}_{t} \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t}) p(\boldsymbol{x}_{t} \mid \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{u}_{t-1})}{\pi(\boldsymbol{x}_{t} \mid \boldsymbol{x}_{1:t-1}, \boldsymbol{z}_{1:t}, \boldsymbol{u}_{0:t-1})}$$
(15)

当使用  $p(\boldsymbol{x}_t \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{z}_t, \boldsymbol{u}_{t-1})$  作为重要性函数 时可以作进一步近似<sup>[8-9]</sup>,

$$\omega_t = \omega_{t-1} \cdot p(\boldsymbol{z}_t \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{u}_{t-1}) \simeq$$
$$\omega_{t-1} \cdot \sum_{j=1}^N p(\boldsymbol{z}_t \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_j) \cdot p(\boldsymbol{x}_j \mid \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{u}_{t-1})$$
(16)

其中,  $x_j$  是在上一节中所定义的采样区域内采样得 到的位姿样本,由于用粒子分布近似连续分布,因 此近似是合理的.  $p(x_j | x_{t-1}, u_{t-1})$  为运动模型,  $p(z_t | m_{t-1}, x_j)$  为观测模型,可由下文介绍的测距 仪射线模型计算得到. 权重的计算表示了当前位姿 假设下观测信息与已构建地图的相似程度.

本文采用测距仪的射线模型求解观测模型  $p(z_t | m_{t-1}, x_t)$ . 观测概率由 K 个独立的射线概 率联合组成, 即

$$p(\boldsymbol{z}_t \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_t) = \prod_{k=1}^{K} p(\boldsymbol{z}_t^k \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_t) \qquad (17)$$

其中  $p(\boldsymbol{z}_t^k \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_t)$  为第 k 个测距仪射线的概率.

根据测距仪的物理意义将射线  $z_t^k$  分解为测距 仪的检测端点  $z_{end}^k$  和扫描区域  $z_{seg}^k$  两部分.则射 线概率的求解可以通过计算  $z_{end}^k$  检测到障碍物的 概率和  $z_{seg}^k$  未被障碍物阻拦的概率的联合概率分布 来实现.  $z_{end}^k$  和  $z_{seg}^k$  的概率分布相互独立,分别用  $p(z_{end}^k \mid m_{t-1}, x_t)$  和  $p(z_{seg}^k \mid m_{t-1}, x_t)$  表示,  $m_{t-1}$ 是已构建的环境地图.

具体实现方法为: 首先, 从全局线段地图中提取 局部线段地图, 如图 2 (a). 然后, 根据点到线段的 距离信息构建如图 2 (b) 所示的局部观测概率地图. 概率分布由零均值的高斯模型表示, 空间中的点到 局部地图中线段的距离越近, 观测概率越大, 图中 颜色越亮. 通过测距仪射线在局部观测概率地图中 与相邻障碍物之间的关系计算  $p(\mathbf{z}_{end}^{k} \mid m_{t-1}, \mathbf{x}_{t})$  和  $p(\mathbf{z}_{seg}^{k} \mid m_{t-1}, \mathbf{x}_{t})$ .

$$p(\boldsymbol{z}_{\text{end}}^{k} \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t}) \simeq p(O \mid \boldsymbol{z}_{\text{end}}^{k}, L_{\text{near}})$$
(18)

表示  $z_{end}^k$  被观测到的概率等于距离  $z_{end}^k$  最近的地 图线段  $L_{near}$  所构建的局部观测概率地图在  $z_{end}^k$  处 的概率.

$$p(\boldsymbol{z}_{\text{seg}}^{k} \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t}) \simeq \prod_{i} (1 - p(O \mid \boldsymbol{z}_{\text{seg}}^{k}, L_{i})) \quad (19)$$

其中  $L_i$  是局部地图中的线段,  $p(O \mid \boldsymbol{z}_{seg}^k, L_i)$  表示  $L_i$  成为测距仪扫描区域障碍物的概率.

