

文章编号: 1000-6788(2009)04-0067-08

## 基于极值理论和自组织临界特性的供应链突发事件协调

盛方正<sup>1,2</sup>, 季建华<sup>1</sup>, 徐行之<sup>3</sup>

(1. 上海交通大学 安泰经济与管理学院, 上海 200052; 2. 上海市电力公司, 上海 200135; 3. 无锡市电力公司, 无锡 214061)

**摘要** 研究由一个供应商和一个零售商组成的供应链, 供应商在发生突发事件的情况下, 使用转移支付合同协调供应链中的问题, 为使供应商尽快从突发事件中恢复供应能力, 零售商为供应商提供转移支付。利用自组织临界特性和极值理论求出了突发事件在某时间段内发生的概率, 然后建立了按照时间顺序研究突发事件的两阶段模型, 说明了可以协调供应链的转移支付合同应满足的条件。

**关键词** 突发事件; 自组织临界特性; 极值理论; 转移支付; 供应链; 最优化

**中图分类号** F406.7

**文献标志码** A

Coordinate the disrupted supply chain based on self-organized criticality  
and extreme value theory

SHENG Fang-zheng<sup>1,2</sup>, JI Jian-hua<sup>1</sup>, XU Xing-zhi<sup>3</sup>

(1. Antai School of Economy and Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China; 2. Shanghai Electric Power Co., LTD, Shanghai 200135, China; 3. Wuxi Electric Power Co., LTD, Wuxi 214061, China)

**Abstract** Research the supply chain consisting of one supplier and one retailer. Coordinate the disrupted supply chain with transfer contract when supplier has been disrupted. To make the supplier recover capacity from the disruption as soon as possible, the retailer affords some transfer payment. With the self-organized criticality and extreme value theory, establish the probability of disruption. Set up the two stage model for the disruption according to the time sequence of disruption. Show the conditions the transfer payment should satisfy to coordinate the disrupted supply chain.

**Keywords** disruption; self-organized criticality; extreme value theory; transfer payment; supply chain; optimization

### 1 引言

随着准时化生产 (Just in time) 和大规模定值 (Mass customization) 在全球的推广, 越来越多的企业从事精益生产 (Lean production), 同时希望以低成本尽量地满足顾客的个性化需求。在这种背景下, 供应链可能变得脆弱, 从而突发事件很可能对运作良好的供应链系统造成巨大影响, 造成需求的巨大波动、供应商不能及时提供或中断原材料供应等危害。典型的突发事件是印度洋海啸、SARS, 这些突发事件除了导致了巨大的人员伤亡之外, 还严重影响了全球供应链的运作。随着突发事件给人们正常的生活和工作带来的潜在影响越来越大, 供应链突发事件的管理日益成为人们关注的热点。

收稿日期: 2007-06-14

资助项目: 国家自然科学基金 (70472057, 70732003)

作者简介: 盛方正 (1979-), 男, 汉族, 山东威海人, 博士研究生, 主要从事现代运营与供应链管理研究, Email: fangzhengsjtu@hotmail.com; 季建华 (1950-), 女, 博士生导师, 主要从事现代运营与供应链管理研究。

国内外学者对突发事件的管理从不同角度进行了研究。比如通过增加供应商的个数以防止供货中断<sup>[1]</sup>, 通过加急的运输方式以满足突然增加的需求<sup>[2]</sup>, 通过合理布置仓库位置以提高供应链柔性<sup>[3]</sup>等。Xiao 等将数量折扣合同在不同背景下应用于发生突发事件的供应链, 说明了数量折扣合同在满足一定条件时可以协调发生突发事件的供应链<sup>[4-8]</sup>。于辉等建立了两阶段收益共享契约用于协调突发事件下的供应链<sup>[9]</sup>, 并且研究了批发价契约下如何协调发生突发事件的供应链<sup>[10]</sup>。

事实上, 除了使用数量折扣合同外, 现实中很多企业通过类似转移支付的方式来应对发生突发事件的供应链。例如几年前, Nokia 一个重要的供应商在一场火灾中生产能力几乎变成零, 由于 Nokia 难以找到替代供应商, 它不得不为供应商提供支援, 与供应商协同合作恢复供应商的生产能力<sup>[11]</sup>。Ford 在 Mexico 的一个主要供应商受到破产威胁时, Ford 公司和其他汽车制造公司不得不为它们的供应商提供资金支持, 以保证该供应商能够继续运营<sup>[12]</sup>。从上面的例子可以看出, 虽然现实中通过转移支付合同来协调产生突发事件的供应链比较常见, 也有部分文献讨论了供应链中的转移支付合同的最优决策问题, 比如文献[10]讨论了在发生突发事件之前以及之后, 供应商的最优决策问题, 但目前还未见有关满足一定条件的转移支付合同能够协调发生突发事件的供应链的研究。而这是本文研究的重点之一。

