

# AWGN 下平方环和科斯塔斯环的性能仿真分析

罗轶, 邵玉斌, 张剑, 刘喻民

(昆明理工大学 信息工程与自动化学院, 云南 昆明 650051)

**摘要:** 采用计算机仿真的方法, 评估加性高斯白噪声(AWGN)对锁相环(PLL)相位估计性能的影响, 进而对 AWGN 下两种在工程中大量使用的非面向判决环——平方环和科斯塔斯(Costas)环的性能情况进行仿真对比分析, 得出在噪声对相位估计值的影响方面, 平方环和科斯塔斯环的性能相似。

**关键词:** 锁相环; 平方环; 科斯塔斯环; 相位估计

**中图分类号:**NTTN91 **文献标识码:**A **文章编号:**1007-855X(2005)01-0041-04

## Quality Analysis of Squaring Loop and Costas Loop in the AWGN by Simulation

LUO Yi, SHAO Yu-Bin, ZHANG Jian, LIU Yu-Min

(Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650051, China)

**Abstract:** The computer simulation is adopted to assess the effects of noise on the quality of the PLL's phase estimation, then the qualities of the squaring loop and the Costas loop in the AWGN are analyzed. And the result is acquired that the effects of noise on the quality of the squaring loop's and Costas loop's phase estimation are similar.

**Key words:** PLL; squaring loop; Costas loop; phase estimation

### 0 引言

在通信系统中, 为了正确恢复接收信号, 要求接收端必须与发送端同步, 因而同步成了通信系统中一个重要的实际问题. 在实际工程实践中通常用锁相环(PLL)来跟踪并获取载波分量, 最终达到载波同步, 从而解调出发送信号. 目前, 在工程实践中广泛的用于载波同步的是两种非面向判决环: 平方环和科斯塔斯环, 考虑到具体应用环境的不同二者采用了不同的实现方法. 在实际工作环境中发送信号不可避免的要受到噪声与干扰的恶化. 因此, 对在加性高斯白噪声信道下的平方环和科斯塔斯环的相位估计性能进行仿真研究, 将有助于指导工程实践.

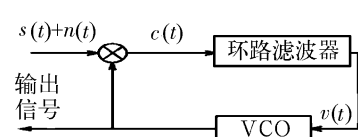


图1 锁相环(PLL)的基本组成单元

Fig.1 Basic elements of a phase-locked loop(PLL)

## 1 AWGN 下平方环和科斯塔斯(Costas)环的数学建模

### 1.1 加性高斯白噪声对锁相环相位估计的影响

锁相环(PLL)基本上由乘法器、环路滤波器和压控振荡器(VCO)组成, 如图1所示. 环路滤波器是一个低通滤波器, 它仅响应  $e(t)$  中的低频分量而滤出分量  $\frac{1}{2}\sin(\hat{\phi} - \phi)$  而滤出  $2f_c$  分量. 环路滤波器的输出给 VCO 提供控制电压  $v(t)$ . VCO 基本上是一个正弦信号发生器, 其瞬间相位为:

收稿日期:2004-05-13.

第一作者简介:罗轶(1980~),男,在读硕士研究生.主要研究方向:个人通信. E-mail: km-luoyi@sina.com

$$2\pi f_c t + \hat{\phi}(t) = 2\pi f_c t + K \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \tag{1}$$

式中,  $K$  是以 rad/V 为单位的增益常数. 因此

$$\hat{\phi}(t) = K \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \tag{2}$$

相位差  $\hat{\phi} - \phi$  的正弦函数使得这个系统是非线性的, 因此难免要分析该系统在噪声存在下的性能. 正常运行时, 环路跟踪输入的载波相位, 相位误差  $\hat{\phi} - \phi$  比较小, 因此

$$\sin(\hat{\phi} - \phi) \approx \hat{\phi} - \phi \tag{3}$$

为了评估加性噪声对载波相位估计的影响, 假定 PLL 输入端的是窄带的, 并假定 PLL 正跟踪一个正弦信号  $s(t)$ , 它被加性窄带高斯白噪声  $n(t)$  所恶化, 假定该噪声的同相和正交分量是统计独立的平稳高斯过程, 具有(双边)功率谱密度  $\frac{1}{2}N_0$ (W/Hz). 如果用 VCO 的输出去乘  $s(t) + n(t)$  并略去倍频项, 则环路滤波器的输入是受噪声恶化的信号

$$e(t) = \frac{1}{2}A_c \sin \Delta\phi + \frac{1}{2}n_c(t) \sin \Delta\phi - \frac{1}{2}n_s(t) \cos \Delta\phi \tag{4}$$

式中, 定义  $\Delta\phi = \hat{\phi} - \phi$  为相位误差,  $A_c$  是输入被跟踪正弦信号的幅度.

