

亚像素位移插值计算方法的比较分析

郭荣鑫¹, 杨邦成¹, 蔡光程², 李俊昌²

(1.昆明理工大学 建筑工程学院,云南 昆明 650224; 2.昆明理工大学 理学院,云南 昆明 650093)

摘要:介绍了亚像素数字散斑测量中常用的高斯曲面插值、抛物面插值及梯度插值原理,推导了相关的公式,提出了一种利用计算机图像处理软件考查数字散斑测量软件精度的方法,并利用这种方法对上述三种插值方法进行了比较分析.结果表明,抛物面插值法计算速度较快,精度较高,并且误差波动较小.

关键词:非接触检测;光学测量;数字散斑;亚像素

中图分类号:TN247, O348.1 **文献标识码:**A **文章编号:**1007-855X(2005)02-0055-05

Comparitive Analysis of the Subpixel Displacement Calculation Methods in the Digital Speckle Measurement

GUO Rong-xin¹, YANG Bang-cheng¹, CAI Guang-chen², LI Jun-chang²

(1. Faculty of Archrectural Engineering, , Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China;

2. Faculty of Science, , Kunming University of Science and Technology, Kunming 650224, China)

Abstract: The principles of Gauss surface interpolation, parabolic interpolation and gradient interpolation in the subpixel digital speckle measurement are introduced. The related formulae are educed. A method to examine the accuracy of digital speckle measurement software is proposed with the help of computer - aided image processing software, and is used to compare the above interpolation methods. The results show that parabolic interpolation is much better than others concerning calculation speed, calculation accuracy and error fluctuation.

Key words: non - contact detection;optical metrology;digital speckle;subpixel

0 引言

现代光测力学是实验力学中一个非常重要的分支^[1].不论是光测力学应力法还是光测力学位移法,都具有非接触、非破坏和全场性测量的特点,直观性强.它不仅方便有效地用于研究结构的强度和设计方案的改进与优化,而且还正被越来越多地用于研究材料的特性和失效机理,并逐步应用于工程领域.此外,由于光测实验能测定一些用数值计算方法难于确定的力学量,如应力集中系数、边界值(应变),因此,它可以弥补数值计算方法的不足,而且可以修正、完善相关的理论(如材料的本构关系)和数值计算程序,光测力学法也就与数值分析法越来越强的互补性和关联性.目前,图像处理技术和利用计算机的自动、实时数据采集技术已广泛应用于光测图像的处理,并为细观力学的研究工作提供了有效的实验手段.在这类非接触测量中,通过拍摄测量对象在不同状态下的两张数字图像,然后利用图像处理获取测量对象形变或位移的数字散斑技术具有重要的应用前景.然而,由于 CCD 记录图像的像素数量及像素尺寸有限,测量精度被限制在像素对应的尺度上,在许多情况下很难满足实际需要^[2].为提高测量精度,人们不断地对亚像素位移测量方法进行研究.利用不同的计算方法可以实现精度低于像素尺寸的亚像素位移的测量,并且也容易开发成计算机辅助测量软件,但是,当软件开发成功后,较准确地知道测量误差是一个十分重要的问题.

考查不同的亚像素位移计算软件时,一种可以采用的方法是在不同的拍摄距离对一个物体运动前后

收稿日期:2004-12-03.基金项目:国家自然科学基金项目(项目编号:10462002);云南省自然科学基金项目(项目编号:2004A0011M).

第一作者简介:郭荣鑫(1964.9~)男,副教授.主要研究方向:光测力学及复合材料细观损伤.

进行两组图像的拍摄,用传统测量手段准确测量物体运动前后的位移,比较不同的亚像素测量方法的测量速度及测量结果,确定其测量误差.然而,在实际考查时容易发现,在物体运动前后进行两组图像的拍摄时,准确保持在同一拍摄位置拍摄图像是一件十分困难的工作;而如果在物体运动前后拍摄两幅图像后再更换拍摄距离,每次拍摄时准确重复物体运动前后的位置也很困难.如果要完全通过与实际测量相近的实验模拟来确定测量误差,当测量距离较远时模拟实验通常不容易实施.为此,我们提出一种简易可靠的软件性能考查方法,在不进行实际拍摄图像的条件下,获得准确可信的模拟实验考查结果.首先导出亚像素位移测量研究中便于使用的高斯曲面及抛物面插值公式,并简要介绍梯度插值法原理,然后提出了考查软件性能的方法,利用模拟实验对上述三种亚像素位移计算方法的性能进行了比较研究.