突发事件研究的难点之一是如何确定突发事件在一段时间内发生的概率。突发事件一般具有发生概率小但影响大的特点, 这决定了使用一般的概率统计方法难以确定突发事件发生的概率, 但突发事件的发生概率小但影响大这一本质特点很适合利用极值理论(Extreme value theory)进行研究。本文根据具有自组织临界特性(Self-organized criticality)的系统满足空间上表现出分形结构, 在时间上出现  $1/f$  噪声, 即出现时空幂律(Power law)分布这一特点, 并结合极值理论求出影响超过一定规模的突发事件在一段时间内发生的概率, 从而为后续的供应链管理的研究做好基础。而目前尚未发现将自组织理论以及极值理论应用在供应链突发事件的研究中的文献。

本文中考虑由一个供应商, 一个零售商组成的供应链, 供应商可能受到突发事件的影响不能满足零售商的需求。本文中假设该供应商是零售商的唯一供应商, 比如某芯片生产厂家是某品牌电脑重要芯片的唯一供应商, 从而当供应商遇到突发事件后, 零售商难以找到替代供应商, 在目前市场越来越细分、越来越强调满足个性化需求的条件下是合理的假设。模型按照时间顺序分成两个阶段。第一阶段, 供应商为预防突发事件的发生采取预防措施; 第二阶段初突发事件发生, 由于零售商存在订单拖欠成本, 故零售商希望供应商尽快恢复生产, 它向供应商提供转移支付, 经过一段恢复时间至第二阶段末供应商恢复生产。本文求出可以协调发生突发事件供应链的转移支付合同应满足的条件。

## 2 基于自组织临界特性以及极值理论的突发事件发生概率的确定

自组织临界特性(Self-organized criticality)是丹麦科学家 Per Bak 等人提出的概念, 用以解释广延耗散动力学系统的行为特征。在这种耗散动力系统中包含众多发生短程作用的组元, 自发朝着临界状态演化。在临界状态下, 外界的微小扰动会使得系统发生大大小小的“雪崩”事件。如果这些雪崩事件在空间上表现出分形结构, 在时间上出现  $1/f$  噪声, 即出现时空幂律(Power law)分布, 则表明系统呈现自组织临界性, 也就是说, 负幂律分布是自组织临界特性的直接证据。自组织临界特性作为大自然复杂行为的一种规律, 已经在地震、泥石流、生物灭绝、气象、停电事故等诸多方面取得了有效的应用。考虑到现实中很多突发事件都是由于诸如地震、气象灾害等因素引起的, 故本文试图将有关自组织临界特性这一概念和方法引入突发事件的研究。

极值理论(Extreme value theory)是专门研究很少发生, 然而一旦发生却有巨大影响的随机变量极端变异性的建模及统计分析方法。从极值理论研究的对象可以看出, 极值理论是很适合用来研究讨论突发事件的。目前, 极值理论在水文、气象、地震、保险和金融风险、电力事故等领域有着较广泛的应用。

由于突发事件具有发生概率很小但影响却很大的特点, 所以从研究范围来看, 极值理论非常适用于研究突发事件。但为了利用极值理论, 我们必须了解突发事件的极限分布收敛于何种随机分布。如果某系统具有自组织临界特性, 那么该系统就满足时空幂律分布, 进而推导出突发事件的极限分布, 进一步的可以推断出

超过一定规模的突发事件在一段时间内发生的概率, 从而可以利用现有的供应链管理方法来协调供应链的运作, 所以问题归结成: 是否突发事件发生的概率和其影响程度存在一定的函数关系.

幸运的是, 根据前人的研究, 类似地震、洪涝灾害、旱灾、大停电、泥石流、台风等严重灾害都表明系统存在自组织临界特性, 即存在时空幂律分布<sup>[13-15]</sup>, 故本文考虑满足自组织临界特性条件下发生突发事件的供应链的协调问题. 此处考虑的突发事件可以看作由地震、洪涝灾害、旱灾、大停电、泥石流、台风等严重灾害导致的难以预料且影响非常严重的供应链无法正常运作的事件. 在此基础上, 考虑通过利用转移支付合同使得分散决策供应链达到整体最优.

值得说明的是, 并不是所有的突发事件都可以使用本文介绍的方法推导出发生的概率, 其中主要的原因是没有证据表明当突发事件发生时, 所有的相关系统都具有自组织临界特性, 一个典型的例子就是 911 事件, 到目前为止, 尚未发现有文献说明类似 911 事件的社会恐怖事件与时空幂律分布的关系. 所以, 本文结论应用的条件是: 发生突发事件的系统具有自组织临界特性, 这对于由自然灾害, 大停电等事故导致的突发事件是适用的.

极值理论是次序统计理论的一个分支, 是处理一定样本容量极端值分布特性的理论. 其与本文有关的定义与结论如下.

