文章编号:1000-6788(2006)11-0026-07

平行复合实物期权的定价研究

扈文秀,甄士民,樊宏社
(西安理工大学 工商管理学院,西安 710054)

摘要: 借助随机动态规划方法建立了多阶段平行复合实物期权的定价模型,对平行复合实物期权的定价模型进行了探讨,进而对含有平行复合实物期权的投资项目价值进行评价得出:随机动态规划方法是对以一个投资项目为标的资产的平行复合实物期权进行定价的有效工具.

关键词: 实物期权;平行复合;期权定价
中图分类号: F830.59 **文献标志码**: A

Research on the Pricing of the Parallel Compound Real Options

HU Wen-xiu, ZHEN Shi-min, FAN Hong-she
(School of Business Administration, Xi'an University of Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: At present, the research on the pricing of compound real options is mainly limited to casual compound ones. The papers about the pricing of parallel compound real options are very few. The main contribution of this paper is to have put forward a pricing model about the parallel compound real options and to have appraised the value of a investment project with parallel compound real options.

Key words: real options; parallel compound; option pricing

0 引言

构成复合金融期权的多个期权一般是按时间顺序前后排列、相互嵌套的,而且后置期权的生效日期 t_L 为前置期权的执行日期 T_F;前置期权的标的资产的价值是后置期权的价值;后置期权存在的前提和基础是前置期权在其有效期内能够被执行,如果前置期权失效,则所有的后续期权都不存在.这实际上是一种因果复合金融期权.

由于实物期权的定价理论和方法是在金融期权的基础上发展而来,目前复合实物期权概念也是从复合金融期权衍生而来,即指具有上述结构特征的多个实物期权的组合(本文将其称为传统的复合实物期权概念).但是,实物期权相对于金融期权在结构和价值作用上都要复杂得多,如果仅以此来定义复合实物期权的概念,就具有很大的局限性.其具体原因有二:一是传统的复合实物期权概念没有体现出多个实物期权组合的本质特征,而只是提出了复合实物期权的具体形态之一;二是从复合实物期权的复合关系和结构特征来看,在实际中除了上述具有复合金融期权结构的实物期权组合外,还存在着其它一些结构的组合.

目前这方面的主要研究成果有:Trigeorgis(1993)和 Kulatilaka(1995)[2]两人各自研究了存在于同一个投资项目中的多个实物期权的相互作用.Kester[3](1993)则提出了序列增长实物期权能导致协同效应和学习效应;这些研究提出了实物期权间的相互作用,但是没有具体的对复合实物期权进行分类以及定价上的探讨.Rainer Brosch(2001)[8]通过研究实物期权组合特性,对实物期权之间的复合关系进行了定义和分类.他把复合实物期权的复合关系定义为因果复合、时间复合和项目间复合.他提出了平行(即时间)复合实物期权的概念,可是,他没有对这种实物期权进行定价思路和模型的研究.

收稿日期:2005-09-22
资助项目:国家自然科学基金(70371021);西安理工大学科技创新基金(107-210302)

作者简介:扈文秀(1942-),男,河南省长垣县人,管理学博士,西安理工大学工商管理学院副院长、教授、博导,研究方向:金融工程与风险管理;甄士民(1981-),男,河北省蠡县人,西安理工大学工商管理学院硕士研究生,研究领域:金融工程、金融创新与投资管理;樊宏社(1978-),男,陕西省岐山县人,建设银行陕西省分行,研究方向:金融工程与风险管理.

综上所述,系统地研究平行复合实物期权的定价理论与方法已经显得尤为重要. 本文的创新点就是对平行复合实物期权的价值作用原理进行了探讨,然后在此基础上提出了这种期权的定价思路和模型.

1 基本假设

1) 假设在投资项目中所有的实物期权的生效日都为现在时刻 $t=0$,但到期日都不相同. 从而这些实物期权组成的复合实物期权就是平行复合实物期权. 我们把先到期的实物期权称为前置期权,把后到期的实物期权称为后置期权. 这样我们就可以把生效日与第一个到期日之间的时间区间和所有的前置期权和后置期权之间的时间区间都称为一个阶段,并用 $k(k=0,1,\cdots,n)$ 表示,其中 $k=0$ 表示的只是起始点 0 时刻($t=0$ 时刻),这是一种特殊情况. 同时为了本文研究的方便,我们再次假定除 $k=0$ 外的其它所有阶段的时间区间都相同且都等于 1 年.