单个测距仪射线的概率计算为

$$p(\boldsymbol{z}_{t}^{k} \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t}) = p(\boldsymbol{z}_{\text{end}}^{k} \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t}) \cdot p(\boldsymbol{z}_{\text{seg}}^{k} \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t}) \simeq p(O \mid \boldsymbol{z}_{\text{end}}^{k}, L_{\text{near}}) \cdot \prod_{i} (1 - p(O \mid \boldsymbol{z}_{\text{seg}}^{k}, L_{i}))$$
(20)

当射线端点  $\boldsymbol{z}_{end}^{k}$  与最近的线段  $L_{near}$  距离较远时,  $p(\boldsymbol{z}_{end}^{k} \mid m_{t-1})$ 较小,而当扫描线段  $\boldsymbol{z}_{seg}^{k}$  与地图中的线段有相交情况时,  $p(\boldsymbol{z}_{seg}^{k} \mid m_{t-1})$ 较小.只有当观测信息与已构建地图相合程度很好时才能保证  $p(\boldsymbol{z}_{t}^{k} \mid m_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t})$ 拥有较高的概率.

由于局部地图中的线段个数往往较少(一般小于 10),因此该方法与使用栅格地图的射线模型相比 具有更高的运算效率.



Fig. 2 Likelihood field generated in local map

## 4 重采样

重采样的目的在于用权重较大的粒子替换权重 较小的粒子,从而提高样本集合的有效性,避免退化 现象的出现.然而频繁的重采样会带来采样枯竭问 题,即大权重的粒子被过多的重复,而一些权重稍小 却包含很好假设信息的样本被替换,导致样本集合 缺乏多样性,状态估计结果出现偏差. 本文使用有效采样点数 N<sub>eff</sub><sup>[15]</sup> 描述当前粒子的 有效性, 判断重采样发生的时机.

$$N_{\text{eff}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} (\omega_k^{*(j)})^2}$$
(21)

其中 $\omega_k^{*(j)}$ 是粒子归一化后的权重. 当 $N_{\text{eff}}$ 低于某一阀值时说明粒子间出现较大分歧,或者说粒子出现了一定的退化现象,此时进行重采样. 由于重采样过程是独立同分布的,因此重采样后所有粒子的权重会赋予相同的权重1/N,从而 $N_{\text{eff}}$ 增大,有效克制了粒子退化现象. 另一方面,选择性的重采样步骤降低了重采样次数,避免了因频繁重采样而产生的采样枯竭问题.

## 5 复杂度分析

影响本文算法复杂度的主要因素为粒子数 N 和地图包含的线段数 L. 需要强调的是本文利用了 Line-SLAM 算法中的局部地图构建、机器人位姿估 计和地图合并,这些处理过程在每个粒子中的单步 更新时间恒定. 另外,在权重更新过程中权重的计算 只是限制在局部线段地图中,因此计算时间也是一 定的.

根据上面的分析,本文算法在采样、权重更新和地图估计步骤的复杂度与粒子数 N 线性相关,为 O(N).在重采样步骤中,当重采样发生时需要最多替换 N-1 个粒子,替换过程就是复制已构建的线段地图,因此重采样步骤的计算复杂度为 O(NL).值得注意的是,粒子集合在已构建地图部分有很大的区域是重合的,这些重合区域的复制增加了无谓的计算.我们通过预处理,在重采样过程中仅仅替换样本中不同的线段地图信息来提高算法性能.这样的优化过程对地图线段繁多时显得尤其重要.经过优化,重采样步骤的计算复杂度降为 O(N log(L)).

综上所述,当样本集合需要重采样时本文算法的计算复杂度为O(N log(L)),否则算法计算量仅仅与粒子个数呈线性关系,为O(N).本文通过采用精确的采样策略大大降低了粒子滤波算法对粒子数的需求,并且一般情况下,只需要使用较少的线段地图就可以表示全部环境信息,因此O(N log(L))的复杂度可以保证计算的实时性.