1 几种亚像素位移插值方法

1.1 高斯曲面插值法

在散斑位移测量中,基于像素为位移单位的常用离散相关计算公式为^[3]:

$$C(u, v) = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(x_i, y_j) g(x_i + u, y_j + v)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [f(x_i, y_j)]^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [g(x_i + u, y_j + v)]^2}} \quad (1)$$

式中, $f(x_i, y_j)$ 为测试目标运动前的数字图像的灰度分布, $g(x_i, y_j)$ 为目标运动后的数字图像中选择的观测区域的灰度分布,观测区域在 x 及 y 方向包含的像素分别为 m 及 n 个.当离散的相关系数 $C(u, v)$ 取极大值时, u, v 即观测区域相对于原图在 x 及 y 方向的位移.显然,由于数字图像的基本单元是像素,上式只能计算出一个像素对应尺寸为单位的最小位移.

为获得接近实际需要的非整像素或亚像素位移,将极大值附近的曲面视为半径为 w ,幅度为 h ,中心坐标为 $u = u_0, v = v_0$ 的高斯曲面,选择(1)式的极大值点 $u = u_1, v = v_1$ 及最接近极大值的另外三个点 $(u_2, v_2), (u_3, v_3), (u_4, v_4)$, 则有

$$C(u_i, v_i) = h_i = h \exp\left(-\frac{(u_i - u_0)^2 + (v_i - v_0)^2}{w^2}\right) \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (2)$$

解方程组得:

$$u_0 = \frac{b_2 c_1 - b_1 c_2}{b_2 a_1 - b_1 a_2} \quad (3)$$

$$v_0 = \frac{a_2 c_1 - a_1 c_2}{a_2 b_1 - a_1 b_2} \quad (4)$$

式(3)(4)中:

$$\begin{aligned} a_1 &= 2[h_{34}(u_2 - u_1) - h_{12}(u_4 - u_3)] \\ b_1 &= 2[h_{34}(v_2 - v_1) - h_{12}(v_4 - v_3)] \\ c_1 &= (u_2^2 - u_1^2 + v_2^2 - v_1^2)h_{34} - (u_4^2 - u_3^2 + v_4^2 - v_3^2)h_{12} \\ a_2 &= 2[h_{24}(u_3 - u_1) - h_{13}(u_4 - u_2)] \\ b_2 &= 2[h_{24}(v_3 - v_1) - h_{13}(v_4 - v_2)] \\ c_2 &= (u_3^2 - u_1^2 + v_3^2 - v_1^2)h_{24} - (u_4^2 - u_2^2 + v_4^2 - v_2^2)h_{13} \\ h_{ij} &= \ln(h_i/h_j) \quad (i, j = 1, 2, 3, 4) \end{aligned}$$

1.2 抛物面插值法

由于相关函数 $C(u, v)$ 极大值附近通常不具有圆对称性,采用抛物面插值应该能够获得更好的结果.若离散的相关函数 $C(u_i, v_i)$ 极大值点为 (u_m, v_m) ,可将极大值附近的曲面视为下抛物面

$$C(u, v) = d_2(u - u_m)^2 + e_2(v - v_m)^2 + d_1(u - u_m) + e_1(v - v_m) + f \quad (5)$$

式中, d_2, d_1, e_2, e_1, f 为待定常数.

