

文章编号:1000-6788(2007)01-0051-09

随机需求与随机生产环境下的综合能力规划研究

张人千

(北京航空航天大学 经济管理学院,北京 100083)

摘要: 为研究随机因素对一般制造企业能力扩张决策的影响,考虑市场需求的随机性和生产作业消耗的随机性,基于能力规划模型的一般形式构建了随机市场需求和随机生产环境下的能力规划模型.通过机会约束规划方法,找到了随机生产能力约束的确定性等价类,同时,使用随机线性约束的二阶段求解方法,建立了随机需求约束的确定性等价模型,以随机环境下期望成本最小为决策目标,得到了随机能力规划问题的确定性等价形式.建立了使用遗传算法搜索能力调整变量,而使用原始-对偶方法求解产品组合决策二次约束规划的算法结构.通过算例证明了模型和算法的有效性.

关键词: 随机;能力规划;遗传算法;二次约束规划

中图分类号: F273;C934

文献标志码: A

Research on Capacity Planning under Stochastic Production and Uncertain Demand

ZHANG Ren-qian

(School of Economics and Management, Beihang University, Beijing 100083, China)

Abstract: To study the stochastic factors effect on capacity planning decision, a stochastic capacity planning model is built, which includes stochastic factors of marketing demand and production. Object function of the model is to minimize the cost. Using chance constrained programming method an equal certain model is produced for the stochastic production. And, based on two-phase model, the equal certain restriction of uncertain marketing demand is built too. So, the stochastic capacity planning model is transformed to a certain model. At last, an algorithm is produced, which uses Genetic Algorithm (GA) to optimize the capacity decision variables and Primal-Dual method to deal with Quadratic Constraints Programming of product mix decision. The numerical example demonstrates that the model and the algorithm are effective.

Key words: stochastic; capacity planning; genetic algorithm; quadratic constraints programming

0 引言

企业在中长期生产决策中,可以安排资金进行能力扩张,以使得每个计划期的生产能力和市场需求达到最佳匹配.同样,对于过剩的生产能力,企业也完全有时间进行剩余能力的处置,使得资源闲置最小,这称为能力收缩.能力收缩和能力扩张都称为能力规划.长期以来,针对不同生产行业、不同生产条件、不同市场需求,学者们对能力规划的模型和求解方法进行了大量研究.涉及的生产结构包括单台机器的、多台机器的、生产线形式的等等.

在目前的研究中,有一些能力规划模型是确定性模型,如文献[1~5]的研究;有些模型考虑了随机需求,如文献[6~8]的工作;而有些模型考虑了随机能力,如文献[8];有些模型考虑了模糊决策问题,如文献[9].

此外,在研究层面上也有分别.有的研究基于综合生产计划角度,关注长期的能力调整,如文献[2,3];另外一些研究考虑了更微观的生产排序和调度,尝试建立动态排队模型^[1,4,10].但解析模型对于动态性问题

收稿日期:2005-11-21

资助项目:国家自然科学基金(70501002)

作者简介:张人千(1974-),男,汉族,陕西商洛人,北京航空航天大学经济管理学院讲师,博士,研究方向:生产系统优化、成本管理、管理信息系统,E-mail:zhangrenqian@buaa.edu.cn.

题解决得并不好,因此出现了很多仿真模型来研究动态随机生产系统,如文献[11,12].

动态性模型最接近真实生产系统,但是并不是说静态模型就不再有意义了.在综合计划层面,不必考虑微观动态生产问题,因而静态解析模型仍然发挥着重要作用.

随机模型是一种静态解析模型,它们具有更现实的意义,因为市场需求的随机性、生产作业消耗的随机性都是客观存在的.生产能力的随机性也是存在的,这表现在生产作业中心的随机故障方面.设备故障可以通过好的检修来防止,但是市场需求的随机性和生产作业消耗的随机性却是无法避免的.

目前的随机模型,还鲜见有同时考虑随机需求和生产两种随机因素的.本文将综合考虑能力规划和这两种随机特性,从综合生产计划角度,研究批量生产系统在随机需求和随机生产情况下的综合生产能力决策问题,得到的结果用于指导企业中长期生产能力扩张,但不涉及作业排序问题.内容安排如下:

在第1部分,介绍能力规划模型的一般形式;第2部分,考虑随机变量确定随机约束并建立随机能力规划模型;第3部分研究随机决策问题的近似确定性等价模型和求解算法;在第4部分进行随机决策的算例研究.

1 确定性能力规划模型

在综合的能力规划模型中,有待决策的问题主要包括生产能力扩张策略和产品组合生产策略.其中产品组合决策解决的是各个计划期生产的不同产品数量;生产能力扩张解决的是如何进行新旧作业中心的更替、购买、变卖来达到能力与需求的最佳匹配.