VCO 输出相位的方差为:

$$\sigma_{\hat{\phi}}^2 = \frac{N_0}{2A_c^2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df = \frac{N_0 B_{eq}}{A_c^2} \tag{5}$$

式中  $B_{eq}$  是环路的(单边)等效噪声带宽.  $\sigma_{\hat{\phi}}^2$  是在 PLL 带宽内总噪声功率除以信号功率的比值, 因此

$$SNR \equiv \gamma_L = \frac{A_c^2}{N_0 B_{eq}} \tag{6}$$

式中  $\gamma_L$  定义为信噪比. 由式(5)和式(6)式可知, 线性一阶 PLL 的 VCO 相位差与  $\sigma_{\hat{\phi}}^2$  噪信比相等. 另外, 对于非线性一阶 PLL 的精确分析在数学上也是可行的, 维特比(Viterbi)于 1966 年导出了相位误差的概率密度函数:

$$p(\Delta\phi) = \frac{\exp(\gamma_L \cos(\Delta\phi))}{2\pi I_0(\gamma_L)} \tag{7}$$

式中  $\gamma_L$  由式(6)给出,  $I_0(\cdot)$  是零阶贝塞尔函数.

### 1.2 平方环和科斯塔斯(Costas)环的建模与仿真

平方环是一种非面向判决环, 在实践中广泛地用于建立双边带抑载信号(例如 PAM)的载波相位. 由接收信号生成载波的一种方法是将信号平方, 从而生成一个  $2f_c$  频率分量, 用该分量驱动一个调谐在  $2f_c$  上的锁相环(PLL), 锁定后通过一个分频器得到要恢复的载波, 如图 2 所示. 图中

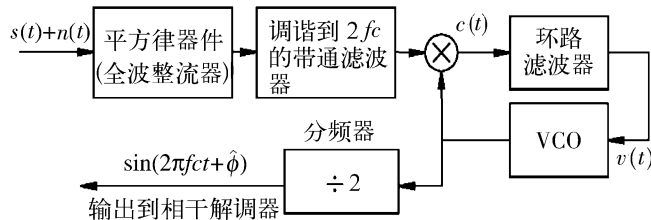


图 2 平方环方框图

Fig. 2 Block diagram of squaring loop

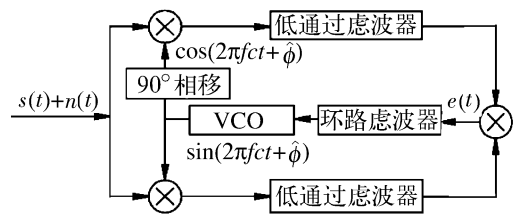


图 3 科斯塔斯环方框图

Fig. 3 Block diagram of Costas loop

$$v(t) = \frac{1}{2}n_c(t) \sin(2\Delta\phi) - \frac{1}{2}n_s(t) \sin(2\Delta\phi) + \frac{1}{4}A^2(t) \sin(2\Delta\phi) + \frac{1}{4}n_c^2(t) \sin(2\Delta\phi) - \frac{1}{2}n_c(t)n_s(t) \sin(2\Delta\phi) - \frac{1}{4}n_s^2(t) \sin(2\Delta\phi) \tag{8}$$

对双边带抑载信号生成一个适当调整相位载波的另一个方法, 如图 3 所示. 该方法由科斯塔斯(Costas, 1956 年)提出, 故称为科斯塔斯环. 误差信号由这两个低通滤波器的输出相乘产生, 因此

$$e(t) = \frac{1}{8} \{ [A(t) + n_c(t)]^2 - n_s^2(t) \} \sin(2\Delta\phi) - \frac{1}{4} n_s(t) [A(t) + n_c(t)] \cos(2\Delta\phi) \quad (9)$$

式中,相位误差  $\Delta\phi = \hat{\phi} - \phi$ . 该误差通过环路滤波器滤波,其输出是驱动 VCO 的控制电压.

在了解 AWGN 下的平方环和科斯塔斯环的原理后,为了对他们作更深入的研究,我们进行计算机建模仿真.

1)对 PLL 相位锁定过程进行仿真,结果如图 4 所示.可以看到输出信号相位逐步与输入信号相位同步,即 PLL 进行相位锁定的整个过程.

2)在取不同的 VCO 增益常数  $k$  时,对 PLL 对输入相位单位阶跃变化的响应进行仿真,结果如图 5 所示, $k = 1, 1.5, 2, 2.5$ .从图 5 可以看出当  $k$  取不同值时,PLL 的输出信号相位最终都能跟上输入信号相位. $k$  值较大时跟踪时间较短,PLL 反应较快.但  $k$  值过大时,PLL 对输入信号的微小变化反应过于灵敏,将导致 PLL 反复失锁,而无法进入锁定状态.

