

文章编号: 1000-6788(2009)04-0144-06

时变弹性系数生产函数的非参数估计

罗羨华¹, 杨振海², 周勇^{3,4}

(1. 广州大学 数学与信息科学学院, 广州 510006; 2. 北京工业大学 应用数理学院, 北京 100022; 3. 中国科学院 数学与系统科学研究院, 北京 100190; 4. 上海财经大学 统计学系, 上海 200433)

摘要 提出了时变弹性系数生产函数模型, 该模型刻画了弹性系数不再是常数而是随时间变化而变化的函数, 并且去除了古典生产函数模型的两个不合理的假设, 即所提出的模型释放了技术进步是中性的以及技术进步与投入要素投入量变化是独立的两个假设, 从而使所提出的模型更加符合实际应用的情况. 文中通过现代统计学中的非参数推断方法, 研究了时变弹性系数生产函数回归模型, 利用局部多项式回归方法, 给出了时变弹性系数函数的局部线性加权最小二乘估计. 根据广义似然比检验, 检验了弹性系数的时变性. 结合中国的实际例子, 通过实证得出, 在 1981 年到 2004 年期间, 中国的资本和劳动产出弹性都不是常数而是时间的非线性函数. 资本产出弹性在 0.21 至 0.68 之间, 劳动产出弹性在 0.44 至 0.89 之间, 规模报酬在 0.89 至 1.14 之间.

关键词 时变弹性系数; 生产函数; 变系数模型; 广义似然比检验; 局部多项式回归

中图分类号 O212.7; F224

文献标志码 A

Nonparametric estimation of the production function with time-varying elasticity coefficients

LUO Xian-hua¹, YANG Zhen-hai², ZHOU Yong^{3,4}

(1. College of Mathematics and Information Sciences, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China; 2. College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China; 3. Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 4. Department of Statistics, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200433, China)

Abstract The production function regression models with time-varying elasticity coefficients are studied. The local linear weighted least squares estimators for time-varying elasticity coefficient functions are provided by the local polynomial regression method. For the real data example of China, the time-varying properties of the elasticity coefficients are studied. By the generalized likelihood ratio test, the capital output elasticity and the labor output elasticity in China are not constants but the nonlinear functions of the time in the period of 1981-2004. The capital output elasticity varies from 0.21 to 0.68. The labor output elasticity varies from 0.44 to 0.89, and the return to scale varies from 0.89 to 1.14.

Keywords time-varying elasticity coefficients; production function; varying-coefficient models; generalized

收稿日期: 2006-05-16

资助项目: 广州市教育局重点项目 (2004); 广州市科技局项目 (2004J1-C0333); 国家自然科学基金 (10671044, 10371005); 北京市属市管高等学校人才强教计划项目 PHR(IHLB); 国家杰出青年基金 (0825004); 国家自然科学基金委“创新研究群体科学基金”(10721101); 国家 973 项目子项目 (2007CB814902); 国家自然科学基金重点资助项目 (10731010); 上海财经大学“十五”“211 工程”重点学科建设项目和上海财经大学“211 工程”三期重点学科建设项目资助

作者简介: 罗羨华 (1964-), 男, 汉族, 广东省兴宁人, 副教授, 博士, 研究方向: 计量经济, 非参数统计, Email: luoxh88@163.com; 杨振海 (1940-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向: 数理统计, 工业统计, Email: zhyang@bjpu.edu.cn; 通讯作者: 周勇 (1964-), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 研究方向: 计量经济, 金融统计, 风险管理, 生物统计, Email: yzhou@amss.ac.cn.