2) 假设平行复合实物期权的标的资产(即投资项目价值)的运动遵循一个二叉树过程,其相关参数如表 1.

表 1 含平行复合实物期权的投资项目(机会)价值运动的参数

参数	V_0	u	d	p	Δt	r,σ
取值	已知	$e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$	$e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$	$\frac{e^{r\Delta t}-d}{u-d}$	1 年	常数

3) 构成平行复合实物期权的类型一般有规模扩大期权、规模缩小期权、转换期权、放弃期权等,为了研究的方便,本文假定放弃期权只存在于项目投资(或经营)的最后一阶段,其阶段为其他期权. 这种假设是符合实际情况的. 因为投资者不到万不得已的情况下不会放弃此项目的经营,在最后一阶段设置一个放弃期权实际上是给项目的前期投资或经营提供了一个风险防范的措施. 同时本文假定如果执行规模扩大期权,投资项目的价值增加原来的 α 倍,如果执行规模缩小期权,投资项目的价值减少原来的 β 倍.

2 平行复合实物期权的定性研究

平行复合关系是指多个实物期权之间不是相互依赖、互为因果的关系,而是在时间、空间上相互独立的,在地位上平行的关系. 即某个实物期权的存在或执行不会影响其他期权的存在,更不会产生一个新的期权,而某个实物期权的放弃也不会终止其它的任何一个期权. 假如某个投资者投资一个生命期为 5 年的项目,为了增加经营灵活性,他在第 2.5 年初设定了一个看涨期权,其有效期为(T_0, $T_{2.5}$),并且只要此时点上项目的经营环境良好就可以执行它,同时为了对此投资项目进行风险套期保值,他还设定了一个放弃期权,其生效的时间为 T_0,并规定在项目的整个生命期中只要经营环境恶化,并致使项目的收益小于项目的变卖价值就可以执行此放弃期权. 上述项目中的看涨期权与放弃期权之间在地位上是平等的、独立的,它们之间不存在相互的因果产生关系.

根据实物期权的个数,平行复合可分为两阶段平行复合与 n 阶段平行复合;根据实物期权的类型分为看涨平行复合、看跌平行复合与交叉平行复合,其总的类型数目为 2^n 种,其中 n 表示的构成复合实物期权的单个实物期权的个数.

下面我们进行平行复合实物期权的价值分析,以便于总结出其定价思路和模型.

2.1 价值发生作用的方式、途径和机理

构成平行复合实物期权的两个单个实物期权之间在价值上所产生的作用可以从以下两个方面来说明:

一方面,如果投资项目中只有一个实物期权(前期权),则此实物期权的标的资产价值就是投资项目的价值. 从而当给此投资项目设置另一个实物期权(后期权)时,前置期权的标的资产的价值就变成后置期权与项目价值的总和,因此相对于只有前置期权的情形,后置期权的存在显然增加了前置期权的标的资产的价值,从而就必然影响前置期权的价值. 在其它条件相同时,如果前置期权是看涨期权,则标的资产价值的

增加意味着其价值的提高,即后置期权的存在将增加前置期权的价值,它们之间具有正的作用(相对于前期权单独存在的情形);如果前置期权为看跌期权,则标的资产价值的增加意味着其价值的下降,即后置期权的存在将减少前置期权的价值,它们之间具有负的相互作用.

另一方面,由于后置期权的标的资产是投资项目,所以当前置期权的执行可能会改变标的资产的价值,从而影响后置期权的价值.在其它条件相同时,如果前置期权是看跌期权,则该看跌期权的执行将减少后置期权标的资产的价值,从而必然影响后置期权的价值;如果前置期权是看涨期权,则该看涨期权的执行将增加后置期权标的资产的价值,从而,同样也必然影响后置期权的价值.前置期权对后置期权价值影响的正负就要看前置期权与后置期权的类型是否相同,如果它们属于同种类型,则它们之间的作用是正的;如果它们是不同种类型,则它们之间的作用是负的.

