

文章编号: 1000-6788(2009)09-0147-06

基于灰色关联度的动态稳健性设计

钟晓芳^{1,2}, 刘思峰¹

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院管理科学与工程系, 南京 210016; 2. 南京理工大学 经济管理学院管理科学与工程系, 南京 210094)

摘要 针对动态特性稳健性设计, 摒弃传统的信噪比分析方法, 直接由响应变量与信号因子之间的线性关系, 利用灰色关联度衡量响应变量与信号因子之间的关联程度, 选取一组使得关联度最大的可控因子水平组合; 同时分析不同使用条件下的波动与零向量之间的关联程度, 同样选取一组使得关联度最大, 即波动最小的可控因子水平组合. 然后对二者进行综合比较分析, 选取一组使得二者均能达到满意结果的可控因子组合, 并进行验证. 最后以一个案例加以说明, 得到了比传统信噪比方法更好的结果, 并指出了进一步研究的方向.

关键词 灰色关联度; 稳健性设计; 动态特性; 响应变量; 信号因子; 可控因子

中图分类号 TB114

文献标志码 A

Grey relation grade for the analysis of robust designs with dynamic characteristics

ZHONG Xiao-fang^{1,2}, LIU Si-feng¹

(1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. School of Economics & Management, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract In view of robust design with dynamic characteristics, traditional analysis method with signal to noise ratio has been given up in this paper. A new grey relation grade analysis has been used to measure the correlation degree between the response variable and the signal factor, so as to select a group of control settings which make response performance well over different input conditions. Simultaneously the correlation degree of the fluctuation under the different conditions and zero has been analyzed and another group of similar combination has been selected. Then the two groups are compared and analyzed to choose the one which makes a system's performance robust over a wide range of input conditions. Finally, a case is illustrated to achieve the better result instead of traditional signal to noise ratio method, and the further study has also been introduced.

Keywords grey relation grade; robust design; dynamic characteristics; response variable; signal factor; controllable factor

1 引言

稳健性设计作为一种提高产品质量降低产品成本的有效方法, 已逐渐开始被人们所接受. 稳健性设计是

收稿日期: 2008-07-07

资助项目: 国家自然科学基金 (70701017); 江苏省博士后科研基金 (0802065C); 江苏省高等学校优秀创新团队 (P0702); 南京航空航天大学创新群体 (Y0553)

作者简介: 钟晓芳 (1974-), 女, 汉, 湖南邵阳人, 南京航空航天大学博士后, 主要从事工业工程、应用统计、质量管理、稳健性设计方面的研究.

对产品性能、质量、成本作综合考虑而获得高质低价的现代设计方法。通过稳健性设计可使产品对使用环境变化的不敏感,能保证产品使用的可靠性和降低操作费用。

近年来,随着人们的需求在不断变化,利用田口动态稳健性设计可以快速地实现多品种小批量生产^[1],因此以固定目标为特征的静态稳健性设计已逐渐发展为动态稳健性设计,动态稳健性设计与静态稳健性设计相比,只是多了一个信号因子的影响,信号因子可以取不同的值,信号因子一旦改变,系统会随之产生一个响应值。动态稳健性设计所要研究的是:在误差因素的干扰下,如何选取可控因子的设置,以使得响应值与信号间的关系更精确。

传统的动态稳健性设计仍采用信噪比这一指标进行分析,但信噪比受到很多学者的质疑^[2]。Box 在 1988 年曾指出田口信噪比对信息利用很低。近年来国内外学者也对动态稳健性设计开展了一些相关的改进^[3-6],如 Chang^[3] 将一种数据挖掘方法用于动态多重响应的稳健性设计中,很好地解决了当可控因子是连续的情形;国内主要集中在对静态稳健性设计方法的类推,如赵选民^[4-5] 等将响应曲面方法应用于动态稳健性设计中,给出了建立响应曲面模型的方法及模型的统计分析方法,Wang^[6] 利用主成份分析法对动态稳健性多重响应问题进行了分析,同时采用灰色关联度模型进行多指标评价,分别计算信噪比和灵敏度与理想情形下的关联度和最差情形下的关联度,希望与理想情形下的关联度越大越好,与最差情形下的关联度越小越好,为此构造了与理想情形的相对接近度指标 (Relative closeness to the ideal solution, RCIS),其思想也未脱离计算多指标的响应值与理想值之间的关联度问题,而且对于理想情形和最差情形,有时很难鉴定,文中也仅给出一个优化的方向,并未能给出明确的理想情形和最差情形,同时建立在信噪比和灵敏度基础上的关联度,其信息有可能失真。