假设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是独立同分布的随机变量序列,  $F(x)$  是  $X_i$  的概率分布函数 ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), 令  $Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , 那么  $Y_n$  的分布函数是:

$$F_{Y_n}(y) = \Pr\{Y_n \leq y\} = \Pr\{X_1 \leq y, X_2 \leq y, \dots, X_n \leq y\} = [F(x)]^n \quad (1)$$

从式 (1) 可以看出, 当  $0 \leq F(x) < 1$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} F_{Y_n}(y) = 0$ ; 当  $F(x) = 1$ ,  $F_{Y_n}(y) = 1$ . 从而  $F_{Y_n}(y)$  的极限分布是退化分布. 由 Fisher-Tippett 极限定理, 对  $Y_n$  标准化后的随机变量  $Z_n = \frac{Y_n - b_n}{a_n}$  的极限分布不再是退化分布. 进行标准化后, 无论样本数据最初分布是什么, 当  $n$  足够大时, 极限分布有以下 3 种形式: Gumbel 分布 (I 型), Frechet 分布 (II 型), Weibull 分布 (III 型).

在满足自组织临界特性的系统中发生的突发事件, 其发生频度  $N$  和标度  $R$ (即突发事件的影响) 之间的幂率关系是  $N = cR^{-D}$ . 假设在所统计的资料中, 标度最大值和最小值分别是  $r_{\max}, r_{\min}$ . 令  $X = \ln R$ , 那么有  $N = ce^{-DX}$ , 另外  $x_{\min} = \ln r_{\min}$ . 将频度转化成概率, 则可以得到  $X$  的分布函数是:

$$F(x) = \Pr\{X \leq x\} = \frac{\int_{x_{\min}}^x ce^{-Dt} dt}{\int_{x_{\min}}^{\infty} ce^{-Dt} dt} = 1 - e^{-D(x-x_{\min})} \quad (2)$$

利用极值理论中的最大吸引场的定理, 可以判定式 (2) 的极值分布的极限形式为收敛于 I 型的渐近分布, 并且可以得到极大值的极限分布等于:

$$G(x) = \exp\{-\exp[-\alpha(x-\mu)]\} \quad (3)$$

式 (3) 中参数  $\alpha, \mu$  可以使用最小二乘法确定. 具体来说, 假设有  $n$  个时间单位(比如  $n$  年)的观测资料, 在每个时间单位内选择一个由于某突发事件(比如台风)带来的最大影响或损失(比如受灾地区面积或者受灾人数), 假设造成的影响对数是  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), 将其按照升序排列:  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_i \leq \dots \leq x_n$ . 对于  $x_i$ , 存在  $E[G(x_i)] = \frac{i}{n+1}$ . 将  $\frac{i}{n+1}$  作为  $G(x_i)$  的估计, 代入 (3) 式:

$$\frac{i}{n+1} = \exp\{-\exp[-\alpha(x_i-\mu)]\}$$

即  $-\ln(-\ln \frac{i}{n+1}) = \alpha(x_i - \mu)$ .

由  $n$  个观测值可以得到  $n$  个线性方程, 然后可以采用最小二乘法计算参数  $\alpha, \mu$ , 从而可以进一步利用 (3) 式求出相关的极限分布. 假设供应链上的供应商可以承受的最大“不利”事件的规模是  $r_0$ (比如供应商的厂房能够承受的最大台风等级或者地震等级), 那么当“不利”事件的规模超过  $r_0$  时, 就会导致突发事件(指给供应商造成较大影响的事件), 从而给供应商的正常运作带来很大的影响. 该突发事件(指规模超过  $r_0$  的不利事件) 在一段时间内发生的概率可以通过 (3) 式求出, 为表述方便, 在本文随后的分析中设该概率为  $p$ , 即:

$$p = 1 - G(\ln r_0) = 1 - \exp\{-\exp[-\alpha(\ln r_0 - \mu)]\} \quad (4)$$

### 3 供应链模型

图 1 说明在本文研究的突发事件供应链模型中, 各个时间阶段的相关情况.