从以上可以看出,前置期权的执行对后置期权的价值有影响,后置期权的存在对前置期权的价值起作用,它们之间的作用与影响实质上是相互的,动态的.并且,前置期权对后置期权的价值影响与后置期权对前置期权价值的影响在价值作用的机理和价值传递途径上是相同的,即都是首先通过对其标的资产(投资项目)价值的影响而后作用于对方的.这种实物期权之间的价值作用机理和价值传递途径可以通过图 1 得以清楚的体现.

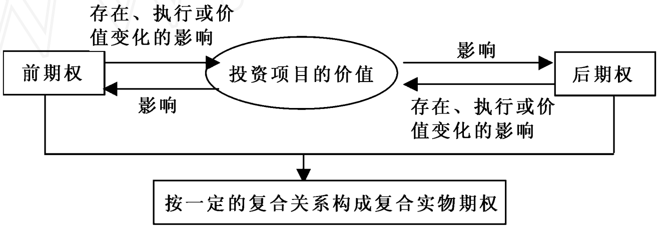

图 1 平行复合实物期权的价值作用机理和途径

2.2 相互作用程度的衡量与平行实物期权的价值确定

一般来说,实物期权之间在价值上相互作用的程度是由这两个实物期权的联合执行概率决定的,联合执行概率越大,它们之间的相互作用越明显;联合执行概率越小,相互作用越不明显.而联合执行概率又经常受到以下四个因素及其综合影响:1) 实物期权的类型是相同的还是相反的;2) 实物期权执行时间之间的时间间隔;3) 实物期权处于升水或贴水的程度;4) 实物期权的排列顺序.比如,两个实物期权如果属于不同的类型(如一个卖权和一个买权),则它们分别在相反的环境(负相关)下最优执行,因此在前置期权执行的条件下执行后置期权的条件概率小于单独执行后置期权的边际概率,因而其相互作用很小.同时再假定这两个实物期权的到期日相等,则此时实物期权之间的相互作用就会全然不存在,因为尽管每一个实物期权单独执行的边际概率为正,但是由于这两个实物期权的类型不同而到期日却相同,所以这两个实物期权的联合执行概率就必然为零,从而它们之间就没有相互作用.

从上面可以看出,实物期权之间相互的、动态的作用及影响与它们的联合执行概率成正比.当联合执行概率为零时,实物期权之间在价值上的作用及影响就不存在,此时复合实物期权的价值可以通过单个实物期权价值的相加得到,从而投资项目的价值就可以确定,但是这一种情况在实际中相对比较少.当联合执行概率不为零时,实物期权之间在价值上就会存在相互作用和影响,此时复合实物期权的价值就不能通过简单的相加而得到,而必须给这些实物期权同时定价.但是由于在实际中,实物期权之间的联合执行概率的确定不是一件容易的事情,因此这就要寻求其它的确定复合实物期权价值的途径和方法.

3 定价思路与定价方法的选择

由前面的价值分析可知,投资项目的期权价值就不是各个阶段实物期权价值的简单加和;由平行复合实物期权的特点可知,对某一阶段实物期权定价时,除要考虑标的资产的价值和本阶段的定价参数外,还要考虑其它所有阶段实物期权的价值情况.

如果一个投资项目(机会)中含有多个平行复合实物期权,就可以认为此投资项目(机会)具有多个相

互平行的或有要求权,那么当对这个项目(机会)进行投资和经营时,投资者必然会在每一个或有决策点处,选择使此项目(机会)的市场价值最大化的方案,如此,当所有的或有决策都做出时,此投资项目(机会)的市场价值必然最大化(假定为 V). 投资项目(机会)含有多个或有要求权,也就等于项目(机会)含有多个投资经营灵活性,那么它的最大化市场价值 V 中就必然包括了这些灵活性价值(多阶段平行复合实物期权的价值). 因此,只要知道此投资项目(机会)的静态现金流价值 V_0,就可以得到多阶段平行复合实物期权价值 $C(C = V - V_0)$. 由于投资项目(机会)的静态现金流价值 V_0 可以通过测算来得到,所以要想求出 C 值,关键的就是要知道投资项目(机会)的最大化市场价值.