因为涉及作业中心的新旧更替,因此在能力规划模型中,即使是对同样的作业中心设备,也要区分其使用寿命,而不同寿命的作业中心或设备,其作业能力也不同.因此,首先引入两个参数: $n(l, i, t)$ 和 $B(l, i, t)$.

$n(l, i, t)$ 表示在第 t 计划期,寿命为 l 的作业中心 i 的个数; $B(l, i, t)$ 表示第 t 计划期,寿命为 l 的作业中心 i 的可作业能力.

其中 $l=0, 1, \dots, L(i)-1$. $L(i)$ 表示作业中心 i 的最大寿命.

能力决策需要求解的是每个计划期对每个作业中心的更替决策,因此,设定两个决策变量: $n(i, t)$ 和 $d(l, i, t)$.

$n(i, t)$ 表示第 t 计划期要购买的作业中心 i 的个数; $d(l, i, t)$ 表示第 t 计划期期末要卖掉的寿命为 l 的作业中心 i 的个数.这两者都是整数变量.

再设某作业中心 i 生产的产品种类为 $M(i)$,变量 $x(i, m(i), t)$ 表示所有作业中心 i (包括不同寿命的作业中心 i)生产的产品 $m(i)$ 的总产出; $y(l, i, m(i), t)$ 表示其中寿命为 l 的第 i 作业中心生产的第 $m(i)$ 种产品产量.

再考虑资金约束、市场需求约束等,定义其他参数和决策变量如表1,以成本最小或利润最大为目标即可建立能力规划决策模型.

能力规划模型表示如下:

$$\max \text{ 利润 or min 成本} \quad (1)$$

s. t.

$$\sum_{m(i)=1}^{M(i)} [(l, i, m(i), t) \cdot y(l, i, m(i), t)] + UA(l, i, t) = n(l, i, t) \cdot B(l, i, t), \quad (2)$$

$$D(i, m(i), t) = x_s(i, m(i), t), \quad (3)$$

$$x(i, m(i), t) = \sum_{l=0}^{L(i)-1} y(l, i, m(i), t), \quad (4)$$

$$x_s(i, m(i), t) + \sum_{j=1}^N \sum_{m(j)=1}^{M(j)} x(i, m(i), j, m(j), t) = x(i, m(i), t) + I(i, m(i), t-1) - I(i, m(i), t), \quad (5)$$

$$x(i, m(i), j, m(j), t) = a(i, m(i), j, m(j), t) \cdot x(j, m(j), t), \quad (6)$$

$$d(l, i, t) = n(l - 1, i, t), \tag{7}$$

$$n(l, i, t) = n(l - 1, i, t - 1) - d(l, i, t - 1), \tag{8}$$

$$n(0, i, t) = n(i, t), \tag{9}$$

$$d(L(i), i, t) = n(L(i) - 1, i, t), \tag{10}$$

$$\sum_{i=1}^N [n(i, t) \cdot F(i, t)] = G(t). \tag{11}$$

本模型与传统能力规划模型不同. 传统方式一般是基于生产设备进行决策, 而本文及文献[3]是基于作业中心进行能力度量, 因而能考虑网络形式的生产系统, 并能处理产品结构和工艺流程的物流关系. 进一步了解请参见文献[3].

表 1 多阶段能力规划模型其他参数与变量符号

$x_s(i, m(i), t)$	产出要素 $x(i, m(i))$ 的销售量
$x(i, m(i), j, m(j), t)$	作业节点 $(i, m(i))$ 进入节点 $(j, m(j))$ 的产出要素量
$I(i, m(i), t)$	产出要素 $x(i, m(i))$ 在 t 期的库存量
$a(i, m(i), j, m(j), t)$	生产单位 $x(j, m(j))$ 要消耗的 $x(i, m(i))$ 的数量
$(l, i, m(i), t)$	寿命为 l 的作业子集 i 生产单位 $x(i, m(i))$ 要消耗的 i 作业量
$v(l, i, t)$	寿命为 l 的作业元素 i 的单位作业成本率
$w(l, i, t)$	寿命为 l 的作业元素 i 未用能力成本率
$iv(i, m(i), t)$	单位产出要素 $x(i, m(i))$ 的库存费用
$UA(l, i, t)$	寿命为 l 的作业中心 i 的未用作业能力
$F(i, t)$	购买(建立)单位作业中心元素 i 的费用
$s(l, i, t)$	第 t 期寿命为 l 的作业中心 i 的残值
$G(t)$	能够用于购买作业中心的资金总量
$r(t)$	第 t 期的折现率
$D(i, m(i), t)$	产出要素 $x(i, m(i))$ 的市场需求量

2 随机约束与随机能力规划模型

能力规划模型首先要确定生产系统结构、能力单位的寿命以及作业中心的能力更替策略等. 我们先设定两类随机参数和确定相关的随机约束: 随机作业消耗系数和随机市场需求.