likelihood ratio test; local polynomial regression

1 引言

生产函数是描述生产过程中投入的生产要素的某种组合与它可能的最大产出量之间的依存关系, 其数学表达式为

$$Y = f(K, L, T, \dots) \quad (1)$$

其中 Y 表示产出量, K 表示投入的资本, L 表示投入的劳动, T 表示技术进步. 生产函数常用于分析经济增长过程, 测算各种经济增长要素对经济增长的贡献率. 在生产函数的各种形式中, Cobb-Douglas (C-D) 生产函数由于其结构形式简单、参数的经济意义清晰而且容易估计而得到广泛使用. C-D 生产函数的一般形式是

$$Y = AK^\alpha L^\beta \quad (2)$$

其中, 参数 α 和 β 分别表示资本和劳动的产出弹性. 由产出弹性的经济意义, 应该有

$$0 \leq \alpha \leq 1, \quad 0 \leq \beta \leq 1 \quad (3)$$

$\alpha + \beta$ 还表示规模报酬状况. $\alpha + \beta > 1$ 表示规模报酬递增, $\alpha + \beta < 1$ 表示规模报酬递减, $\alpha + \beta = 1$ 表示规模报酬不变. 模型 (2) 中的参数 A 通常被认为是效率系数, 是广义技术进步水平的反映. 显然, 应该有 $A > 0$. 在 C-D 生产函数提出时需要一些假设, 其中最关键的两个假设是:

1) 技术进步是中性的, 即生产要素与资本要素的比例 K/L 不变时, 技术进步前后生产函数中的边际产出比 $\frac{\partial Y}{\partial L} / \frac{\partial Y}{\partial K}$ 也保持不变, 也就是, 边际替代率保持不变.

2) 技术进步独立于要素投入量的变化.

在实际中, 这两个假设并不合理. 在计量经济学中, 已有许多作者提出一些模型放宽了这两个假设. 比如, 不变替代弹性模型和变替代弹性模型等, 但是, 他们却也引进了新的假设, 而这些新的假设也经常是不合理的, 比如以上所述的两个模型. 本文考虑一种新的时变弹性系数模型, 尽量放宽以上的假设.

在生产函数研究中, 经常以时间序列数据为样本, 不同的样本点所表示的时间不同. 但在应用 C-D 生产函数来测算资本、劳动和技术等要素对经济增长的贡献率时, 通常把弹性参数 α 和 β 在整个研究时期内当作常数处理, 这种处理反映了资本和劳动的产出弹性、规模报酬状况在整个研究时期内的一种平均水平, 它们在一定程度会掩盖当年的实际情况.

另一方面, 模型 (2) 中用来反映技术要素的参数 A 是独立于其他投入要素之外的一个常数. 其隐含的一个基本假设是: 技术进步的作用在所有样本点上都是相同的. 这显然与实际不符. 即使把技术进步描述成时间变化的函数 $A = A(t)$, 即

$$Y = A(t)K^\alpha L^\beta \quad (4)$$

模型 (4) 也是不够的, 因为, 这个模型仍然假定了技术进步是中性的, 且独立于其它要素的投入. 事实上, 技术的发展与时间有关, 而且, 技术进步应该影响其他投入要素的产出弹性, 因此当技术进步被描述成时间 t 的函数时, 生产函数中的其它投入要素的产出弹性也应该随着时间而改变.

因此, 具有时变产出弹性系数的生产函数值得进行研究. 已有一些文献讨论非参数和半参数的生产函数模型, 但对时变弹性系数生产函数模型进行研究的文献并不多见. 文献 [1] 利用半参数部分线性变系数模型研究了中国制造业横断面的生产函数, 文献 [2] 应用非参数方法来研究生产函数模型, 文献 [3] 研究了半参数型的生产函数模型. 我们所研究的时变弹性系数生产函数模型, 比以前的参数模型或是非参数模型都更加一般化, 同时时变弹性系数具有更多的优点. 首先, 便于对生产要素进行解释, 至少时变系数仍是边际产出弹性, 因为时变弹性系数的生产函数模型仍具有对数线性性的特点; 其次, 因为时变弹性系数随时间改变, 因此模型可以动态解释生产要素弹性及贡献; 最后, 技术进步与生产要素的边际产出弹性在模型中体现出交互作用. 为此, 我们考虑如下形式的时变弹性系数 C-D 生产函数模型:

$$Y = K^{\alpha(t)} L^{\beta(t)} \quad (5)$$

其中时变参数 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 分别表示资本和劳动的产出弹性系数函数, t 表示时间. $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 都是时间 t 的光滑函数, 但函数形式未知. 这个模型同时放宽了以上的两个假设 1) 和 2), 除了要求弹性系数满足以上的条件 (3) 和 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 都是时间 t 的光滑函数外, 不再需要其它假设, 因此, 模型 (5) 是一个更广泛和更一般的模型. 我们应当注意到模型 (5) 不能写成

$$Y = A(t)K^{\alpha(t)}L^{\beta(t)}$$

事实上, 因为 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 都是时间 t 的光滑函数, 考虑一种简单情况, 对于一般情况可以类似地说明, 如果假设

$$\alpha(t) \approx \alpha_0 + \alpha_1 t \quad (6)$$

$$\beta(t) \approx \beta_0 + \beta_1 t \quad (7)$$

由式 (5)、(6) 和 (7) 得到

$$Y \approx A(t)K^{\alpha_0}L^{\beta_0}$$

其中

$$A(t) = K^{\alpha_1 t}L^{\beta_1 t}$$

此时, 技术进步并不独立于要素投入量的变化.

另外, 模型 (2) 考虑的只是希克斯中性技术进步, 而模型 (5) 考虑了非中性技术进步, 放宽了假设 1) 和 2). 本文研究时变弹性系数生产函数模型 (5), 给出时变弹性系数函数的局部多项式估计, 并结合中国的实际例子, 利用广义似然比检验, 研究了弹性系数的时变性.

2 时变弹性系数生产函数模型及局部多项式估计

考虑如下时变弹性系数 C-D 生产函数回归模型

$$\ln Y = \alpha(t) \ln K + \beta(t) \ln L + u \quad (8)$$

其中 Y 表示产出, K 和 L 分别表示资本和劳动的数量, 时变参数 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 分别表示资本和劳动的产出弹性系数函数, t 表示时间, u 是随机误差, 函数 $\ln(\cdot)$ 表示自然对数函数. 这里假定 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 都是时间 t 的光滑函数, 但函数形式未知. 这是一个变系数模型. 变系数模型是经典线性模型的一种有用推广, 它的优点之一是能够避免所谓的维数祸根, 同时, 也能解释不同时间点上, 系数所意指的意义. 变系数模型的估计方法有局部多项式估计方法 [4], 光滑样条函数估计方法 [5] 等. 在各种非参数方法中, 由于局部多项式估计方法具有较好的性质 [6], 在这里我们使用局部多项式估计方法.

现在根据观测到的数据 $(Y_i, K_i, L_i, t_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ 来估计真实的弹性系数函数 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$. 假设弹性系数函数 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 满足二阶连续可导. 对每一个固定点 t_0 , 在 t_0 的某个邻域内作 Taylor 展开, 取一阶近似

$$\alpha(t) \approx \alpha(t_0) + \alpha'(t_0)(t - t_0) \equiv \alpha_0 + \alpha_1(t - t_0) \quad (9)$$

$$\beta(t) \approx \beta(t_0) + \beta'(t_0)(t - t_0) \equiv \beta_0 + \beta_1(t - t_0) \quad (10)$$

其中 t 在 t_0 的邻域内. 这样, 从局部来说, 求解 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 的问题等价于求解一阶近似回归线的截距 α_0 和 β_0 . 可用交叉核实 (Cross-validation) 法选取窗宽 h .

根据式 (8), (9) 和 (10), 估计 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 的问题就变为局部最小二乘问题: 求 α_0 、 β_0 、 α_1 和 β_1 使得下式达到最小

$$\sum_{i=1}^n \{\ln Y_i - [\alpha_0 + \alpha_1(t_i - t_0)] \ln K_i - [\beta_0 + \beta_1(t_i - t_0)] \ln L_i\}^2 W\left(\frac{t_i - t_0}{h}\right) \quad (11)$$

其中 $W(\cdot)$ 是非负加权函数. 记

$$Y_i^* = \ln Y_i, K_i^* = \ln K_i, L_i^* = \ln L_i, Y^* = (Y_1^*, \dots, Y_n^*)^T, \theta = (\alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1)^T$$

$$Q = \text{diag} \left(W \left(\frac{t_1 - t_0}{h} \right), \dots, W \left(\frac{t_n - t_0}{h} \right) \right)$$

$$Z = \begin{pmatrix} K_1^* & L_1^* & (t_1 - t_0)K_1^* & (t_1 - t_0)L_1^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_n^* & L_n^* & (t_n - t_0)K_n^* & (t_n - t_0)L_n^* \end{pmatrix}$$

其中上标 T 表示向量或矩阵的转置.