随机动态规划方法是解决不确定环境下最优化问题的有力工具,因此本文可以采用随机动态规划的方法来求解投资项目(机会)的最大化市场价值,从而得到平行复合实物期权的价值. 当然在本文的求解过程中,为了表达清楚和直观以及研究的方便,本文还要借助于其它的工具和方法,比如:决策树和二叉树的结合等.

4　平行复合实物期权定价模型的建立

在上面的假定下,结合决策树就可以得出投资项目价值运动的二叉树,见图 2(以含有三个相互平行实物期权的投资项目为例):

在图 2 中,方框表示在实物期权到期日投资者面临的决策节点(也是决策前的项目价值状态点);椭圆表示在实物期权到期日,投资者做出决策后的标的资产(投资项目)的价值所处的状态节点;黑箭头表示投资者在到期日对实物期权的执行;虚箭头表示投资者在到期日对实物期权的放弃;黑斜线分别表示上一阶段实物期权执行后本阶段投资项目价值上下运动的程度和路径;虚斜线分别表示上一阶段实物期权不执行时本阶段投资项目价值上下运动的程度和路径.

由图 2 可以看出:投资项目价值的变化来自两个因素,一是投资项目价值自由的升降,即二叉树模型;二是平行复合实物期权的执行与否对投资项目价值的影响. 同时我们可以看出:随着时间从前一阶段流逝到后一阶段,前一阶段的一种状态情况就会演变成后一阶段的两种状态情况. 在此,我们定义前一阶段的一种状态情况中的各状态节点为父节点,由这些父节点所衍生出的后一阶段中的状态节点为子节点. 父节点和子节点之间是通过决策节点连接起来的.

在对标的资产(投资项目)价值运动的规律分析清楚后,本文就可以推导和定义平行复合实物期权定价模型了.

为了方便阐述,我们先来定义一个向量$[i_1, i_2, \cdots, i_{n-1}, i_n]$. 这个向量是一个 n 维向量,其中各个元素 $i_1, i_2, \cdots, i_{n-1}, i_n$ 的取值为 1 或 0. 当 $i_k(1 \le k \le n) = 1$ 时,它表示在第 n 阶段计算投资项目的市场价值时假设第 k 阶段的实物期权被执行;当 $i_k(1 \le k \le n) = 0$ 表示在第 n 阶段计算投资项目的市场价值时假设第 k 阶段的实物期权没有执行.

接下来,我们来定义随机动态规划中的状态节点、状态变量、状态转移方程、决策节点和决策变量等,这实际上是用随机动态规划求解问题首先要定义的几个变量.

1) 状态变量(节点)和状态转移方程

$S_{[i_1, i_2, \cdots, i_{n-1}, i_n]}(j)$:是状态节点和状态变量,在图 2 中用小椭圆代表.

$S_{[i_1, i_2, \cdots, i_{n-1}, i_n]}(j)$ 表示的意义是在二叉树的第 n 阶段当处于 $j(0 \le j \le n)$ 节点(在二叉树中,节点是从下往上看,比如最下面的节点为 0 节点,最上面的节点为 n 节点),并对第 n 阶段和它以前阶段中的实物期权是否执行做出假定时的投资项目价值所处的空间状态. 在具体的问题的具体阶段、具体维和具体节点中,状态变量和状态节点的下标向量中的个元素都是特定的值(取 1 或 0). 比如 $S_{[1,1,1]}(2)$ 表示假定在第一、二和三阶段的实物期权都执行的情况下,投资项目价值处于二叉树的第三阶段第二个状态节点处(如图 2 中的实心小椭圆).