2.1 随机作业消耗和能力约束

对于作业消耗系数, 设寿命为 l 的某作业中心 i 在第 t 计划期生产单件第 $m(i)$ 种产品消耗的作业量为一随机变量: $(l, i, m(i), t) \sim P(l, i, m(i), t)$.

而每件产品的作业消耗量为 $(l, i, m(i), t)$, 于是这 $y(l, i, m(i), t)$ 件生产要素总共消耗的作业中心 i 的作业量为这些随机数的和, 记为:

$$(l, i, m(i), t) = \sum_{k=1}^{y(l, i, m(i), t)} x_k(l, i, m(i), t).$$

则随机生产环境下的能力约束为:

$$\sum_{m(i)=1}^{M(i)} (l, i, m(i), t) + UA(l, i, t) = n(l, i, t) \cdot B(l, i, t),$$

$$i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; l = 0, 1, \dots, L(i) - 1.$$

其中 $UA(l, i, t)$ 为第 t 计划期, 寿命为 l 的作业中心 i 的未用作业能力; $n(l, i, t)$ 为第 t 计划期, 寿命为 l 个计划期的作业元素 i 的个数; $B(l, i, t)$ 为第 t 计划期, 寿命为 l 的作业元素 i 的最大(计划)作业能力; 指标变量 N 为总作业中心个数, T 为计划期数, $M(i)$ 为作业中心 i 生产的生产要素最大种类数.

2.2 随机需求约束

对于随机市场需求, 设第 t 计划期, 某作业中心 i 生产的第 $m(i)$ 种产品的市场需求量为一随机变量

$D(i, m(i), t)$. 其概率分布函数为: $D(i, m(i), t) \sim P_D(i, m(i), t)$. 根据节点物流平衡, 随机需求约束为:

$$x_s(i, m(i), t) + \sum_{j=1}^N \sum_{m(j)=1}^{M(j)} x(i, m(i), j, m(j), t) = x(i, m(i), t) + I(i, m(i), t-1) - I(i, m(i), t),$$

$$D(i, m(i), t) = x_s(i, m(i), t).$$

至此, 我们确定了随机生产和随机需求环境下的能力约束和需求约束的形式, 基于此容易得到随机能力规划的模型.

2.3 随机能力规划模型

首先确定目标函数. 类似文献[2], 成本函数使用所有计划期成本的净现值(NPV), 得到成本函数如下:

$$f(x, d, s,) = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^N \sum_{m(i)=1}^{M(i)} \sum_{l=0}^{L(i)-1} [v(l, i, t) \cdot (l, i, m(i), t)] + \sum_{i=1}^N \sum_{m(i)=1}^{M(i)} iv(i, m(i), t) \cdot I(i, m(i), t) + \sum_{i=1}^N \sum_{l=0}^{L(i)-1} uv(l, i, t) \cdot UA(l, i, t) + \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{L(i)} \sum_{l=1}^{L(i)-1} \sum_{t=t+1}^{L(i)-l} d(l, i, t) \cdot [uv(l, i, t) \cdot B(l, i, t)] - \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{L(i)} d(l, i, t) \cdot s(l, i, t) \right] \cdot (1+r(t))^{-t}.$$

注意, 该成本函数中包括了随机变量, 因而整个成本函数本身也是一个随机变量, 直接令其最小化是没有意义的. 因此, 决策模型选择以期望成本最小为目标函数, 得到最终模型如下:

$$\min Z = E[f(x, d, s,)], \tag{12}$$

$$\text{s. t. } \sum_{m(i)=1}^{M(i)} (l, i, m(i), t) + UA(l, i, t) = n(l, i, t) \cdot B(l, i, t), \tag{13}$$

$$(l, i, m(i), t) = \sum_{k=1}^{y(l, i, m(i), t)} k(l, i, m(i), t), \tag{14}$$

$$D(i, m(i), t) = x_s(i, m(i), t), \tag{15}$$

其余约束及其意义参见式(4)~(11).

注意, 目标函数中的 $(l, i, m(i), t)$, 在建模过程中可以直接使用其期望值: $\text{聊}(l, i, m(i), t) \cdot y(l, i, m(i), t)$.