## 6 实验结果

为了验证算法的有效性,我们采用网上数据库中两组具有代表性的数据进行实验.这两组数据是 真实传感器数据,根据其里程计读数直接构建得到 的地图如图 3 所示.图 3 (a)由 16 m × 14 m 的环 形走廊构成,包含 551 个激光测距信息,图 3 (b)由 多个房间连通构成,地图大小约为 49 m × 22 m,包 含 1933 个数据点.可以看到,图 3(a)中里程计误 差较大,积累误差造成在环状地图闭合时的难处理. 图 3(b)里程计误差较小,但环境复杂,由多个房间 组成,房间连接处狭小,数据中包含了走动的人以及 由于地面不平整而产生的错误数据,这些都给匹配 算法带来了困难.



(b) Bigger and more noisy environment



Fig. 3 Map generated with original data based on odometry readings (Thanks to Eliazar  $A^{[18]}$  and Hähnel D for the data set online.)

我们采用 GridSLAM, GMapping 和本文所提 出的 FastLineSLAM 算法分别构建这两组数据对应 的地图,并进行性能比较. GridSLAM 是标准粒子 滤波算法,采用栅格地图表示地图信息,使用运动模 型作为重要性函数,并在每个运算周期进行重采样. GMapping 算法<sup>[8-9]</sup> 同样使用栅格地图表示环境信 息,但在重要性函数中引入了观测信息.

图 4 展示了三种算法对图 3 (a) 所对应数据构 建得到的地图.其中图 4 (a) 是 GridSLAM 使用了 1000 个粒子得到的地图,由于地图中里程计误差较 大,运动模型与机器人位姿的真实概率有很大差异, 因此即使使用大量的粒子依然无法构建出一致性地 图.图 4 (b) 是 GMapping 使用 30 个粒子得到的地 图,可以构建出一致性很好的地图.图 4 (c) 是本文 所提出的 FastLineSLAM 算法用 5 个粒子恢复得到 的地图,算法同样可以准确还原环境的闭环结构.

图 5 展示了三种算法对图 3(b)所对应数据构 建得到的地图.其中图 5(a)是 GridSLAM 使用了 50 个粒子得到的地图,虽然地图中里程计误差较小, 但是由于算法在每个周期都进行重采样,因此使用 较少的粒子仍然会因为采样枯竭问题而使地图产生 偏差.图 5(b)是 GMapping 使用了 20 个粒子得 到的地图,环境信息的嘈杂容易造成匹配不当,重要 性函数会因为观测信息的错误匹配与机器人位姿的 实际分布相差较大,使地图出现偏差.这种偏差会 随着粒子数的增多而消除,如图 5 (c)为 GMapping 使用 30 个粒子构建得到的一致性地图.图 5 (d)是 FastLineSLAM 算法用 10 个粒子恢复得到的地图, 地图的精确性和一致性都接近 GMapping 使用 30 个粒子构建的地图.



(c) FastLineSLAM5 个粒子

(c) FastLineSLAM using 5 particles

图 4 不同算法对图 3(a) 数据的构建效果

Fig. 4 Map generated with data from Fig. 3 (a) using different algorithms

图 6 为三种粒子滤波算法对本文所采用环境地 图的构建成功率比较结果.由于粒子滤波算法存在 一定的随机性,因此本文采用 Monte Carlo 实验方 法,以不同的粒子数作为参数,运用三种算法对数 据集进行多次实验.构建所得的结果被随机分发给 作者以外的研究人员,按照评测指标进行地图构建 结果是否成功的评估.评测指标以地图拓扑结构准 确度和地图整体一致性为主要依据.实验结果都在 CPU 为 2.40 GHz Pentium 4,内存 1 G 的 PC 上 运行得到.本文以地图构建成功率达到 60 % 时算 法所用的粒子数当作该算法对该数据集的粒子需求 数. 将算法使用最少需求粒子数时所需的存储量和 计算时间分别列于表1和表2中进行比较分析,由 于 GridSLAM 对本文两个数据集的粒子需求数较 高,或者难以重构,因此这里仅选取150个粒子.