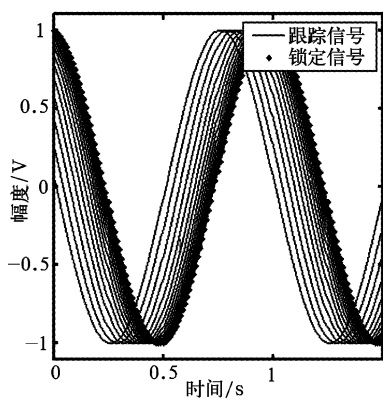


图 4 PLL 相位追踪示意图  
Fig.4 Schematic diagram of PLL's phase tracking

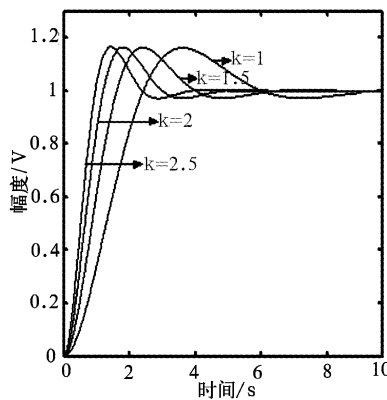


图 5 PLL 对输入相位单位阶跃变化的响应  
Fig.5 PLL's response to the unit step variation of incoming phase

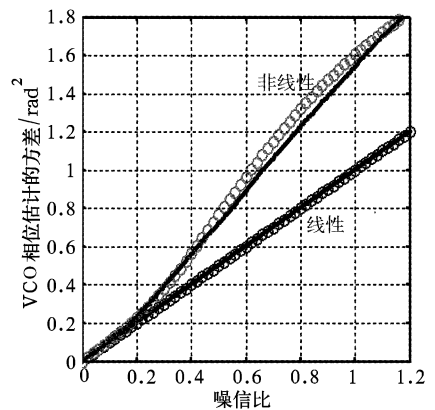


图 6 线性的和非线性的一阶 PLL 的 VCO 相位方差的比较  
Fig.6 Comparison of VCO phase variance for linear and non-linear first-order PLL

3)对一阶 PLL 进行仿真,结果如图 6 所示.采样率  $f_s = 1000$  Hz,载波频率  $f_c = 100$  Hz, 噪信比  $1/SNR = 0 \sim 1.2$ .在图 6 中,非线性圆圈线由式(7)算出,线性圆圈线由式(6)算出,线性和非线性实线由建模仿真得出,可以看到建模仿真结果与理论分析结果拟合较好,说明所建模型正确.从图 6 中我们还可以看出当噪信比  $1/SNR < 0.3$  时,线性模型的方差很接近非线性的方差.因此该线性模型在大信噪比情况下对实用目的是适当的.

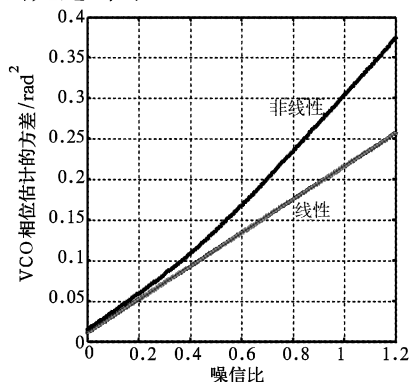


图 7 线性的和非线性的二阶 PLL-VCO 相位方差的比较  
Fig.7 Comparison of VCO phase variance for linear and non-linear second-order PLL

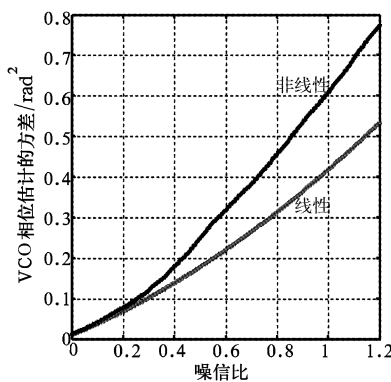


图 8 线性的和非线性的平方环 VCO 相位方差的比较  
Fig.8 Comparison of VCO phase variance for linear and non-linear squaring loop

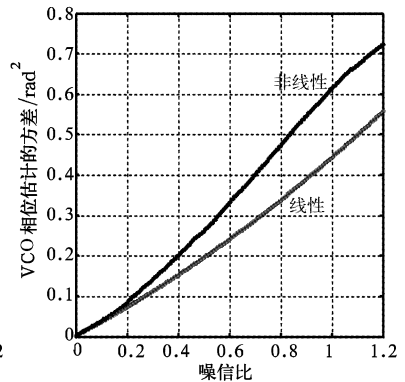


图 9 线性的和非线性的斯塔斯环 VCO 相位方差的比较  
Fig.9 Comparison of VCO phase variance for linear and non-linear Costas loop

4) 对二阶 PLL 进行仿真,结果如图 7 所示.采样频率  $f_s = 1\ 000\ \text{Hz}$ ,载波频率  $f_c = 100\ \text{Hz}$ ,噪信比  $1/SNR = 0 \sim 1.2$ ,一阶环路滤波器的阻带频率  $\omega_n = 100\ \text{Hz}$ .