因此, 在目标函数中将出现未用能力的期望: $E[UA(l, i, t)]$ 项, 其计算公式为:

$$E[UA(l, i, t)] = n(l, i, t) \cdot B(l, i, t) - \sum_{m(i)=1}^{M(i)} [y(l, i, m(i), t) \cdot \text{聊}(l, i, m(i), t)].$$

3 随机规划的确定性等价问题

上述模型其实是没有实际意义的. 随机能力约束(13)的左边是作业消耗总量, 这是一个随机数, 而右边是可用能力, 让随机数等于一个确定值, 这是不可能的, 因此, 必须用机会约束来处理.

3.1 能力约束与近似确定性等价类

要使能力约束(13)成立, 等价于作业中心能力有剩余, 即未用能力 $UA(l, i, t) > 0$, 但由于是一个随机约束, 因此, 只能让 $UA(l, i, t) > 0$ 以较大的概率成立. 即:

$$P(UA(l, i, t) > 0) = U(l, i, t), \tag{16}$$

其中 $U(l, i, t)$ 是约束成立的概率下限, 而

$$UA(l, i, t) = n(l, i, t) \cdot B(l, i, t) - \sum_{m(i)=1}^{M(i)} (l, i, m(i), t).$$

一般而言, 同一种产品在同一计划期对相同作业的消耗量近似服从相同分布且统计独立, 假设我们只考虑

批量生产的情况(单件小批生产的情况将另行研究),则随机变量:

$$y(l, i, m(i), t) = \sum_{k=1}^{M(i)} k(l, i, m(i), t)$$

是大量独立同分布随机变量的和,因而近似服从正态分布,即:

$$c(l, i, m(i), t) \sim N.$$

因此, $\sum_{m(i)=1}^{M(i)} (l, i, m(i), t)$ 是正态变量的和,正态变量的和也服从正态分布,即:

$$\sum_{m(i)=1}^{M(i)} (l, i, m(i), t) \sim N,$$

易得其期望为:

$$\sum_{m(i)=1}^{M(i)} [y(l, i, m(i), t) \cdot E(c(l, i, m(i), t))],$$

方差为:

$$\sum_{m(i)=1}^{M(i)} [y(l, i, m(i), t) \cdot D(c(l, i, m(i), t))].$$

在能力规划机会约束(16)中,设标准正态分布的 $U(l, i, t)$ 分位数为 $\Phi^{-1}(U(l, i, t))$,则原约束即等价于下式:

$$\frac{\sum_{m(i)=1}^{M(i)} [y(l, i, m(i), t) \cdot E(c(l, i, m(i), t))] - n(l, i, t) \cdot B(l, i, t)}{\sqrt{\sum_{m(i)=1}^{M(i)} [y(l, i, m(i), t) \cdot D(c(l, i, m(i), t))]} = \Phi^{-1}(U(l, i, t)). \quad (17)$$

如此,就将能力随机约束转换为确定性约束.可以证明,随机约束的确定性等价式比确定性模型下的能力约束(约束式(2))条件要强.这说明,若生产能力一定,在考虑随机生产的情况下,制定的最优生产计划应该小于确定性模型的决策结果.

3.2 市场需求约束的二阶段模型

与能力约束类似,对于市场需求约束,随机约束本身也是没有意义的.通常,能得到关于市场需求的离散概率分布.对于离散随机变量的等式约束,可通过构造其二阶段模型来寻找随机规划的确定性等价类.

设随机需求的离散值 $[D(i, m(i), t)_r], r=1, \dots, R$, 对应的离散概率分布为: $[P(i, m(i), t)_r]$. 如果给出一个决策变量 x , 从概率意义上说,不可能使所有 x 都满足约束等式.为了使约束成立,必须在随机约束两端加上用于弥补约束违反的补偿变量.根据文献[13],不妨设补偿变量为: $\phi(i, m(i), t)_r^+, \phi(i, m(i), t)_r^-$, 对应目标函数由于约束违反造成的补偿项为:

$$E[f(\phi)] = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{m(i)=1}^{M(i)} \sum_{r=1}^R P(i, m(i), t)_r \cdot [h(i, m(i), t) \cdot \phi(i, m(i), t)_r^+ + (i, m(i), t) \cdot \phi(i, m(i), t)_r^-],$$

其中, $h(i, m(i), t)$ 和 $(i, m(i), t)$ 分别代表生产不足和过剩的惩罚.如果不想考虑库存或缺货问题,可以将这两个系数取的足够大,从而逼迫最优决策向尽量减小生产与随机需求差异的方向靠近.