(d) FastLineSLAM using 10 particles

图 5 不同算法对图 3 (b) 数据的构建效果

Fig. 5 Map generated with data from Fig. 3 (b) using different algorithms



图 6 不同算法的构建成功率

Fig. 6 Success rates of different algorithms depending on the number of particles

	表 1 算法存储量需求比较							
Table 1	Comparing the memory requirements of							
different algorithms								

算法	图 3 (a)		图 3 (b)		
	粒子数	内存 (MB)	粒子数	内存 (MB)	
GridSLAM	150	98.7	150	139.4	
GMapping	30	62.5	30	93.6	
FastLineSLAM	5	8.0	10	16.9	

表 2 算法运行时间比较

Table 2 Comparing the time costs of different algorithms

算法	图 3 (a)		图	3 (b)	
	粒子数	时间 (min)	粒子数	时间 (min)	
GridSLAM	150	8	150	15	
GMapping	30	1	30	3	
FastLineSLAM	5	3	10	11	

通过上面的实验结果和数据分析可知,使用线 段特征地图替代栅格地图可以降低粒子滤波算法对 存储量的需求. 在结构化的室内环境下, 点线相合 的位姿估计算法可以获得高精度的机器人位姿,有 效降低了构建一致性地图所需的粒子. 但是线段特 征和点线相合的位姿估计算法的引入也带来了一定 的问题. 首先, 使用线段特征抽象环境信息会不可避 免地失去环境中的大部分信息,线段被提取时将误 差一同带入了构建的地图中,因此线段特征地图在 精细程度上不如栅格地图,其次,点线相合的位姿 估计算法限制了本文算法的应用范围. 由于在特征 提取和位姿估计过程中,本文算法仅考虑了直线情 况,当环境中存在曲线或者环境线段信息较少时,将 会使构建的地图出现较大偏差.最后,与栅格地图 相比,线段地图缺少概率信息,抽象的线段特征破坏 了概率分布的连续性,从而导致权重计算时粒子间 分歧加大. 与 GMapping 相比, FastLineSLAM 的 重采样次数较多, 而频繁的线段提取和位姿估计也 增加了计算负担.因此,虽然本文算法复杂度仅为 O(N log(L)), 但是与 GMapping 相比, 总体计算时 间却要多数倍. 采取更有效的线段提取方式, 以及使 用粒子丛的思想控制位姿估计次数将有效提高算法 性能,这是今后工作的研究重点之一.

#### 7 结论与展望

本文介绍了一种基于点线相合和粒子滤波的未 知环境地图构建方法. 将线段特征地图应用到粒子 滤波中降低了算法的内存需求; 采用点线相合的位 姿估计算法精确粒子滤波中的采样区域,降低了构 建全局一致性地图所需要的粒子数量; 使用已构建 线段特征地图与观测信息的相合性更新粒子权重, 提高了计算效率;引入选择性的重采样策略,降低了

重采样引起的计算复杂度,并克制了因重采样引起 的采样枯竭问题.在真实传感器数据上的实验结果 验证了该算法构建室内环境地图的有效性和鲁棒性.

基于本文的工作,我们将进一步优化算法的计 算效率,提高算法的适用性,并致力于研究更复杂的 室内外环境地图构建问题.

### References

 Chen Wei-Dong, Zhang Fei. Review on the achievements in simultaneous localization and map building for mobile robot. Control Theory and Applications, 2005, 22(3): 455-460 (陈卫东,张飞. 移动机器人的同步自定位与地图创建研究进展. 控

(林上示, 林飞, 移动机器入时间少日定位与地图的连锁九近液, 庄 制理论与应用, 2005, **22**(3): 455-460)