容易求得局部最小二乘问题 (11) 的解为

$$\hat{\theta}(t_0) = (Z^T Q Z)^{-1} Z^T Q Y^* \quad (12)$$

因此, 基于局部线性逼近方法, 资本和劳动产出弹性系数函数 $\alpha(t_0)$ 和 $\beta(t_0)$ 的估计分别定义为

$$\hat{\alpha}(t_0) = \hat{\alpha}_0 = (1, 0, 0, 0)\hat{\theta}(t_0)$$

$$\hat{\beta}(t_0) = \hat{\beta}_0 = (0, 1, 0, 0)\hat{\theta}(t_0)$$

3 弹性系数时变性的广义似然比检验

考虑模型 (8) 中弹性系数函数是否真正随时间变化问题, 等价于检验假设

$$H_0 : \alpha(t) = \alpha \quad \beta(t) = \beta \quad (13)$$

其中 α 和 β 是未知常数. 这是一个非参数假设检验问题, 可用广义似然比检验方法来检验这个假设. 广义似然比检验是由 Fan, et al.^[7] 发展起来的用于检验非参数模型的一种方法. 记 RSS_0 为零假设 H_0 下的残差平方和, RSS_1 为备择假设 H_1 下的残差平方和. 广义似然比统计量由下式给出

$$T_n = (n/2) \log(RSS_0/RSS_1) \quad (14)$$

文献 [7] 证明了: 在一些正则条件下, $r_w T_n$ 分布近似于自由度为 μ_n 的 χ^2 分布. 其中 $\mu_n = r_w c_w p |\Omega|/h$, $|\Omega|$ 是 t 的支撑的长度, p 是模型中变系数函数的个数, h 表示窗宽.

$$r_w = \frac{W(0) - \int W^2(u) du / 2}{\int (W(u) - W * W(u)/2)^2 du}, \quad c_w = W(0) - \int W^2(u) du / 2$$

由于对于有限样本, 渐近分布不一定能给出一个好的近似, 为此, 可用非参数条件自助法, 或者用扩大自由度的方法, 即用自由度为 $\mu_n + 2p$ 的 χ^2 分布代替自由度为 μ_n 的 χ^2 分布的方法来处理^[7-8].

4 中国时变弹性系数生产函数

数据来源于中国统计年鉴, 数据范围为 1981 年到 2004 年. 选取国内生产总值作为产出 Y , 社会总投资水平作为资本 K , 社会劳动者人数作为劳动 L . 国民生产总值和社会总投资水平都是以 1978 年为基期以可比价表示, 单位为亿元. 社会劳动者人数为年底数, 单位为万人.

下面用局部线性估计方法来估计中国的时变弹性系数生产函数. 取非负加权函数 $W(x) = 0.75(1-x^2)_+$. 首先用交错核实法选取窗宽 $h = 0.58$, 交错核实函数见图 1.