原随机问题就等价于下述确定性问题:

$$\min Z = E[f(x, d, s, \phi)] + E[f(\phi)], \quad (18)$$

$$\text{s. t. } D(i, m(i), t)_r + \phi(i, m(i), t)_r^+ - \phi(i, m(i), t)_r^- = x_s(i, m(i), t), \quad (19)$$

$$\sum_{m(i)=1}^{M(i)} [y(l, i, m(i), t) \cdot E(c(l, i, m(i), t))] - n(l, i, t) \cdot B(l, i, t) = \Phi^{-1}(U(l, i, t)) \cdot \sqrt{\sum_{m(i)=1}^{M(i)} [y(l, i, m(i), t) \cdot D(c(l, i, m(i), t))]} \quad (20)$$

其余约束见式(4)~(11).

3.3 求解算法

按照如上方法,就将随机能力规划模型转化为确定性等价模型.能力变量即作业中心个数应该是整数形式,考虑批量生产,则相对于作业中心的价值,产量可以近似为连续变量.因而,上述模型的决策变量有整数变量、连续变量,同时涉及非线性约束,是一个非线性混合整数规划问题.

采取文献[3]提出的分层求解结构,即使用遗传算法(Genetic Algorithm GA)进行能力变量搜索,遗传个体的每代都对应一群产品组合问题,通过该产品组合问题计算的适应度进行遗传操作,直到收敛.

每个能力决策对应的多计划期产品组合随机决策的确定性等价问题是一个二次约束的非线性规划,因而要使用非线性优化技术来求解.本文采用 CPLEX 软件提供的基于预测-校正器(Predictor-Corrector Method)方法的原始-对偶(Primal-Dual)算法.

将遗传算法和原始-对偶方法结合起来,杂合建立求解的算法结构如图1.

计算步骤及相关算子确定如下:

步骤1 随机产生能力规划变量 $n(i, t), d(l, i, t)$ 的遗传编码初始群体.

步骤2 将群体 $P(t)$ 中每个个体进行解码,代入决策模型,获得对应产品组合决策的二次约束规划模型.

步骤3 调用 CPLEX 软件提供的 Primal-Dual 算法模块,解所有的非线性规划问题,记录他们各自的最优解变量值以及目标函数最优值.

步骤4 检验是否满足停止准则,如果满足,计算停止,转步骤6,否则,转下一步.

步骤5 以随机联赛选择算子进行选择操作,并以杂交概率 p_c 对种群进行配对杂交,以变异概率 p_m 进行变异操作,得到新一代种群 $P(t+1)$.转步骤2.

步骤6 记录最优个体,及其对应的二次约束规划最优解和目标函数值,停止计算.

其中涉及能力规划变量的可行解变换,仍然采取我们在文献[3]中提出的比例缩放方法.

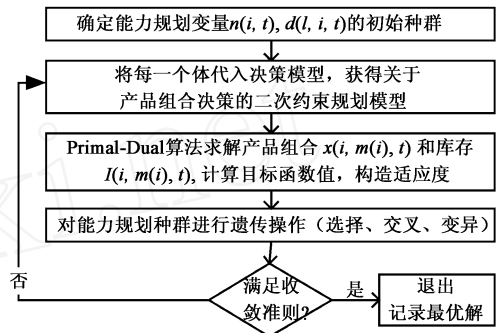


图1 GA 结合 Primal-Dual 算法的求解结构

4 算例研究

4.1 算例构造

构造一个包括4个作业中心($N=4$),6个计划期($T=6$),4种产出要素的小规模问题,来探讨上述决策模型的使用方法和决策结果.生产系统结构如图2所示.

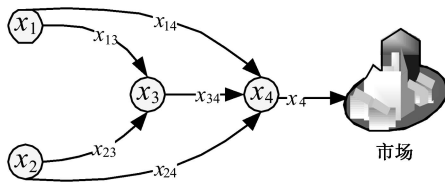


图2 算例生产系统

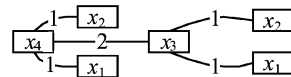


图3 产品 x_4 的 BOM 结构

显然,算例生产系统每作业节点只产出一种生产要素,因而模型中所有 $M(i) = 1$. 而最终产品 x_4 的 BOM 结构如图3.

4个计划期,预计市场的随机需求如表2.

设各产品单位产出所消耗的对应作业中心作业量(即作业系数)服从指数分布,其期望值如表3.随着作业中心越来越“老”,加工同样的工件,其作业消耗量应该越来越多;表3同时也给出了每个作业中心的最大使用寿命与购建成本.作业系数的单位为:作业量/单位产出;寿命以计划期为单位;购建成本为元.