根据(5)式, 利用 (u_m, v_m) 点以及最接近该点的四个点的离散相关函数值, 可以建立方程组:

$$\begin{cases} C(u_m, v_m) = f \\ C(u_m - 1, v_m) = d_2 - d_1 + f \\ C(u_m, v_m - 1) = e_2 - e_1 + f \\ C(u_m + 1, v_m) = d_2 + d_1 + f \\ C(u_m, v_m + 1) = e_2 + e_1 + f \end{cases} \quad (6)$$

求解得:

$$\begin{aligned} d_2 &= \frac{C(u_m - 1, v_m) + C(u_m + 1, v_m) - 2C(u_m, v_m)}{2} \\ d_1 &= \frac{C(u_m + 1, v_m) - C(u_m - 1, v_m)}{2} \\ e_2 &= \frac{C(u_m, v_m - 1) + C(u_m, v_m + 1) - 2C(u_m, v_m)}{2} \\ e_1 &= \frac{C(u_m, v_m + 1) - C(u_m, v_m - 1)}{2} \end{aligned}$$

按照(5)式, 令 $\partial C(u, v)/\partial u = 0$ 以及 $\partial C(u, v)/\partial v = 0$ 即得到亚像素位移

$$\begin{cases} u_0 = u_m - \frac{d_1}{2d_2} \\ v_0 = v_m - \frac{e_1}{2e_2} \end{cases} \quad (7)$$

1.3 梯度插值法^[4]

当利用像素为单位的相关运算把图像元区域 $f(x_i, y_j)$ ($0 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq m$) 的位移 u_m, v_m 求出后, 若形变后图像所对应的区域为 $g(x_i + u_m, y_j + v_m)$, 而真实区域应为 $g(x_i + u_m + \Delta u, y_j + v_m + \Delta v)$, 则函数

$$F(\Delta u, \Delta v) = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [f(x_i, y_j) - g(x_i + u_m + \Delta u, y_j + v_m + \Delta v)]^2$$

应取最小值.

将 $g(x_i + u_m + \Delta u, y_j + v_m + \Delta v)$ 在 $(x_i + u_m, y_j + v_m)$ 邻域展开为泰勒级数并只取到1次项, 则(8)式变为

$$F(\Delta u, \Delta v) = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left[f(x_i, y_j) - g(x_i + u_m, y_j + v_m) - \Delta u g_x(x_i + u_m, y_j + v_m) - \Delta v g_y(x_i + u_m, y_j + v_m) \right]^2$$

令 $\frac{\partial F(\Delta u, \Delta v)}{\partial(\Delta u)} = 0, \frac{\partial F(\Delta u, \Delta v)}{\partial(\Delta v)} = 0$ 可得到确定 $\Delta u, \Delta v$ 的方程组:

$$\begin{cases} \Delta u A_1 + \Delta v A_2 = C_1 \\ \Delta u A_3 + \Delta v A_4 = C_4 \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} A_1 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m g_x^2, & A_2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m g_x g_y, & C_1 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (f - g) g_x \\ A_3 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m g_y g_x, & A_4 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m g_y^2, & C_2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (f - g) g_y \end{aligned}$$

将偏微分用差分代替, 即可对(9)求解.

根据泰勒级数理论, 将级数展开式取到2次项或高次项后, 所得到的结果将更精确. 当然, 其计算量

将随之增加. 这种亚像素位移计算方法简称为梯度法^[4].

2 模拟实验考查方法

利用计算机图像处理软件(例如 Photoshop) 读取一幅像素足够多的数字散斑图像, 设图像文件名为 *Img0*. 利用软件将图像左侧及上方分别除去 D_x 列及 D_y 行并选择文件名 *Img1* 存贮成新图像文件. 重新调入文件 *Img0*, 将图像右侧及下方分别除去 D_x 列及 D_y 行, 选择文件名 *Img2* 存贮成另一图像文件. 于是, 图像 *Img1* 与 *Img2* 形成像素相同, 相互间在水平及垂直方向分别有 D_x 列及 D_y 行位移的两幅图像见图 1.

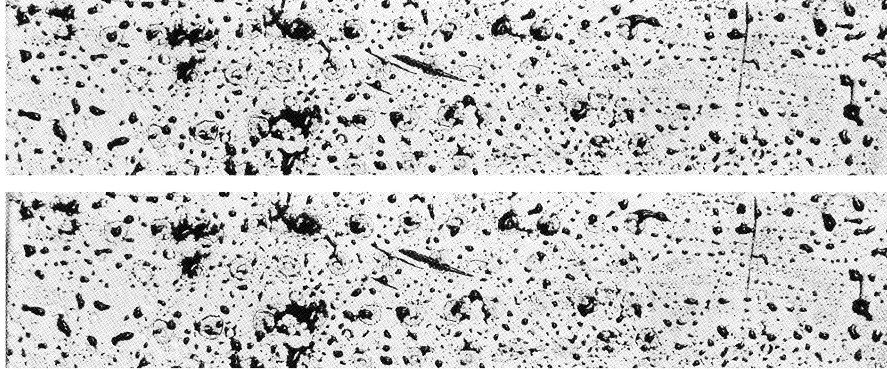


图 1 已知整像素位移的两幅图像($d_x = 10, d_y = 5$)