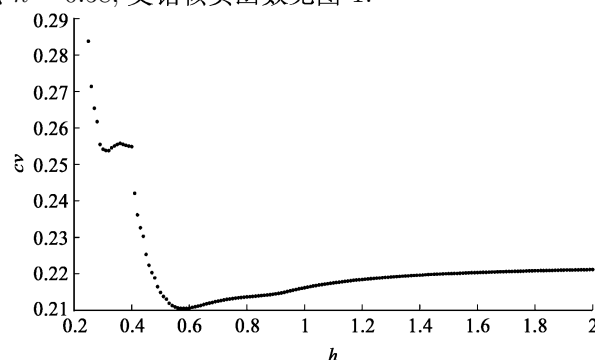
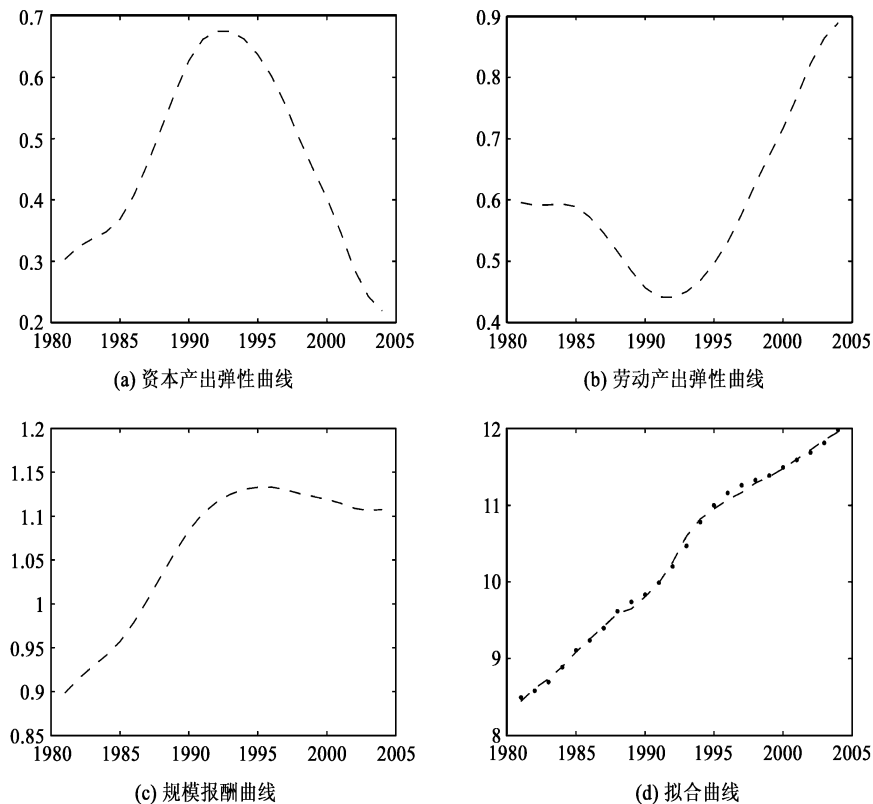


图 1 交错核实函数

在零假设 (13) 下估计模型 (8), 得到的残差平方和为 0.741. 然后用局部线性估计方法进行估计, 得到的残差平方和为 0.0594. 局部线性估计的有关结果见表 1 和图 2. 由于使用时间序列数据, 所以我们对残差序列进行序列相关性检验. 经过检验, 模型 (8) 不具有序列相关性. 可算出 $\mu_n = 3.1511$, $r_w = 2.1153$, 广义似然比统计量 $T_n = 30.2844$. 对于给定的显著性水平 0.05, 自由度为 8 的 χ^2 分布的临界值为 15.51. 由于 $r_w T_n = 64.0606 > 15.51$. 因此拒绝零假设 (13), 可以认为变系数模型 (8) 是合适的. 局部线性估计结果表明, 在 1981 年到 2004 年时期内, 中国的资本产出弹性和劳动产出弹性以及规模报酬都不是常数, 而是随着时间的推移而发生变化, 是时间的非线性函数. 资本产出弹性在 0.21 至 0.68 之间, 劳动产出弹性在 0.44 至 0.89 之间, 规模报酬在 0.89 至 1.14 之间.

表 1 产出弹性和规模报酬估计结果

年份	资本产出弹性	劳动产出弹性	规模报酬	年份	资本产出弹性	劳动产出弹性	规模报酬
1981	0.3033	0.5953	0.8986	1993	0.6747	0.4501	1.1248
1982	0.3236	0.5913	0.9148	1994	0.6620	0.4685	1.1305
1983	0.3368	0.5916	0.9284	1995	0.6366	0.4964	1.1330
1984	0.3479	0.5933	0.9412	1996	0.6015	0.5315	1.1330
1985	0.3684	0.5886	0.9571	1997	0.5540	0.5762	1.1301
1986	0.4071	0.5718	0.9789	1998	0.4996	0.6261	1.1257
1987	0.4588	0.5459	1.0047	1999	0.4502	0.6721	1.1223
1988	0.5163	0.5156	1.0319	2000	0.4031	0.7164	1.1195
1989	0.5748	0.4842	1.0589	2001	0.3477	0.7672	1.1149
1990	0.6269	0.4567	1.0836	2002	0.2869	0.8222	1.1091
1991	0.6615	0.4415	1.1029	2003	0.2431	0.8636	1.1067
1992	0.6747	0.4412	1.1159	2004	0.2191	0.8886	1.1077