在本文所要研究的问题中,状态转移的方式是确定的,即总是由处于同一阶段,具有相同父节点的子节点比较取大(具有相同的父节点且有相同的 j 值的两个子节点的比较取大)后回溯(应用二叉树方法计

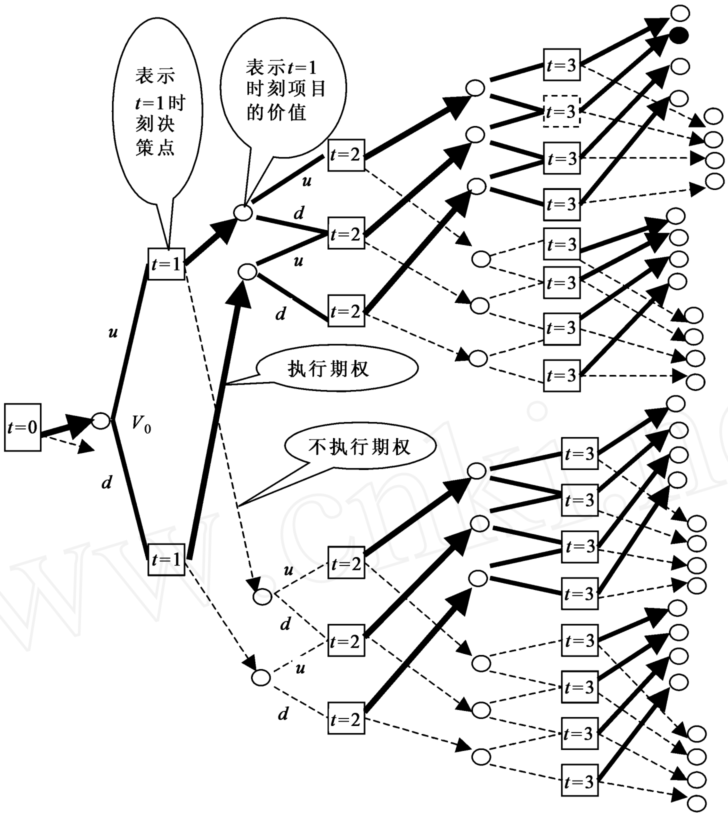

图 2 含平行复合实物期权的投资项目价值运动过程

算回溯) 到父节点,用公式表示是这样的:

$$S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j) \Rightarrow S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1}]}(j),$$

其中,上式状态变量的下标$[i_1, i_2, \cdots, i_{n-1}, i_n]$中的前 $n-1$ 个元素必须具有相同的取值. 取值必须相同意味着当第 n 阶段的状态变量$S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)$转移到第 $n-1$ 阶段时与状态变量 $S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1}]}(j)$能处于相同的维中.

2) 决策变量和决策节点

$S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)$:是指决策节点,在图 2 中用方框代表.

$S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)$表示的意义是在二叉树的第 n 阶段当处于$j(0 \leq j \leq n)$节点,并对第 n 阶段以前阶段中的实物期权是否执行做出假定,而第 n 阶段实物期权是否执行不知道或没有做出假定时的投资项目价值所处的决策节点. 在具体的问题的具体阶段、具体维和具体节点中,决策节点的下标向量中的前 $n-1$ 个元素都是特定的值(取 1 或 0),而第 n 个元素是唯一的变量,它表示在此阶段和维中的具体节点上的决策. 比如:$S^1_{[1,1,i_3]}(2)$表示假定在第一、二阶段的实物期权都执行的情况下,投资项目价值处于二叉树的第三阶段第二个决策节点处(如图 2 中用虚线表示的小方框),此时如果 $i_3=1$,则表示在这个决策节点上决定执行实物期权,从而就由决策节点 $S^1_{[1,1,i_3]}(2)$转向状态节点 $S_{[1,1,1]}(2)$;如果此时 $i_3=0$,则表示在这个决策节点上决定不执行实物期权,从而就由决策节点 $S^1_{[1,1,i_3]}(2)$转向状态节点 $S_{[1,1,0]}(2)$.

决策节点 $S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)$与状态节点或状态变量 $S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)$的差异就是在 $S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)$的下标$[i_1, i_2, \cdots, i_{n-1}, i_n]$中的元素都为常量,而在 $S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)$的下标$[i_1, i_2, \cdots, i_{n-1}, i_n]$中的前 $n-1$ 个元素都是常量,最后一个元素 i_n 是变量.