Fig.1 Two images of known whole - pixel displacements

利用所建立的软件对 *Img1* 与 *Img2* 处理, 如果能够准确地找到整像素位移量 D_x 及 D_y , 便能立即证实所编制软件整像素位移计算的可靠性.

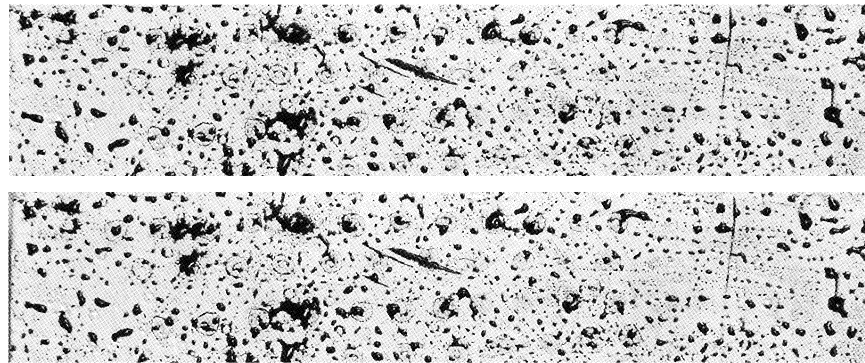


图 2 已知亚像素位移的两幅图像($d_x = D_x N_{sx} / N_x, d_y = D_y N_{sy} / N_y$)

Fig.2 Two images of known sub - pixel displacements

设图像 *Img1* 与 *Img2* 在水平及垂直方向的像素分别为 N_x 及 N_y , 为考查软件对亚像素位移的检测质量, 利用 Photoshop 软件或选择适当的插值方法编制软件将 *Img1* 与 *Img2* 缩小为边长 N_{sx} 及 N_{sy} 像素的图像, 见图 2. 将两幅图像以 *Imgs1* 与 *Imgs2* 为文件名重新存储. 于是便得到了两幅水平及垂直位移相互间差异分别是 $d_x = D_x N_{sx} / N_x$, 和 $d_y = D_y N_{sy} / N_y$ 的图像. 选择 N_{sx} / N_x 或 N_{sy} / N_y 的不同数值, 通过软件对所形成图像的处理, 便能考查软件对亚像素位移的检测质量.

3 模拟实验结果分析

实际考查表明, 相关区域在水平及垂直方向的像素均大于 40 左右时, 亚像素测量可以获得比较稳定的测量结果^[3,4]. 因此, 在比较研究中我们选择在水平方向上彼此相邻的 10 个 40×40 像素区域为考查对象, 研究不同亚像素位移计算方法获得的位移与理论值的差异. 并以每一组测量中位移测量的平均值作为测量结果. 表 1 和表 2 分别给出沿 x, y 方向位移的模拟实验值与模拟测量值的比较, 表中 $\bar{\delta}, \delta_{\max}$ 分别是相邻的 10 个 40×40 像素区域位移测量的绝对平均误差及最大绝对误差. 为比较不同方法的计算时间, 以圆对称高斯曲面插值计算时间为单位, 对每一种计算方法的计算时间 t 进行了统计.