表 2 4 个计划期,产品 x_4 的市场需求预测

计划期 1	需求	概率	计划期 2	需求	概率	计划期 3	需求	概率	计划期 4	需求	概率	计划期 5	需求	概率	计划期 6	需求	概率
	300	0.2		330	0.25		350	0.2		380	0.1		400	0.15		500	0.1
	350	0.4		380	0.3		410	0.4		450	0.4		500	0.35		560	0.4
	400	0.3		430	0.35		460	0.3		500	0.25		560	0.2		620	0.4
	450	0.1		480	0.1		500	0.1		550	0.25		650	0.3		750	0.1

表 3 作业系数、作业中心寿命、获得成本

产出要素	x_1	x_2	x_3	x_4
作业系数/寿命 1	1	2	1	3
作业系数/寿命 2	1.1	2.2	1.1	3.2
作业系数/寿命 3	1.3	2.6	1.4	3.5
作业系数/寿命 4	1.6	3	-	4
最大寿命	4	4	3	4
购建成本(元)	100,000	150,000	180,000	120,000

各作业中心在不同寿命下的最大可用能力、以及残值如表 4. 另外,作业成本分配率是本期折旧掉的价值均摊在单位作业量上,再加上一部分变动成本得到,度量单位为元/单位作业,也一并列在表 4 中.

表 4 作业中心的残值与可用能力

作业中心 \ 寿命		0	1	2	3	4
		残值(元)	100,000	80,000	60,000	40,000
1	可用能力	400	300	150	50	0
	成本率	100.00	116.67	183.33	450.00	-
	残值(元)	150,000	120,000	90,000	60,000	30,000
2	可用能力	600	480	300	100	0
	成本率	120.00	132.50	170.00	370.00	-
	残值(元)	180,000	120,000	60,000	0	-
3	可用能力	600	400	180	0	-
	成本率	160.00	210.00	393.30	-	-
	残值(元)	120,000	95,000	70,000	45,000	20,000
4	可用能力	450	350	200	80	0
	成本率	95.56	111.43	165.00	352.50	-

在作业中心使用过程中剩余能力也要核算成本,不同寿命的作业中心单位剩余能力分摊的成本也不同. 设:

单位剩余能力成本 = 当期折旧 ÷ 当期计划能力, 得到未用能力成本率如表 5.

表 5 各作业中心的剩余能力成本

作业中心 \ 寿命		0	1	2	3
		1 未用能力成本率	50.00	66.67	133.33
2 未用能力成本率	50.00	62.50	100.00	300.00	
3 未用能力成本率	100.00	150.00	333.30	-	
4 未用能力成本率	55.56	71.43	125.00	312.50	

最后,该算例的实际背景是建立一个新厂,并且要确定资金投入情况,因此,忽略资金约束,而直接决

策作业中心的购置,以此来确定资金投入策略.再忽略所购买的作业中心的调试和准备时间(这可以在得到能力规划结果之后单独考虑),因而购买的作业中心能立即开始使用.

4.2 决策建模

基于JIT生产,本例不考虑库存,因而没有决策变量 $I(i, m(i), t)$,也不考虑资金折现率,取 $r(t) = 0$,使用上述各项参数,不难写出本算例的目标函数期望以及确定性约束式(4)~(11).下面重点给出随机约束.

·市场需求约束

根据(19)式的形式和表2中的数据,市场需求约束的等价形式为:

$$\begin{cases} 300 + \psi(4, 1, 1)_1^+ - \psi(4, 1, 1)_1^- = x_s(4, 1, 1) \\ 350 + \psi(4, 1, 1)_2^+ - \psi(4, 1, 1)_2^- = x_s(4, 1, 1) \\ 400 + \psi(4, 1, 1)_3^+ - \psi(4, 1, 1)_3^- = x_s(4, 1, 1) \\ 450 + \psi(4, 1, 1)_4^+ - \psi(4, 1, 1)_4^- = x_s(4, 1, 1) \\ \dots \end{cases}$$

限于篇幅,这里给出了第一个计划期的随机需求约束的确定性等价模型,只需将表2中第2到第6计划期的数据代入式(19),即可得到关于随机需求的全部约束的确定性等价式.

·能力约束

能力约束的等价式按照(20)式来确定.取概率侧度的分位数 $U(l, i, t) = 95\%$,则 $\Phi^{-1}(95\%) = 1.645$.根据表3、表4,寿命为0、1、2、3的第2个作业中心在第1个计划期的能力约束为:

$$\begin{aligned} \frac{[y(0, 2, 1, 1) \cdot 2] - n(0, 2, 1) \cdot 600}{\sqrt{y(0, 2, 1, 1) \cdot 2^2}} &= 1.645, \\ \frac{[y(1, 2, 1, 1) \cdot 2.2] - n(1, 2, 1) \cdot 480}{\sqrt{y(1, 2, 1, 1) \cdot 2.2^2}} &= 1.645, \\ \frac{[y(2, 2, 1, 1) \cdot 2.6] - n(2, 2, 1) \cdot 300}{\sqrt{y(2, 2, 1, 1) \cdot 2.6^2}} &= 1.645, \\ \frac{[y(3, 2, 1, 1) \cdot 3] - n(3, 2, 1) \cdot 100}{\sqrt{y(3, 2, 1, 1) \cdot 3^2}} &= 1.645. \end{aligned}$$

类似地,可以写出所有作业中心在不同寿命、不同计划期下的随机能力约束等价式.