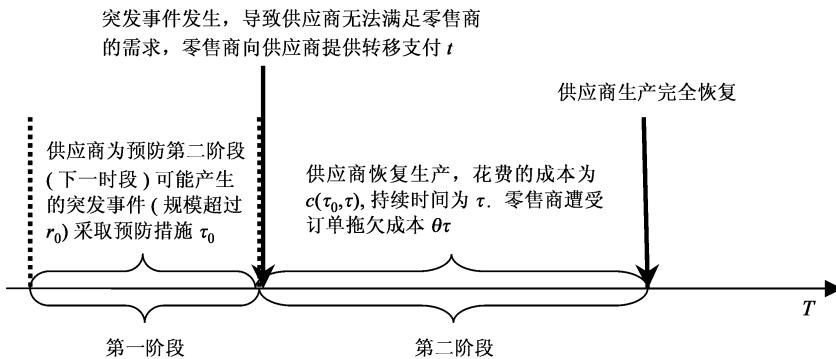


图 1 发生突发事件供应链相关事件发生顺序

图 1 中,  $\tau_0$  表示供应商在突发事件发生之前为预防突发事件的发生以及减少突发事件造成的损失而采取的预防措施, 比如制定应对突发事件的预案, 采购配备应急物资、对员工应对突发事件的培训等.  $\tau$  表示供应商在发生突发事件之后, 到重新恢复生产所需花费的时间.  $t$  表示零售商为使遭遇突发事件的供应商尽快恢复生产(缩短  $\tau$ ), 对供应商的转移支付, 可以看作零售商为供应商支援的资金或者为供应商提供的人力资源、设备等.  $C(\tau_0, \tau)$  表示在突发事件发生后, 供应商为恢复生产花费的成本, 它与  $\tau_0$  和  $\tau$  有关.  $\theta$  表示零售商在供应商恢复生产所需期间内 ( $\tau$ ), 单位时间发生的订单拖欠成本 (Backorder cost). 由于订单拖欠成本和发生突发事件时零售商的运营状况有关, 所以假设  $\theta$  是随机变量, 服从同一概率分布, 概率密度函数设为  $f(\theta)$ .  $\theta$  值在第二阶段供应商遭遇突发事件之后变成确定的值.

**假设 1**  $\frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} \leq 0, \frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau^2} \geq 0$ . 该假设说明  $C(\tau_0, \tau)$  是  $\tau$  的凸函数, 恢复时间越短需要的恢复成本越多, 且随着  $\tau$  的减小,  $C(\tau_0, \tau)$  增加的速度加快.

**假设 2**  $\frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0} \leq 0, \frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0^2} \geq 0$ . 该假设说明  $C(\tau_0, \tau)$  是  $\tau_0$  的凸函数, 如果供应商在第一阶段采取更多的预防措施, 那么第二阶段的恢复成本就更小, 并且随着预防措施  $\tau_0$  的减小, 恢复成本  $C(\tau_0, \tau)$  增加的速度变大.

**假设 3**  $\frac{\partial g(\tau_0)}{\partial \tau_0} \geq 0, \frac{\partial^2 g(\tau_0)}{\partial \tau_0^2} \geq M$ , 其中  $g(\tau_0)$  表示预防措施为  $\tau_0$  时供应商发生的成本.  $M$  为足够大的正数以保证优化问题目标函数为凸函数, 该假设表明  $g(\tau_0)$  是  $\tau_0$  的凸函数.

#### 3.1 集中供应链决策研究

首先考虑将遭遇突发事件的供应商和零售商看成是一个集中供应链(也称企业整体), 求出集中供应链的第一阶段最优预防措施  $\tau_0$  和第二阶段最优恢复时间  $\tau$ . 由于集中供应链的决策可以分成两阶段, 故求解时应该首先从第二阶段决策过程(决策变量是  $\tau$ )开始.

对于集中供应链而言, 第二阶段突发事件的发生导致它所产生的成本为

$$\min_{\tau} C_1(\tau_0, \tau) = C(\tau_0, \tau) + \theta\tau \quad (5)$$

令式 (5) 的一阶导数等于 0:  $\frac{\partial C_1(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} + \theta = 0 \Rightarrow \frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} = -\theta$ .

求出式 (5) 的二阶导数并利用假设 1  $\Rightarrow \frac{\partial^2 C_1(\tau_0, \tau)}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau^2} \geq 0$ .

所以最优恢复时间  $\tau$  应满足

$$\frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} = -\theta \quad (6)$$

**推论 1** 在其他因素不变的条件下, 如果该企业整体中的零售商单位时间拖欠订单成本  $\theta$  增大, 那么该企业整体的最优恢复时间  $\tau$  应该减少.

**证明** 如果  $\theta$  增大, 根据式 (6),  $\frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau}$  应该减小, 由于  $\frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau^2} \geq 0$  且  $\frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} \leq 0$ , 根据连续凸函数的性质  $\tau$  必然减小.

**推论 1** 说明如果该企业整体由于突发事件导致的单位时间拖欠订单成本增加, 那么该企业为达到成本最小, 有动力尽快恢复生产, 从而导致其最优恢复时间下降.

其次考虑集中供应链在第一阶段的决策  $\tau_0$ , 此时  $\theta$  是随机变量, 且它的概率密度为  $f(\theta)$ . 第一阶段集中供应链的目标函数是

$$\min_{\tau_0} C_2(\tau_0, \tau) = g(\tau_0) + pE_\theta[C(\tau_0, \tau) + \theta\tau] \quad (7)$$

其中  $p$  表示供应商在第二阶段发生突发事件的概率, 该值通过本文在第1部分介绍的方法求解.  $E_\theta[C(\tau_0, \tau) + \theta\tau]$  表示如果第二阶段发生突发事件, 那么在此之后, 集中供应链第二阶段发生的成本期望. 对式(7)求  $\tau_0$  的一阶导数并令其等于 0:

$$\frac{\partial C_2(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0} = \frac{\partial g(\tau_0)}{\partial \tau_0} + pE_\theta \left[ \frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0} + \frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial \tau_0} + \theta \frac{\partial \tau}{\partial \tau_0} \right]$$