本文将直接从原始数据出发,计算在各种可控因子水平组合下各个响应值与信号因素的关联度,选取关联度值大的可控因素水平组合;同时计算在各种可控因子水平组合下,每个信号因子在各种使用条件下响应值的极差(波动)与理想情形 0(即无误差)之间的关联度,同样选取一组关联度值最大的可控因素水平组合,最后针对选取的两组可控因素水平组合中有可能出现同一因素在两种情形下取到不同水平,进行验证性试验或利用 Minitab 软件进行信噪比预测,从中选取信噪比值最大且方差最小的可控因素组合,或在无法进行验证性试验或利用 Minitab 软件进行信噪比预测时,根据这些取不同水平值的因素在两种情形下影响程度的主次排序,合理选取这些因素的水平值。

2 基于灰色关联度的动态稳健性设计模型

2.1 动态稳健性设计

记响应变量为 y , 可控因子为 C , 误差因子为 N , 信号因子为 M , 其基本模型为^[7]:

$$y = f(C, M) + \varepsilon \quad (1)$$

这里,已把噪声因子的影响并入 ε 项中, ε 的均值为 0, 其方差为固定常数 σ^2 。

动态稳健参数设计的要求就是选定可控因子 C 的一个最佳水平组合 C_0 , 使得

- 1) y 的波动尽可能地小;
- 2) 记 m_i 为对应于信号因子 M 取值 M_i 时所对应的目标值,不论 M 取哪个值 M_i , C_0 都能使响应变量 y 与相应目标 M_i 的总波动达到最小。

在实际工作中, $f(C_0, M)$ 可能是 M 的各种函数,但我们通常只考虑线性函数(对于非线性函数的处理可参考吴建福的专著^[8]),一般有下列两种选择:

一般线性关系:

$$f(C_0, M) = \alpha + \beta M \quad (2)$$

零点比例关系:

$$f(C_0, M) = \beta M \quad (3)$$

在实际工作中,对于模型(2)和(3),通常希望 β 尽可能地大,也就是说当信号因子 M 做微小改变时,就能强烈地影响响应变量的值;有时也希望 β 与某个目标接近。对于模型(3),它常被用于测量系统设计领域

或以复制性作为评价特征的技术领域, 如: 复印机、印刷、图像通讯、注塑成形等. 最常见的要求是希望 β 尽可能地接近于 1, 也就是说当信号因子 M 改变时, 响应变量值的改变尽可能与 M 相同.

2.2 灰色关联度模型

1982 年由我国学者邓聚龙教授^[9] 创立了灰色系统理论. 通过灰色关联分析、模型构建、灰色系统预测和灰色决策, 灰色系统理论可以有效地解决不确定条件下, 多变量或离散数据的多种不同问题. 灰色关联分析法是根据序列曲线上点与点之间的距离分析灰色系统中各因素间关联程度的一种量化方法, 以几何形状的相似程度来判断其联系是否紧密^[10]. 曲线越接近, 相应序列之间关联度就越大, 反之就越小. 利用灰色关联度作为测度进行综合评价, 可以充分利用已有的白化信息, 减少误差.

1) 计算各次试验条件下, 不同使用条件下的响应值与信号因素之间的关联度

以 n 个信号因子 $M = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$ 构成系统特征序列, 在使用条件 j 下 (此处先假设 $j = 1$), 得到第 i 次试验条件下的响应值 $y_{i,j} = \{y_{i,j,1}, y_{i,j,2}, \dots, y_{i,j,n}\}$ ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1$), 构成 m 组序列.

为此, 可计算在使用条件 j 下各次试验条件下的灰色关联度. 具体步骤如下:

第一步 求各序列的初值像 (或均值像) M' 和 $y'_{i,j}$. 为此可消除量纲上的差异, 以便于比较.

第二步 计算各个信号因子下, 各响应值与信号因子之间的关联度.

$$\gamma_i(M_k, y_{i,j,k}) = \frac{\min_k \min_k |M'_k - y'_{i,j,k}| + \xi \max_k \max_k |M'_k - y'_{i,j,k}|}{|M'_k - y'_{i,j,k}| + \xi \max_k \max_k |M'_k - y'_{i,j,k}|}, \xi \in (0, 1)$$

$$k = 1, 2, \dots, n; \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1 \quad (4)$$

第三步 计算在使用条件 j 下, 第 i 次试验条件的灰色关联度.