- 2 Castellanos J A, Montiel J M M, Neira J, Tardos J D. The SP map: a probabilistic framework for simultaneous localization and map building. *IEEE Transactions on Robotics* and Automation, 1999, **15**(5): 948–952
- 3 Thrun S, Liu Y, Koller D, Ng A Y, Ghahramani Z, Durrant-Whyte H. Simultaneous localization and mapping with sparse extended information filters. *International Journal of Robotics Research*, 2004, **23**(7-8): 693-716
- 4 Burgard W, Fox D, Jans H, Matenar C, Thrun S. Sonarbased mapping of large-scale mobile robot environments using EM. In: Proceedings of the 16th International Conference on Machine Learning. San Francisco, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1999. 67-76
- 5 Xiong Rong, Chu Jian, Wu Jun. Incremental mapping based on dot-line congruence for robot. *Control Theory and Applications*, 2007, **24**(2): 170–176 (熊蓉, 褚健, 吴俊. 基于点线相合的机器人增量式地图构建. 控制理 论与应用, 2007, **24**(2): 170–176)
- 6 Doucet A, de Freitas N, Murphy K P, Russell S J. Raoblackwellised particle filtering for dynamic Bayesian networks. In: Proceedings of the 16th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. Stanford, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2000. 176-183
- 7 Hahnel D, Burgard W, Fox D, Thrun S. An efficient fastslam algorithm for generating maps of large-scale cyclic environments from raw laser range measurements. In: Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Las Vegas, USA: IEEE, 2003. 206–211
- 8 Grisetti G, Stachniss C, Burgard W. Improving grid-based SLAM with rao-blackwellized particle filters by adaptive proposals and selective resampling. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Barcelona, Spain: IEEE, 2005. 2432-2437
- 9 Grisetti G, Stachniss C, Burgard W. Improved techniques for grid mapping with rao-blackwellized particle filters. *IEEE Transactions on Robotics*, 2007, **23**(1): 34–46
- 10 Grisetti G, Tipaldi G D, Stachniss C, Burgard W, Nardi D. Fast and accurate SLAM with rao-blackwellized particle filters. Robotics and Autonomous Systems, 2007, 55(1): 30-38
- 11 Montemerlo M, Thrun S, Koller D, Wegbreit B. FastSLAM: a factored solution to the simultaneous localization and

mapping problem. In: Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence. Vancouver, Canada: AAAI, 2002. 593–598

- 12 Montemerlo M, Thrun S, Koller D, Wegbreit B. FastSLAM 2.0: an improved particle filtering algorithm for simultaneous localization and mapping that provably converges. In: Proceedings of the International Conference on Artificial Intelligence. Acapulco, Mexico: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2003. 1151–1156
- 13 Kim C, Sakthivel R, Chung W K. Unscented FastSLAM: a robust and efficient solution to the SLAM problem. *IEEE Transactions on Robotics*, 2008, **24**(4): 808-820
- 14 Armesto L, Ippoliti G, Longhi S, Tornero J. FastSLAM 2.0: least-squares approach. In: Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Beijing, China: IEEE, 2006. 5013–5018
- 15 Doucet A, de Freitas N, Gordon N, Smith A. Sequential Monte Carlo Methods in Practice. New York: Springer-Verlag, 2001
- 16 Smith R C, Cheeseman P. On the representation and estimation of spatial uncertainty. International Journal of Robotics Research, 1986, 5(4): 56–68
- 17 Cox I J. Blanche an experiment in guidance and navigation of an autonomous robot vehicle. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, **7**(2): 193–204
- 18 Eliazar A, Parr R. DP-SLAM [Online], available: http://www.cs.duke.edu/~parr/dpslam, May 20, 2008



**王文斐** 浙江大学智能系统与控制研究 所博士研究生. 2005 年获浙江大学学士 学位. 主要研究方向为移动机器人. E-mail: wfwang@iipc.zju.edu.cn (**WANG Wen-Fei** Ph.D. candidate at the Institute of Cyber-Systems and Control, Zhejiang University. He received his bachelor degree from Zhe-

jiang University in 2005. His research interest covers mobile robotics.)





熊 蓉 浙江大学副研究员. 主要研究 方向为智能机器人. 本文通信作者. E-mail: rxiong@iipc.zju.edu.cn (XIONG Rong Associate professor

at Zhejiang University. Her research interest covers intelligent robot. Corresponding author of this paper.)

褚健浙江大学教授. 主要研究方向为 自动控制理论及应用、自动化仪表及装 置. E-mail: chuj@iipc.zju.edu.cn (CHU Jian Professor at Zhejiang University. His research interest covers control theory and application, automation instrumentation and devices.)