代入式(6)

$$\Rightarrow \frac{\partial C_2(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0} = \frac{\partial g(\tau_0)}{\partial \tau_0} + pE_\theta \left[ \frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0} \right] = 0 \quad (8)$$

对式(7)求二阶导数:

$$\frac{\partial^2 C_2(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0^2} = \frac{\partial^2 g(\tau_0)}{\partial \tau_0^2} + pE_\theta \left[ \frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0^2} + \frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0 \partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial \tau_0} \right] \quad (9)$$

根据假设 3, 式(9)大于零, 所以集中供应链第一阶段采取的最优预防措施  $\tau_0$  应满足

$$\frac{\partial g(\tau_0)}{\partial \tau_0} + pE_\theta \left[ \frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0} \right] = 0 \quad (10)$$

**推论 2** 如果第二阶段突发事件发生的概率  $p$  增大, 那么最优  $\tau_0$  增大.

**证明** 根据假设 2,  $\frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0} \leq 0$ , 所以  $E[\frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0}] \leq 0$ , 所以随着  $p$  增大,  $pE_\theta[\frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0}]$  减小(负数), 故  $\frac{\partial g(\tau_0)}{\partial \tau_0}$  增大, 最终  $\tau_0$  增大.

推论 2 说明, 如果在第一阶段厂商预期第二阶段发生突发事件可能性增加, 那么为了预防可能出现的突发事件, 它在第一阶段应该采取更多的预防措施. 从式(4)可以看出, 概率  $p$  取决于参数  $\alpha$ 、 $\mu$ 、 $r_0$ , 其中  $\alpha$ 、 $\mu$  取决于以前年度突发事件发生的规模和频次, 而  $r_0$  取决于供应商的抗灾能力.

### 3.2 分散供应链决策研究

在该模型中, 同样考虑供应商受到突发事件影响无法满足零售商的需求. 该模型和 3.1 中模型不同点在于本模型中供应商和零售商从各自的利益出发优化自己的目标函数, 但为达到供应链协调(本文中的供应链协调是指在某种机制下, 分散决策供应链的最佳决策和集中决策供应链的最佳决策相同, 从而分散决策供应链也能够达到整体最优), 零售商向供应商提供转移支付  $t$ , 以期影响供应商的决策  $\tau_0$  和  $\tau$ . 本部分求能够使得分散供应链达到协调即达到整体最优时, 转移支付  $t$  应该满足的条件.

**假设 4**  $\frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 t}{\partial \tau^2} \geq 0$ . 假设 4 说明在增加了  $t$  之后, 供应商的总成本函数  $C_s$  仍然满足凸函数的性质.

首先考虑第二阶段分散供应链达到协调的条件, 此时存在定理 1.

**定理 1** 假设零售商为供应商提供了转移支付  $t$ , 如果分散供应链在突发事件发生后的第二阶段达到了整体最优(指分散供应链中的供应商的决策  $\tau$  与集中供应链中供应商的决策相同), 那么转移支付  $t$  应满足的条件是  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = -\theta$ .

**证明** 在存在  $t$  的情况下, 供应商第二阶段决策的目标成本函数为

$$\min_{\tau} C_s = C(\tau_0, \tau) - t \quad (11)$$

求式(11)对  $\tau$  的一、二阶导数, 并令一阶导数等于 0,

$$\frac{\partial C_s(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} - \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 C_s(\tau_0, \tau)}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 t}{\partial \tau^2} \quad (13)$$

由于  $\frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 t}{\partial \tau^2} \geq 0$ , 所以  $\frac{\partial^2 C_s(\tau_0, \tau)}{\partial \tau^2} \geq 0$ . 所以分散供应链中的供应商在第二阶段的最佳决策应满足

$$\frac{\partial C_s(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} = 0 \Rightarrow \frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad (14)$$

比较式(6)和式(14), 可知当  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = -\theta$  时分散供应链达到协调, 此时分散供应链中的供应商在遭遇突发事件后采取的恢复时间的决策  $\tau$  和集中供应链情况下的决策相同.

其次考虑为使第一阶段供应链达到协调的条件, 此时存在定理 2.

**定理 2** 假设零售商为供应商提供了转移支付  $t$ , 如果分散供应链在突发事件发生前的第一阶段达到了整体最优 (指分散供应链中的供应商的决策  $\tau_0$  与集中供应链中供应商的决策相同), 那么转移支付  $t$  应满足的条件是  $\frac{\partial t}{\partial \tau_0} = 0$ .