假设各信号因素权重一致, 因此直接采用平均关联度.

$$\gamma_{i,j} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \gamma_i(M_k, y_{i,j,k}), \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1 \quad (5)$$

如果各信号因素权重不一致, 则应适当选取各信号因素的权重 α_k , 采用加权平均关联度.

$$\gamma_{i,j} = \sum_{k=1}^n \alpha_k \gamma_i(M_k, y_{i,j,k}), \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1 \quad (6)$$

第四步 同理可计算在其它使用条件下, 第 i 次试验条件的灰色关联度.

$$\gamma_{i,j} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \gamma_i(M_k, y_{i,j,k}), \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 2, 3, \dots, J \quad (7)$$

或

$$\gamma_{i,j} = \sum_{k=1}^n \alpha_k \gamma_i(M_k, y_{i,j,k}), \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 2, 3, \dots, J \quad (8)$$

第五步 计算第 i 次试验条件下衡量与信号因子接近程度的灰色关联度.

假设在不同使用条件 j 下其权重分别为 ω_j , 则第 i 次试验条件下的关联度为

$$\gamma_i = \sum_{j=1}^J \omega_j \gamma_{i,j}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

2) 计算各次试验条件下, 不同使用条件响应值之极差 (即最大波动) 与 0 (即无波动) 之间的关联度

为此我们以 n 个 0 构成的向量作为系统特征序列, $A = \{0, 0, \dots, 0\}_{1 \times n}$.

在第 i 次试验条件下, 得到每个信号因子下不同使用条件的响应值之极差 R_i (即最大波动),

其中 $R_i = \max_j y_{i,j} - \min_j y_{i,j}$ ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, \dots, J$), $\Delta y_i = \{R_{i1}, R_{i2}, \dots, R_{in}\}$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 构成 m 组序列.

由公式 (4)–(9), 可相应得到各次试验条件下关于波动的灰色关联度 γ'_i ($i = 1, 2, \dots, m$).

2.3 最佳可控因素的选取

由稳健设计思想, 首先控制波动, 使得波动越小越好, 因此, 可以简单地从关联度 γ'_i 的响应表看出对关联度 γ'_i 有显著性影响的因子 (当然为精确计算, 也可以对灰色关联度 γ'_i 进行方差分析, 在一定的显著性水平下, 找出显著因子和非显著因子), 并选取使得关联度为最大的一组可控因子组合 $P1$.

同理也可以从关联度 γ_i 的响应表找出对关联度 γ_i 有显著性影响的因子 (同样也可以通过方差分析进行精确分析), 并选取使得其关联度为最大的一组可控因子组合 $P2$. 如果 $P1$ 与 $P2$ 完全相同, 则可控因子组合 $P1$ (或 $P2$) 即为理想的可控因子组合, 进而进行验证试验即可; 如果 $P1$ 与 $P2$ 不完全相同, 选取可控因子组合 $P1$ 和 $P2$ 中取不同水平的可控因子, 尤其是对 γ'_i 或 γ_i 有显著影响的因子, 假设为可控因子 A, B, 可针对 A、B 的不同水平进行搭配实施验证性试验或利用 Minitab 软件进行信噪比预测, 从中选取信噪比值最大且方差最小的可控因素组合. 如果取不同水平的可控因子数目较大, 如因子 A、B、C、D、E、F... 在可控因子组合 $P1$ 和 $P2$ 中水平不相同, 无法进行搭配验证性试验或利用 Minitab 软件进行信噪比预测时, 可通过对 γ'_i 进行方差分析找出影响波动最大的因子并进行主次排序, 其次对 γ_i 进行方差分析找出影响漂移程度最大的因子并进行主次排序 (如图 1).