·目标函数的补偿项

根据本文3.2,对能力规划问题可采用确定性补偿模型.为防止宁愿缺货也不购置作业中心的现象出现,应该设定惩罚系数大于作业中心的价值,这样,产量不满足需求引起的目标函数的惩罚将大于能力变化引起的目标函数值的增加,从而能通过目标函数逼迫最优决策尽量靠近市场需求(本文在计算中取补偿项的系数为300,000).将表2的数据代入,得到补偿项为:

$$\begin{aligned} E[f(\psi)] &= 0.2 \cdot [300000 \cdot \psi(4, 1, 1)_1^+ + 300000 \cdot \psi(4, 1, 1)_1^-] + \\ & 0.4 \cdot [300000 \cdot \psi(4, 1, 1)_2^+ + 300000 \cdot \psi(4, 1, 1)_2^-] + \\ & 0.3 \cdot [300000 \cdot \psi(4, 1, 1)_3^+ + 300000 \cdot \psi(4, 1, 1)_3^-] + \\ & 0.1 \cdot [300000 \cdot \psi(4, 1, 1)_4^+ + 300000 \cdot \psi(4, 1, 1)_4^-] + \dots \end{aligned}$$

这里给出了计划期1的补偿项,将所有数据代入,即可得到完整的补偿项形式.

4.3 决策结果与比较分析

1) 求解结果

上述规划问题,约204个整数变量,246个连续变量,396个约束.基于本文3.3中建立的GA结合Pirmal-Dual的算法求解该模型.

这里给出204个能力规划变量中决策者比较关心的新购作业中心数量 $n(0, i, t)$,如表6.

2) 与确定性决策的比较分析

假设,在决策时没有考虑随机生产和随机需求,而是使用随机需求的平均值(从表 2 计算得到)以及使用作业消耗量的期望值进行决策,则按照文献[3],以确定性情况下的模型进行计算,得到的能力扩张策略如表 7.

表 6 各计划期的新购作业中心数量

计划期 \ 作业中心	1	2	3	4	5	6
$n(0,1,t)$	3	2	2	3	4	3
$n(0,2,t)$	3	3	4	3	4	4
$n(0,3,t)$	1	2	1	2	2	1
$n(0,4,t)$	2	3	2	2	3	3

表 7 确定性环境下的各计划期的新购作业中心数量

计划期 \ 作业中心	1	2	3	4	5	6
$n(0,1,t)$	2	2	1	2	3	3
$n(0,2,t)$	3	2	3	2	3	4
$n(0,3,t)$	1	1	1	1	1	1
$n(0,4,t)$	2	2	1	2	2	3

随机决策和确定性决策的产品生产计划如图 4. 图中上部粗线为确定性决策,下部细线为随机决策结果.

可以看出,随机决策结果相对“保守”.再将表 6 和表 7 结合起来看会发现,在随机环境下,即便是制定了相对“保守”的生产计划,所需要的作业能力相比确定性决策也要增加相当数量,也就是要购买更多的作业中心以保证完成生产计划,随机因素对生产计划的影响是显著的.

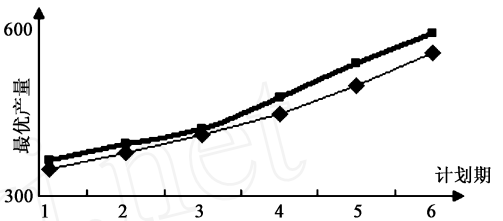


图 4 确定性决策和随机决策的最优产量

5 结束语

一般的,静态模型的决策结果在动态仿真生产系统中的完成概率很小,也就是说静态模型的解在实际中并不具有可行性.

在本文算例中,如果不允许生产能力调整大于确定性模型的话,则确定性模型的解在随机生产系统中可行性也很低.由于随机因素的存在,确定性决策始终无法制定可行的生产计划,因而根据实际情况进行调整,如制定各种赶工计划、加班计划就成了弥补其不可行性的重要手段.