图 2 用局部线性估计法, 窗宽 $h=0.58$. 拟合曲线中点线是国民生产总值 (对数值), 虚线是拟合值 (对数值)

从总体趋势来看, 中国的资本产出弹性在 1981 年至 1993 年期间, 呈现出缓慢递增的趋势, 在 1994 年至 2004 年期间, 资本产出弹性有一些下降. 劳动产出弹性在 1981 年至 1993 年期间呈现出缓慢递减的趋势, 在 1994 年至 2004 年期间, 增加幅度较大. 这也说明, 我们现阶段是否充分就业对于 GDP 的贡献是比较大的.

在 1981 年至 1986 年期间规模报酬 $\alpha + \beta$ 小于 1, 因此呈现出规模报酬递减状况; 在 1987 年之后, 产出的规模报酬都是递增的, 并在 1987 年至 1996 年期间的规模报酬增加最快, 在 1997 年至 2004 年期间仍然处于规模报酬增长, 因为在 1987 年至 2004 年期间规模报酬 $\alpha + \beta$ 大于 1, 但其增长幅度呈现出递减的现象. 从数值上来看, 其中 1994 年至 1997 年的规模报酬最大, 是经济规模报酬增长最快的年代, 这也说明当时的资源配置相对于其它年份而言是最优的, 反映出 1994 年至 1997 年的宏观政策是较合理的.

5 结论

时变弹性系数生产函数模型是 C-D 生产函数的有效推广, 放宽了 C-D 生产函数的两个关键假设. 实际上, 在计量经济学中, 已有许多推广的 C-D 生产函数模型, 比如, 不变替代弹性模型和变替代弹性模型等. 但是这些模型虽然放宽了 C-D 生产函数模型中的假设, 但也引进了新的假设, 而这些假设通常也是不合理的. 我们提出的时变弹性系数生产函数模型, 最大限度地放宽了模型的假设. 通过一个实际应用的例子, 说明了我们模型的合理性. 同时, 利用现代统计学发展起来的新的统计推断方法, 使所提出的模型在实际中可以非常方便的应用.

致谢 作者衷心感谢审稿人提出宝贵的修改意见.

参考文献

- [1] Ahmad I, Leelahanon S, Li Q. Efficient estimation of a semiparametric partially linear varying coefficient model[J]. *Ann Statist*, 2005, 33: 258–283.
- [2] Iwata S, Khan M, Murao H. Sources of economic growth in East Asia: A nonparametric assessment[J]. *IMF Staff Papers*, 2003, 50(2): 157–177.
- [3] Solow R M. Technical change and the aggregate production function[J]. *The Review of Economics and Statistics*, 1957, 39: 312–320.
- [4] Cleveland W S, Grosse E, Shyu W M. Linear regression models[C]// Chambers J M, Hastie T J. *Statistical Models in S*. Wadsworth/Brooks-Cole, Pacific Grove, CA, 1991: 309–376.
- [5] Hastie T J, Tibishirani R J. Varying coefficient models[J]. *J Roy Statist Soc Ser B*, 1993, 55: 757–796.
- [6] Fan J, Gijbels I. *Local Polynomial Modelling and Its Applications*[M]. London: Chapman and Hall, 1996.
- [7] Fan J, Zhang C, Zhang J. Generalized likelihood test statistic and wilks phenomenon[J]. *Ann Statist*, 2001, 29: 153–193.
- [8] Fan J, Yao Q. *Nonlinear Time Series: Nonparametric and Parametric Methods*[M]. New York: Springer-Verlag, 2003.