	主 —————→ 次
对 γ'_i 进行方差分析得到的可控因子组合 $P1$:	$B_3 \quad C_1 \quad D_3 \quad A_2 \quad E_2 \quad \dots \quad \dots$
对 γ_i 进行方差分析得到的可控因子组合 $P2$:	$A_3 \quad C_2 \quad B_2 \quad E_3 \quad F_2 \quad \dots \quad \dots$

图 1 影响因子主次排序图

如图 1 所示, 因子 A 在 γ'_i 中居第四, 在 γ_i 中居第一, 因此经过综合权衡, 因子 A 应该按 γ_i 中水平选取, 即取第 3 水平; 同理因子 B 在 γ'_i 中居第一, 在 γ_i 中居第三, 所以因子 B 应该取第 3 水平, 如果像因子 C 在 γ'_i 和 γ_i 中所处位置相同, 则优先考虑对 γ'_i 影响较大的水平, 即 C 取水平 1, 其余以此类推... 主要是抓住影响 γ'_i 和 γ_i 程度最大的关键的少数, 其余次要因素可综合其他条件综合权衡以确定其水平, 并对最终确定的最佳可控因素水平进行验证性试验.

3 应用实例

以精密数字电子秤为例, 由于所称物体的重量是变化的, 因此, 物体重量是信号因子, 输出特性为显示器上的显示结果. 因此属于典型的动态特性.

数字式精密电子秤测量精度要求很高, 它由传感器系统、显示系统、稳压系统及恒温系统 4 部分组成 [7]. 根据原有经验, 这 4 个系统都各有三种方案可以实施, 但希望找到它们之间的最好搭配, 以使整个电子秤性能最优. 误差因子为环境噪声等. 为进行试验, 现选择 3 个标准砝码: 10 克、50 克及 100 克, 即为三个信号因子, 传感器系统 (A)、显示系统 (B)、稳压系统 (C) 及恒温系统 (D) 这 4 个系统构成 4 个可控因子, 它们各有三个水平, 因此我们选择 $L_9(3^4)$ 进行内设计, 对于误差因子, 选择综合最不利条件 N1 和 N2, 各自进行了 2 次试验, 测量结果如文献 [7] 所示.

这里由于三个信号因子同样重要, 因此其权重视为相等, 直接采用公式 (5), 同时假设负侧最坏条件 N1 下与正侧最坏条件 N2 下权重相同, 因此取平均关联度, 而且由于不存在量纲上的差异, 因此不需要进行初值化处理, 直接由公式 (4)-(5) 和公式 (4)-(8), 分别计算 9 次不同试验条件下的关联度 γ'_i 和 γ_i , 其结果如表 1 所示.

进一步地可以得到关联度 γ'_i 和 γ_i 的统计分析表, 如表 2 所示.

表 1 不同试验条件下的关联度 γ'_i 和 γ_i

关联度	试验次数								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
γ'_i	0.759	0.656	0.481	0.613	0.692	0.465	0.459	0.546	0.718
γ_i	0.760	0.554	0.445	0.591	0.928	0.757	0.353	0.472	0.669

表 2 关联度 γ'_i 和 γ_i 的统计分析表

水平	关联度 γ'_i				关联度 γ_i			
	因子 A	因子 B	因子 C	因子 D	因子 A	因子 B	因子 C	因子 D
T1	1.896	1.831	1.771	2.170	1.759	1.704	1.989	2.357
T2	1.770	1.895	1.988	1.580	2.276	1.955	1.813	1.664
T3	1.724	1.665	1.632	1.641	1.495	1.871	1.726	1.508
极差	0.172	0.23	0.356	0.59	0.781	0.251	0.263	0.849
排序	4	3	2	1	2	4	3	1
因子水平	1	2	2	1	2	2	1	1

从表 2 可以看出, 因子 D 同时对关联度 γ'_i 和 γ_i 都有显著性的影响, 其次因子 A 对 γ_i 影响也较为显著, 因此在选取最佳可控因子水平时, 应首先满足这些具有显著性影响的因子. 进一步, 从控制波动的角度出发, 使波动最小的可控因子水平为 A1B2C2D1, 而使响应值尽可能接近理想值的可控因子水平为 A2B2C1D1, 对比两组可控因子水平, 可控因子 A 与 C 的水平选取不一致, 为进一步确定可控因子 A 与 C 的水平, 由于无法进行验证试验, 因此采用 Minitab 软件进行信噪比预测, A 取 1 或 2 水平, C 取 1 或 2 水平两两进行搭配, B 和 D 水平固定, 分别取 2 和 1 水平, 得到预测结果如表 3.