证明 供应商在第一阶段对于  $\tau_0$  决策的目标函数为

$$\min_{\tau_0} C_s(\tau_0, \tau) = g(\tau_0) + pE_\theta[C(\tau_0, \tau) - t] \quad (15)$$

对式(15)求  $\tau_0$  的一、二阶导数, 令一阶导数等于 0,

$$\frac{\partial C_s(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0} = \frac{\partial g(\tau_0)}{\partial \tau_0} + pE_\theta \left[ \frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0} + \frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial \tau_0} - \frac{\partial t}{\partial \tau_0} - \frac{\partial t}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial \tau_0} \right] \quad (16)$$

因为  $\frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau}$

$$\text{所以 (16) 式} = \frac{\partial g(\tau_0)}{\partial \tau_0} + pE_\theta \left[ \frac{\partial C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0} - \frac{\partial t}{\partial \tau_0} \right] = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0^2} = \frac{\partial^2 g(\tau_0)}{\partial \tau_0^2} + pE_\theta \left[ \frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0^2} + \frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau \partial \tau_0} \frac{\partial \tau}{\partial \tau_0} - \frac{\partial^2 t}{\partial \tau_0^2} - \frac{\partial^2 t}{\partial \tau_0 \partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial \tau_0} \right]$$

由假设 3  $\Rightarrow \frac{\partial^2 C(\tau_0, \tau)}{\partial \tau_0^2} \geq 0$ . 比较式(10)和式(17)可得, 当  $\frac{\partial t}{\partial \tau_0} = 0$  时, 分散供应链第一阶段预防措施决策与集中供应链的预防措施决策相同. 值得说明的是,  $\frac{\partial t}{\partial \tau_0} = 0$  并不意味着  $t$  与  $\tau_0$  无关, 相反, 如果供应商第一阶段预防措施到位, 那么零售商的转移支付有下降的趋势, 但问题关键是这种趋势是建立在能够保证恢复时间  $\tau$  满足零售商要求的前提下, 所以  $t$  与  $\tau_0$  之间的关系是通过  $\tau$  建立起来的, 而  $t$  与  $\tau_0$  之间本身并无直接关系 (图 2).

综合定理 1 和定理 2 可知, 当零售商对供应商的转移支付函数  $t$  满足 1)  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = -\theta$ ; 2)  $\frac{\partial t}{\partial \tau_0} = 0$  时, 分散供应链可以达到协调状态, 此时分散供应链中的供应商对于  $\tau_0$  和  $\tau$  的决策和集中供应链中的供应商的决策相同.

考虑满足定理 1、定理 2 的函数  $t$  的具体表达式, 考虑以下函数:  $t = a - \theta\tau$ , 其中  $a \geq u \geq \theta\tau$ ,  $u$  是零售商的保留效用. 该函数显然满足  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = -\theta$ ,  $\frac{\partial t}{\partial \tau_0} = 0$ , 另外突发事件发生时, 当零售商的  $\theta$  确定之后, 恢复时间  $\tau$  越长,  $t$  越小, 故该函数可以对供应商形成尽快恢复生产的激励.  $a$  取决于零售商和供应商讨价还价能力的对比,  $a$  值的大小并不影响整体供应链的成本, 但是影响供应商和零售商各自的成本.

值得说明的是: 虽然从图 1 来看,  $t$  的确定是在  $\tau$  确定之前, 也即在第二阶段突发事件发生时无法确定  $\tau$ , 从而似乎无法根据函数  $t = a - \theta\tau$  计算得到  $t$ . 但在实际操作中, 零售商可以首先和供应商达成  $t = a - \theta\tau$  的协议, 然后对供应商转移支付  $T$ , 此时一般有  $T \neq t$ , 等到供应商恢复生产后 (此时  $\tau$  已经确定), 然后结算, 补缴少缴纳的或者退回多缴纳的转移支付, 数额是  $|T - (a - \theta\tau)|$ . 另一种可行的方法是等到供应商恢复生产之后, 零售商根据协议  $t = a - \theta\tau$  决定转移支付的金额.

$$t \longrightarrow \tau \longrightarrow \tau_0$$

图 2  $t$  与  $\tau_0$  关系示意图

#### 4 数例分析

假设存在由一个供应商和一个零售商组成的供应链, 供应商在第二阶段可能遭遇突发事件. 比如说, 供应商的厂房建筑标准可以抵抗 12 级台风的影响, 在本年初 (即第一阶段), 供应商并不知道本年度 (第二阶段) 是否会发生 12 级以上台风, 但是可以预计的是在该地区 12 级台风发生的概率很小, 但是一旦发生, 可能给供应商的生产带来严重的影响, 比如厂房屋顶掀翻, 电线吹断、厂房设备进水导致无法使用等等. 为减小突发事件给供应商带来的损失, 如果一旦发生突发事件 (12 级以上台风) 后, 供应商可以尽快的恢复生产, 供应商在年初需投入一定的预防措施  $\tau_0$  (比如防汛防台物资). 假设供应商在本年初已经了解到以前 10 年期间,