$U_n(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j))$:表示处于决策节点 $S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)$处的决策变量,它满足下式:$U_n$

$(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)) = i_n = 1$ 或者 $U_n(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)) = i_n = 0$. 当其值取 1 时,表示在决策节点 $S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)$ 处执行实物期权,当其值取 0 时,表示在决策节点 $S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)$ 处不执行实物期权.

3) 价值指标函数

$V_n(U_n(s^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_n]}(j)) = i_n = 1)$ 和 $V_n(U_n(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_n]}(j)) = i_n = 0)$:代表随机动态规划中的指标或价值函数. 其中前者表示在决策点 $S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)$ 决定执行实物期权所导致的在第 n 阶段的特定的维和节点的项目市场价值,即在状态 $S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},1]}(j)$ 处的价值,因此前者还可表示为 $V_n(S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},1]}(j))$;后者表示在决策点 $S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)$ 决定不执行实物期权所导致的第 n 阶段的特定的维和节点的项目市场价值,即在状态 $S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},0]}(j)$ 处的价值,因此后者还可表示为 $V_n(S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},0]}(j))$.

4) 最优价值函数

在上面的定义下,我们就可以得出随机动态规划的最优价值函数:

$$\begin{aligned} f_k(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},i_k]}(j)) &= \max\{V_n, U_n(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_n]}(j)) = i_n = 1), V_n(U_n(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_n]}(j)) = i_n = 0)\} \\ &= \max\{V_k(S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},1]}(j)), V_k(S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},0]}(j))\} \quad (1 \le k \le n) \end{aligned} \tag{1}$$

在上式中 $f_k(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},i_k]}(j))$ 表示从第 n 阶段到第 k 阶段的实物期权最优执行时,项目在决策点 $S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},i_k]}(j)$ 的最大市场价值. 进行比较是具有相同父节点和取同一 j 值的两个子状态节点下的投资项目价值的比较,即在下标中前 $k-1$ 元素取值都相同并且后一个元素分别取值为 1 和 0 的两个状态节点下的项目市场价值的比较.

5) 递推方程

在随机动态规划的最优值函数得到后,就可以写出随机动态规划的递推方程(从后向前倒推). 但是,由于每一阶段的实物期权的类型不一样,从而每阶段的递推方程就不一样. 如果假设第 n 阶段的实物期权是放弃期权或转换期权(假定放弃项目的净收入和转换项目的价值都为 I_n),第 n 阶段以前阶段的实物期权为规模扩大期权(假定增加的投资额为 I_k),则随机动态规划的递推方程组如下:

$$\begin{cases} f_k(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},i_k]}(j)) = \max\{e^{-r} \cdot E \cdot f_{k+1}(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},1,i_{k+1}]}(j)) - I_k, \\ \qquad e^{-r} \cdot E \cdot f_{k+1}(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},0,i_{k+1}]}(j))\} \quad (1 \le k < n) \\ \text{边界条件}: f_n(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)) = \max\{I_n, V_n(S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},0]}(j))\} \end{cases} \tag{2}$$

在这里需要对上述递推方程进行说明的是: ①上面方程组中的符号 E 表示期望,期望值是通过二叉树倒推计算出来的. ②上述方程组中的符号 e^{-r}表示对期望求现值,在本文中由于假设 $\Delta t = 1$ 年,因此可以近似的认为 $e^{-r} = 1/(1+r)$. 但是,如果 Δt 划分的很小并且在 1 年当中有很多次复利计算时,则不能这样近似. ③在上面方程组的第一个等式中,等式左边的 $f_k(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},i_k]}(j))$ 所在决策点的下标中的第 k 元素不是变量,也不取特定的值,它只是一个符号,表示计算过程处于第 k 阶段,前 $k-1$ 个元素的取值与等式右边的 $f_{k+1}(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},1,i_{k+1}]}(j))$ 和 $f_{k+1}(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},0,i_{k+1}]}(j))$ 所在决策点的下标中的前 $k-1$ 个元素都为常量且它们的对应值必须完全相同. $f_{k+1}(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},1,i_{k+1}]}(j))$ 和 $f_{k+1}(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},0,i_{k+1}]}(j))$ 所在决策点的下标中的第 $k+1$ 个元素在第 k 阶段同样只是个符号而已,表示计算过程处于第 $k+1$ 阶段.