表 3 A 与 C 水平搭配验证结果

	C1	C2
A1	(46.2719, 0.0002929)	(46.1867, 0.0001566)
A2	(49.1704, 0.0001115)	(49.0852, 0.0002478)

从表 3 可以看出, 当 A 取 2 水平, C 取 1 水平时, 信噪比最大, 达到 49.1704, 标准差也最小, 仅为 0.001115, 综上所述, 最佳可控因子水平为 A2B2C1D1, 即传感器系统和显示系统选第二种方案, 稳压系统及恒温系统选第一种方案. 这个结果与文献 [14] 中结果基本一致, 且信噪比更高, 标准差更小.

4 结论

本文针对动态特性稳健性设计, 摒弃传统的信噪比分析方法, 直接由响应变量与信号因子之间的线性关系, 利用灰色关联度衡量响应变量与信号因子之间的关联程度, 同时分析不同使用条件下的波动与零向量之间的关联程度, 得到两组使得关联度最大的可控因子水平组合; 经过对二者进行综合权衡, 选取一组使得二者均能达到满意结果的可控因子组合, 并通过一个案例加以说明, 得到了比传统信噪比方法更好的结果. 但本文仅就单值响应问题进行了探讨, 事实上, 对于动态多重响应问题同样可以采用灰色关联度进行分析^[11]. 而且由式 (2) 和 (3) 可以看出, 响应变量为 y 与信号因子 M 之间成线性关系, 因此可以进一步采用刘思峰教授新近提出的灰色相似关联度^[12] 进行衡量, 而对于不同使用条件下的响应值之极差 (即波动) 与 0 (即无波动) 之间的关联度可以采用灰色接近关联度^[12] 进行衡量, 这也是笔者进一步研究的方向.

参考文献

- [1] 车建国, 何桢, 崔庆安. 基于田口稳健性设计的多品种小批量生产工序质量改进 [J]. 制造技术与机床, 2006(8): 92-96.
Che J G, He Z, Cui Q A. Multi-variety and low-volume production process improvement based on Taguchi robust design[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2006(8): 92-96.
- [2] Box G E P. Statistics for Experimenters[M]. John Wiley & Sons, INC, 1990.
- [3] Chang H H. A data mining approach to dynamic multiple responses in Taguchi experimental design[J]. Experts Systems with Applications, 2008, 35: 1095-1103.
- [4] 赵选民, 赵小山, 等. 动态特性稳健设计的响应曲面方法 [J]. 西北工业大学学报, 2001, 19(3): 461-464.
Zhao X M, Zhao X S, et al. On improving Taguchi's signal-noise ratio method for controlling product quality[J].

- Journal of Northwestern Polytechnical University, 2001, 19(3): 461–464.
- [5] Tong L I, Wang C H, Houg J Y, et al. Optimizing dynamic multi-response problems using dual response surface method[J]. Qual Eng, 2001, 14(1): 115–125.
- [6] Wang C H. Dynamic multi-response optimization using principal component analysis and multiple criteria evaluation of the grey relation model[J]. Int J Adv Manuf Technol, 2007, 32: 617–624.
- [7] 马逢时, 周晖, 刘传冰. 六西格玛管理统计指南——Minitab 使用指导 [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2007.
Ma F S, Zhou W, Liu C B. Six Sigma Management: Minitab User's Guide[M]. Beijing: China Renmin University Press, 2007.
- [8] 吴建福, 哈曼蒂. 试验设计与分析及参数优化 [M]. 张润楚, 等译. 北京: 中国统计出版社, 2003.
Jeff Wu C F, Michael H. Experiments Planning Analysis and Parameter Design Optimization[M]. Zhang R C, Translated. Beijing: Chinese Statistic Press, 2003.
- [9] Deng J L. Introduction to grey system theory[J]. J Grey System, 1989, 1(1): 1–24.
- [10] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用 (第三版)[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
Liu S F, Dang Y G, Fang Z G, et al. Grey System Theory and Its Applications(3rd edition)[M]. Beijing: Science Press, 2004.
- [11] Zhong X F, Liu S F. Study of two assessment methods for multi-parameter measurement instrument precision[C]// 7th International Symposium on Instrumentation and Control Technology, 2008.
- [12] 刘思峰, 谢乃明, J 福雷斯特. 一类新的灰色关联分析模型 [C]//第 16 届全国灰色系统学术会议, 北京, 2008.
Liu S F, Xie N M, Forrest J. On a kind of new models for grey incidence analysis[C]//16th Workshop on Grey System Theory and Its Applications, Beijing, 2008.