每年发生的最严重的“不利”事件(比如相对较强的风力, 包括不超过12级的风力以及突发事件, 即12级以上台风)的影响程度。本例中分别求解存在零售商的转移支付 $t$ 与不存在转移支付 $t$ 时, 供应链的整体成本以及总体成本期望、供应商的最优恢复时间 $\tau$ , 在第一阶段供应商的最优预防措施 $\tau_0$ 。假设相关资料和参数如表1所示。

$$C(\tau_0, \tau) = 5 + 10\tau_0^2 - 10\tau_0 + 10\tau^2 - 10\tau + 20\tau_0\tau, \theta \text{服从} [0, 10] \text{上的均匀分布}, g(\tau_0) = 10\tau_0^2, t = 4 - \theta\tau.$$

1) 计算本年度发生超过12级台风(即突发事件)的概率。

首先根据 $-\ln(-\ln \frac{i}{n+1}) = \alpha(x_i - \mu)$ 估计参数 $\alpha$ 、 $\mu$ 的大小。本例中 $n = 10$ 。令 $-\alpha\mu = \beta$ , 那么估计模型变为 $-\ln(-\ln \frac{i}{n+1}) = \alpha x_i + \beta$ 。将表1中的数据按照从小到大的顺序进行排序如表2所示。

使用最小二乘估计求得 $\alpha = 1.93$ ,  $\beta = -1.44$ 。代入式(4):  $p = 1 - G(\ln 12) = 1 - \exp\{-\exp[-\alpha(\ln 12 - \mu)]\} = 0.16$ 。

2) 分布考虑存在和不存在转移支付时供应链总成本。

图3中两条曲线分别表示不存在 $t$ (协调前)和存在 $t$ 时(协调后)的供应链整体的总成本(包括第一阶段的预防措施成本 $g(\tau_0)$ , 第二阶段恢复成本 $C(\tau_0, \tau)$ 以及零售商拖欠订单成本 $\theta\tau$ )。从图3可以看出:

(a) 如果突发事件造成的零售商拖欠订单成本 $\theta$ 较小, 那么不存在 $t$ 时供应链总体成本较低。这是由于如果不存在 $t$ , 供应商在第一阶段的预防措施 $\tau_0$ 会较小, 从而第一阶段供应链整体预防措施的成本较小, 第二阶段即使供应商恢复时间 $\tau$ 较长, 但是由于 $\theta$ 较小, 第二阶段供应链整体成本增加并不明显, 从而导致 $\theta$ 较小时, 不存在 $t$ 时供应链总体成本较低。

(b) 当 $\theta$ 较大时, 不存在 $t$ 时供应链总体成本较高。这是由于如果不存在转移支付 $t$ , 第二阶段供应商的恢复时间 $\tau$ 会增加。由于 $\theta$ 较大, 所以第二阶段的成本随恢复时间 $\tau$ 的增加明显上升, 所以即使第一阶段供应商预防措施成本 $g(\tau_0)$ 较低, 但第一阶段与第二阶段成本总和却较高, 从而导致 $\theta$ 较大时, 不存在 $t$ 时供应链总体成本较高。

表1 以前10年中各年度最大风力参数

年度	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
该年度发生的大风力( $r$ )	10.1	9.0	10.5	9.6	7.6	12.4	13.1	9.1	9.7	11.0

表2 排序后的参数

年度发生的大风力( $r$ )	7.6	9.0	9.1	9.6	9.7	10.1	10.5	11.0	12.4	13.1
$x = \ln r$	2.03	2.19	2.21	2.26	2.27	2.31	2.35	2.40	2.52	2.57
$y = -\ln(-\ln \frac{i}{n+1})$	-0.87	-0.53	-0.26	-0.01	0.24	0.50	0.79	1.14	1.61	2.35

(c) 不存在 $t$ 时与存在 $t$ 时相比, 期望总成本要高。

实际上, 不存在 $t$ 时期望总成本等于1.9, 存在 $t$ 时期望总成本等于1.6。这说明通过转移支付, 确实能够使得供应链达到协调, 期望总成本下降。

3) 分布考虑存在和不存在转移支付时供应商的最优恢复时间以及最优的预防措施。

存在转移支付时可以求得供应商第二阶段最优恢复时间 $\tau = 0.46 - 0.042\theta$ , 不存在转移支付时 $\tau = 0.48$ , 从而可以看出不存在转移支付时, 供应商的决策并不考虑零售商的订单拖欠成本, 而当存在 $t$ 时, 最优恢复时间 $\tau$ 随着 $\theta$ 的增加而下降, 这是由于如果恢复时间增加, 那么供应商可以获得的转移支付减小, 故供应商有动力尽快恢复生产。

第一阶段供应商采取的预防措施 $\tau_0$ , 在存在与不存在转移支付时, 分别是0.1和0.02, 这说明转移支付能够使得供应商有动力在突发事件发生之前就做好更多的预防准备措施, 而不是等到发生突发事件后再匆忙的采取措施。