如果第 n 阶段以前阶段的某个阶段的实物期权不是规模扩大期权,而是规模缩小期权(假定缩小的规模也为 I_k),则上述随机动态规划的递推方程组中的第一个等式只要在本阶段的方程式分别变成式(3)即可(边界条件、在其它阶段的方程式以及上述的其它规定不发生变化):

$$\begin{aligned} f_k(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},i_k]}(j)) = \max\{ & e^{-r} \cdot E \cdot f_{k+1}(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},1,i_{k+1}]}(j)) + I_k, \\ & e^{-r} \cdot E \cdot f_{k+1}(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{k-1},0,i_{k+1}]}(j))\}. \end{aligned} \tag{3}$$

如果第 n 阶段的实物期权是规模扩大期权或规模缩小期权(假定扩大和缩小的规模都为 I_n),则上述随机动态规划的递推方程中的第二个方程式或边界条件就分别变为式(4)和(5):

$$f_n(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)) = \max\{V_n(S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},1]}(j)) - I_n, V_n(S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},0]}(j))\}, \tag{4}$$

$$f_n(S^1_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},i_n]}(j)) = \max\{V_n(S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},1]}(j)) + I_n, V_n(S_{[i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},0]}(j))\}. \tag{5}$$

5 结束语

目前关于复合实物期权的定价研究主要局限于因果复合实物期权,对于平行复合实物期权的定价研究还不多见.本文的主要贡献就是借助随机动态规划方法建立了多阶段平行复合实物期权的定价模型,进而对含有平行复合实物期权的投资项目价值进行评价.通过本文的分析,我们得出:随机动态规划方法是对以一个投资项目为标的资产的平行复合实物期权进行定价的有效工具.

平行复合实物期权定价模型的应用前景十分广阔,它不仅可以用于分阶段投资的项目评估中,而且可以用于含有多阶段或有要求权的任何工程与非工程项目中,只要前一阶段的选择权会使后一阶段的选择产生一个实物期权(或有要求权),且它们之间是一种平行复合的关系就可以借鉴我们这里的模型.这样的项目在石油、天然气、煤炭等资源开采行业,分阶段 R&D 领域,以及其他涉及多阶段决策的领域大量存在.但是,在应用这些模型时还需要注意使其成立的前提假设条件,若偏离这些条件其计算结果可能会出现误差甚至较大的误差.要使实物期权的理论模型能够完全与实际吻合还有很长的路要走,这也正是我们今后研究的方向.

参考文献:

[1] 宋逢明. 金融工程原理[M]. 北京:清华大学出版社,1999:84 - 98.
Song Fengming. The Principle of Financial Engineering[M]. Beijing: Tsinghua University Press,1999:84 - 98.

[2] 约翰 赫尔. 期权、期货和其它衍生产品[M]. 北京:华夏出版社,2000:204 - 226.
John Hall. Options Futures and Other Derivatives[M],Beijing: Huaxia Press, 2000:204 - 226.

[3] 陈信华. 金融衍生工具[M]. 上海:上海财经大学出版社,2004:313 - 350.
Chen Xinhua. Financial Derivatives[M], Shanghai: The Press of Shanghai University of Finance and Economics, 2004: 313 - 350.

[4] Cassimon D, Engelen P J, Thomassen L,Van Wouwe M. The valuation of a NDA using a 6-fold compound option[J]. Research Policy, 2004,33:41 - 51.

[5] Trigeorgis L. Real options and interaction with financial flexibility[J]. Financial Management, Autumn, 1993a: 202 - 224.

[6] Lenos Trigeorgis. The nature of option interactions and the valuation of investments with multiple real options[J]. Journal of Financial Quantitative Analysis,1993,28(1):1 - 20.