表 1 沿 x 方向位移的理论值与模拟测量值比较(位移单位: 像素)Tab.1 Comparison of the displacements along x direction between theoretical value and simulated experimental value(displacement unit: pixel)

模拟实验位移 d_x	计算结果及误差											
	高斯曲面法				抛物面法				梯度法			
	d_x	$\bar{\delta}$	δ_{\max}	t	d_x	$\bar{\delta}$	δ_{\max}	t	d_x	$\bar{\delta}$	δ_{\max}	t
8.00	8.02	0.02	0.07	1	8.01	0.01	0.01	1	8.15	0.15	0.41	1.7
6.80	6.50	0.30	0.30	1	6.76	0.04	0.09	1	7.04	0.24	0.35	1.7
5.20	5.15	0.05	0.12	1	5.17	0.03	0.04	1	5.04	0.16	0.26	1.7
2.92	2.98	0.06	0.11	1	2.95	0.03	0.04	1	3.01	0.09	0.13	1.7

表 2 沿 y 方向位移的理论值与模拟测量值比较(位移单位: 像素)Tab.2 Comparison of the displacements along y direction between theoretical value and simulated experimental value(displacement unit: pixel)

模拟实验位移 d_y	计算结果及误差											
	高斯曲面法				抛物面法				梯度法			
	d_y	$\bar{\delta}$	δ_{\max}	t	d_y	$\bar{\delta}$	δ_{\max}	t	d_y	$\bar{\delta}$	δ_{\max}	t
3.00	3.06	0.06	0.13	1	3.01	0.01	0.02	1	3.49	0.49	0.91	1.7
2.55	2.50	0.05	0.05	1	2.54	0.01	0.03	1	2.67	0.12	0.37	1.7
1.95	1.99	0.04	0.16	1	1.98	0.03	0.06	1	1.68	0.27	0.50	1.7
1.10	1.07	0.03	0.08	1	1.07	0.03	0.04	1	0.37	0.72	0.87	1.7

可以看出,在所研究的三种计算方法中,抛物面插值方法具有较好的精度.但应该指出,三种计算方法的精度对 40×40 像素区域散斑图像内容有不同的相关性,一个较好的亚像素测量方法应该让测量精度不因图像的内容改变而明显波动.图 3 给出表 1 中 $d_x = 5.20$ 像素时三种计算方法的误差及对 40×40 像素区域图像相关程度的比较实例.用横坐标代表水平方向上彼此相邻的 10 个像素区域,纵坐标是所选择区域位移的计算结果与理论位移的差.比较表明,抛物面插值方法精度高、稳定性较好.

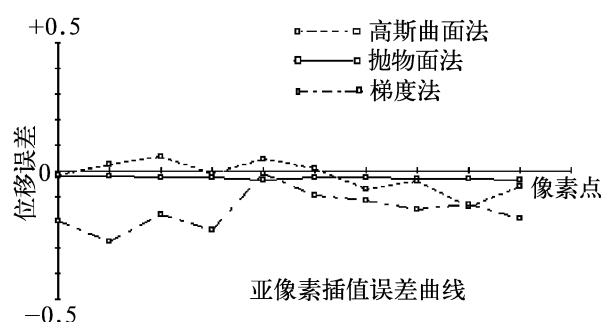
4 结论

综上所述,本文提出的模拟实验方案是可行的,它可以有效地避免在实际获取不同分辨率的图像时许多不确定因素的影响.例如,拍摄点位置的准确复位或运动物体位移的准确重现,多次拍摄过程中物体照明条件的改变及 CCD 探测性能的微小波动等,从而较方便及公正地为不同亚像素测量方法的性能作出评价.

本文导出的高斯曲面及抛物面插值计算公式能为实际使用者提供方便.在所比较的三种方法中,抛物面插值法具有计算速度较快,精度较高,并且误差波动较小的特点.

参考文献:

- [1] 赵清澄. 光测力学教程[M]. 北京: 高等教育出版社, 1996. 2~3.
- [2] 简龙辉, 林壁森, 刘宁, 等. 基于小波变换的新型数字散斑相关方法[J]. 光学技术, 2003, 29(2): 216~218.
- [3] 金观昌. 计算机辅助光学测量[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997. 144~161.
- [4] 张军, 金观昌, 马少鹏, 等. 基于微区统计特性的数字散斑相关测量亚像素位移梯度算法[J]. 光学技术, 2003, 29(4): 467~472.

图 3 表 1 中 $d_x = 5.20$ 像素时三种亚像素位移计算方法对测量误差的比较Fig.3 Comparison of measurement errors for the sub-pixel displacement calculation methods for $d_x = 5.20$ pixel