从图 6 和图 7 的对比可以看出环路的等效噪声带宽对 VCO 相位方差的影响很大,当二阶 PLL 等效噪声带宽为一阶 PLL 的 0.2 倍时,其 VCO 相位方差也为一阶 PLL 的 0.2 倍左右.一方面,环路带宽足够宽有利于 VCO 跟踪接收相位的任何时变;另一方面,宽带 PLL 允许更多的噪声进入环路,从而恶化相位估计.

5) 对平方环进行仿真,结果如图 8 所示.采样频率  $f_s = 1\ 000$ ,载波频率  $f_c = 100\ \text{Hz}$ ,噪信比  $1/SNR = 0 \sim 1.2$ ,带通滤波器的通带频率为  $135 \sim 165\ \text{Hz}$ ,环路滤波器的截止频率为  $100\ \text{Hz}$ .

6) 对科斯塔斯环进行仿真,结果如图 9 所示.采样频率  $f_s = 1\ 000\ \text{Hz}$ ,载波频率  $f_c = 100\ \text{Hz}$ ,噪信比  $1/SNR = 0 \sim 1.2$ ,两个环路滤波器的截止频率为  $80.5\ \text{Hz}$ ,低通滤波器的截止频率为  $100\ \text{Hz}$ .

由图 8 和图 9 对比可以看出,在噪声对 VCO 相位估计值的影响方面,科斯塔斯环和平方环的性能相似.

## 2 结论

从以上建模仿真结果的分析中我们可得出,在 AWGN 下噪声对平方环和科斯塔斯环相位估计的影响是相似的.事实上,如果科斯塔斯环中的环路滤波器与平方环中的环路滤波器相同,则二者是等效的.由于平方环的 VCO 输出信号的频率为输入信号频率的 2 倍,当输入载波频率较高时,VCO 的倍频输出在工程上难以实现,所以此时一般采用科斯塔斯环;但平方环结构较科斯塔斯环简单,因此当条件受限且输入信号载波频率较低时可采用平方环.

### 参考文献:

- [1] [美]普罗基斯.数字通信(第四版)[M].张力军,张宗橙,郑宝玉译.北京:电子工业出版社,2003.247~260.
- [2] 张厥胜.锁相技术[M].西安:西安电子科技大学出版社,2003.62~66.
- [3] 谢嘉奎.电子线路(非线性部分)[M].北京:高等教育出版社,1997.378~388.
- [4] 李建新.现代通信系统分析与仿真[M].西安:西安电子科技大学出版社,2001.295~299.
- [5] 樊昌信.通信原理(第四版)[M].北京:国防工业出版社,1995.349~358.

(上接第 40 页)

## 4 结束语

论文提出了一种 J-Web-MIS 系统的自动生成器的解决方案,并着重描述了自动生成器的整体结构和一些关键部件的开发方法.J-Web-MIS 自动生成器可以把编程人员从繁重的实体 EJB,会话 EJB, `ejb-jar.xml`, `Jsp` 页面等实现上极大的解放出来.用户甚至可以不用学习 J2EE 规范,不懂 Java 语言,就能生成一个 J-Web-MIS 系统.当然,自动生成的 J-Web-MIS 系统功能是有限的,只限于浏览记录,添加记录,删除和更新记录等功能.但开发人员可在此基础上进行简单的二次开发就能实现一个功能完善的 J-Web-MIS 系统.因此 J-Web-MIS 自动生成器减轻了重复性工作,保证了程序的质量,极大的缩短了 J-Web-MIS 系统的开发周期.

### 参考文献:

- [1] SUN Microsystems. J2EE Overview[EB/OL]. <http://java.sun.com/j2ee/white.html>.2001.
- [2] 董志斌,吴启迪,严隽薇.一种基于 Java 技术的 VHDL 编译器的设计与开发[J].计算机工程与应用,2000,36(12):75~76.
- [3] 李斌,郭剑毅.基于系统聚类的客户分析[J].昆明理工大学学报(理工版),2004,29(6):66~69.