[7] 郑德渊. 基于跳跃过程的复合期权定价模型[J]. 中国管理科学,2004,12(1):15 - 19.
Zheng Deyuan. Compound option model based on jump process[J]. Chinese Journal of Management Science,2004,12(1):15 - 19.

[8] Hemantha S B,Herath, Chan S. Park. Multi-stage capital investment opportunities as compound real options[J]. The Engineering Economist, 2002,47(1):1 - 27.

[9] Geske R. The valuation of compound options[J]. Journal of Financial Economics,1979,7(1):63 - 81.

[10] Lin W T. Computing a multivariate normal integral for valuing compound real option[J]. Review of Quantitative Finance and Accounting, 2002,18(22):185 - 209.

[11] Buraschi A, Dumas B. The forward valuations of compound option[J]. Journal of Derivatives,2001,9:8 - 17.

[12] Geman H, EI Karoui N, Rochet J C. Changes of numeraire, changes of probability measure and option pricing[J]. Journal of Applied Probability, 1995,32:443 - 458.

[13] Elettra A,Rossella A. A generalization of the Geske formula for compound options[J]. Mathematical Social Sciences, 2003,45:75 - 82.

[14] Herath H S B,Park C S. Multi-stage capital investment opportunities as compound real options[J]. The Engineering Economist, 2002,47(1):1 - 27.

[15] 张宗成,戚道安. 创业投资定价模型的推导[J]. 华中科技大学学报, 2002,30(7):83 - 88.
Zhang Zongcheng, Qi Daoan. The derivation of valuation model for venture capital[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology,2002,30(7):83 - 88.

(下转第 115 页)

由实例分析结果可见,MARMA 模型结构简单,易于建模,条件分布具有多峰分布的特征并能描述条件异方差,能以较少的参数得到良好的预报效果.

参考文献:

[1] Le N D, Martin R D, Raftery A E. Modeling flat stretches, bursts, and outliers in time series using mixture transition distribution models[J]. Jurnal of the American Statistical Association, 1996, 91: 1504 - 1515.

[2] Wong C S, Li W K. On a mixture autoregressive model[J]. J. R. Statist. Soc. B, 2000, 62: 95 - 115.

[3] Benes V E. Existence of finite invariant measures for markov processes[J]. Proceedings of the American Mathematical Society, 1967, 18: 1058 - 1061.

[4] Louis T A. Finding the observed information matrix when using the EM algorihhm[J]. J. R. Statist. Soc. B, 1982, 44: 226 - 233.

[5] 茆诗松, 王静龙, 濮小龙. 高等数理统计[M]. 北京:高等教育出版社, 1998.
Mao Shisong, Wang Jinglong, Pu Xiaolong. Advanced Mathematical Statistics[M]. Beijing: China Higher Education Press; Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1998.

[6] Box G E P, Jenkins G M, Reinsel G C. Time Series Analysis: Forecasting and Control[M]. 3rd edt, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1994.

[7] 项静恬, 杜金观, 史久恩. 动态数据处理 ——时间序列分析[M]. 北京: 气象出版社, 1986.
Xiang Jingtian, Du Jinguan, Shi Jiuen. Dynamic Data Processing - Time Series Analysis[M]. Beijing: Weather Press, 1986.

[8] Tong H. Non-linear Time Series[M]. New York: Oxford University Press, 1990.

(上接第 32 页)

[16] 郑德渊, 李湛. 基于不对称性风险的复合期权定价模型[J]. 系统工程理论与实践, 2003, 2: 14 - 18.
Zheng Deyuan, Li Zhan. Study on compound option model based on a symmetric volatilities[J]. Systems Engineer - Theory & Practice, 2003, 2: 14 - 18.

[17] Rainer Brosch. Portfolio-aspects in the options management[R]. Working Paper Series: Finance & Accounting, 2001, 66(2): 1 - 22.

[18] 焦媛媛, 韩文秀, 杜军. 投资项目中的实物期权及其相互作用[J]. 石家庄经济学院学报, 2003, 26(2): 146 - 152.
Jiao Yuanyuan, Han Wenxiu, Du Jun. Real options and their interaction in the investments[J]. The Journal of Shijiazhuang University of Economics, 2003, 26(2): 146 - 152.