在生产或能力决策中考虑随机性、动态性,就是为了充分考虑未来的不确定性,争取制定只需最小调整的综合生产计划,从而提高决策水平.本文在文献[3]的基础上进一步考虑随机需求和随机生产两类随机因素,建立了更接近实际生产系统特性的能力规划随机模型并研究其确定性等价问题,基于确定性等价问题,构造了求解算法.在算例研究中分析了确定性决策和随机决策的不同,以及随机性研究的必要性,证明了模型和算法都是有效的.

参考文献:

[1] Suresh Chand , Tim McClurg , Jim Ward. A model for parallel machine replacement with capacity expansion[J]. European Journal of Operational Research , 2000 ,121 : 519 - 531.

[2] Stylianides T. A model of clinker capacity[J]. European Journal of Operational Research , 1998 , 110:215 - 222.

[3] 张人千,魏法杰. 作业能力扩张模型与求解算法研究[J]. 计算机集成制造系统, 2004 ,10(4) : 374 - 380.
Zhang Renqian, Wei Fajie. Model and algorithm study of activity-based capacity expansion[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems , 2004 ,10(4) : 374 - 380.

[4] Lee L H, Tan K C, Ou K, et al. Vehicle capacity planning system: A case study on vehicle routing problem with time windows[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-part A: Systems and Humans , 2003 , 33(2) : 169 - 178.

[5] Catay B, Erenguc S S, Vakharia A J. Tool capacity planning in semiconductor manufacturing[J]. Computers & Operations Research , 2003 ,30: 1349 - 1366.

(下转第 76 页)

- David Hendry. Dynamic Econometrics[M]. Shanghai :Shanghai People s Publishing House ,2000 :6.
- [29] 罗纳德·肖恩. 动态经济学[M]. 北京 :中国人民大学出版社 ,2003 :419.
Ronald Shone. Economic Dynamics[M]. Beijing :China Renmin University Press ,2003 :419.
- [30] 徐强. 产业集聚因何而生[M]. 杭州 :浙江大学出版社 ,2004 :114.
Xu Qiang. Why the Industry Gathers Growth[M]. Hangzhou :The Press of Zhejiang University ,2004 :114.
- [31] 刘秉正, 彭建华. 非线性动力学[M]. 北京 :高等教育出版社 ,2005 :514.
Liu Bingzheng ,Peng Jianhua. Nonlinear Dynamics[M]. Beijing :Higher Education Publishing House ,2005 :514.
- [32] 胡传机. 非平衡系统经济学[M]. 石家庄 :河北人民出版社 ,1987 :4 ,64.
Hu Chuanji. Economic of Nonequilibrium System [M]. Shijiazhuang :The Press of Hebei People ,1987 :4 ,64.
- [33] 联合国跨国公司与投资司. 2002 世界投资报告[R]. 北京 :中国财政经济出版社 ,2003 :148.
United Nations Conference on Trade and Development ,world investment report 2002 [R]. —transnational corporations and export competitiveness. Beijing :Press of China Financial and Economic Publishers ,2003 :148.

(上接第 59 页)

- [6] Hood S J , Berron S , Barahona F. Capacity planning under demand uncertainty for semiconductor manufacturing [J]. IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing , 2003 ,16(2) :273 - 280.
- [7] Grubbstrom R W , Wang Z. A stochastic model of multi-level/multi-stage capacity-constrained production-inventory systems[J]. International Journal of Production Economics , 2003 ,81 - 82 : 483 - 494.
- [8] Iida T. A non-stationary periodic review production-inventory model with uncertain production capacity and uncertain demand[J]. European Journal of Operational Research , 2002 , 140 : 670 - 683.
- [9] Wang Reaychen , Liang Tienfu. Application of fuzzy multi-objective linear programming to aggregate production planning [J]. Computers & Industrial Engineering , 2004 , 46 : 17 - 41.
- [10] Zijm W H M , Buitenhok R. Capacity planning and lead time management [J]. International Journal of Production Economics , 1996 ,46 - 47 : 165 - 179.
- [11] Dimitri G , Ahazon G , Ljubisa P. Developing cost-optimization production control model via simulation [J]. Mathematics and Computers in Simulation , 1999 ,49 : 335 - 351.
- [12] 郑锋, 孙树栋. 基于遗传算法和模型仿真的调度规则决策方法[J]. 计算机集成制造系统, 2004, 10(7) : 808 - 814.
Zheng Feng , Sun Shudong. Selection of scheduling rules based on genetic algorithm and process simulation[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems , 2004 , 10(7) : 808 - 814.
- [13] Karl P. Stochastic Linear Programming[M]. Shanghai Technology and Science Press , 1988 ,4 : 34 - 52.