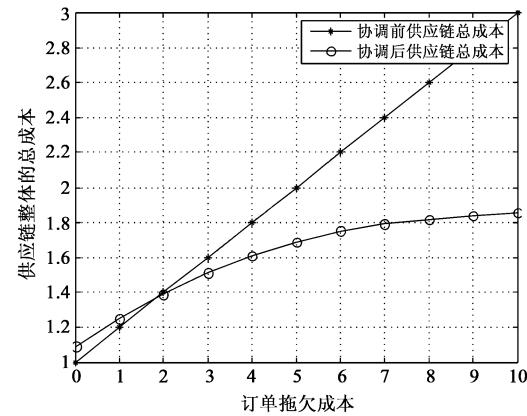


图3 协调前后供应链总成本比较

## 5 结束语

考虑了生产过程可能受到突发事件影响的供应商在发生突发事件之前的预防措施以及发生突发事件后供应商的恢复策略优化问题。首先使用极值理论和自组织临界特性研究了突发事件的发生概率，然后分别研究了集中供应链以及分散供应链中供应商的决策问题，然后说明了零售商可以通过转移支付使得供应链达到协调，并举例说明了可以满足要求的转移支付合同。需要指出的是，1) 本文中假设当突发事件发生时，零售商的订单拖欠成本对于供应商是共同知识(完全信息)，即供应商清楚零售商的订单拖欠成本。但现实中可能存在零售商并不向供应商透露其订单拖欠成本，即产生信息不对称问题，如何在这种情况下达到系统最优是有价值的研究方向。2) 本文中假设只存在一个零售商，如果存在多个零售商，甚至存在多个供应商时，能够协调发生突发事件时的供应链的转移支付合同相关参数是否发生变化，也是一个有意义的研究方向。

## 参考文献

- [1] Tomlin B. On the value of mitigation and contingency strategies for managing supply chain disruption risks[J]. Management Science, 2006, 52(5): 639–657.
- [2] Vlachos D, Tagaras G. An inventory system with two supply modes and capacity constraints[J]. International Journal of Production Economics, 2001, 72(1): 41–58.
- [3] Yan H, Liu K, Hsu A. Optimal ordering in a dual supplier system with demand forecast updates[J]. Production & Operation Management, 2003, Spring, 12(1): 30–45.
- [4] Xiao T, Qi X. Price competition, cost and demand disruptions and coordination of a supply chain with one manufacturer and two competing retailers[J]. Omega, 2004, 32(4): 301–312.
- [5] Qi X, Bard J F, Yu G. Supply chain coordination with demand disruptions[J]. Omega, 2004, 32(4): 301–312.
- [6] 于辉, 陈剑, 于刚. 协调供应链如何应对突发事件 [J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(7): 9–16.  
Yu H, Chen J, Yu G. How to coordinate supply chain under disruptions[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2005, 25(7): 9–16.
- [7] 于辉, 陈剑, 于刚. 回购契约下供应链对突发事件的协调应对 [J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(8): 38–43.  
Yu H, Chen J, Yu G. Supply chain coordination under disruptions with buy back contract[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2005, 25(8): 38–43.
- [8] Xiao T J, Qi X T, Yu G. Coordination of supply chain after demand disruptions when retailers compete[J]. International Journal of Production Economics, 2007, 109(2): 162–179.
- [9] 于辉, 陈剑. 需求依赖于价格的供应链应对突发事件 [J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(3): 36–41.  
Yu H, Chen J. Response to the disruption of supply chain with price depended demand[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2007, 27(3): 36–41.
- [10] 于辉, 陈剑, 于刚. 批发价契约下的供应链应对突发事件 [J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(8): 33–41.  
Yu H, Chen J, Yu G. Managing wholesale price contract in the supply chain under disruptions[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2006, 26(8): 33–41.
- [11] Iyer A V, Deshpande V, Wu Z. Contingency management under asymmetric information[J]. Operations Research Letters, 2005, 33(6): 572–580.
- [12] Sheffi Y. Plan for disruptions[J]. Modern Materials Handling, 2005, 11(60): 16.
- [13] 傅湘, 王丽萍, 纪昌明. 极值统计学在洪灾风险评价中的应用 [J]. 水利学报, 2001, 31(7): 8–12.  
Fu X, Wang L P, Ji C M. Application of statistics of extremes of flood hazard risk evaluation[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2001, 31(7): 8–12.
- [14] 张卫东, 李茂林, 张秀梅. 极值理论在地震危险性分析中的应用与研究 [J]. 东北地震研究, 2005, 21(1): 24–30.  
Zhang W D, Li M L, Zhang X M. Application and study on the extreme value theory in seismic risk analysis[J]. Seismological Research of Northeast China, 2005, 21(1): 24–30.
- [15] 于群, 郭剑波. 中国电网停电事故统计与自组织临界性 [J]. 电力系统自动化, 2006, 30(2): 16–21.  
Yu Q, Guo J B. Statistics and self-organized criticality characters of blackouts in China electric power systems[J]. Automation of Electric Power Systems, 2006, 30(2): 16–21.