

文章编号:1000-6788(2006)01-0141-03

语言值加权综合决策

李德清

(石家庄机械化步兵学院,河北 石家庄 050083)

摘要: 定义了一种语言值之间的运算法则,进而给出了语言值加权综合决策模型.该模型具有数值可加型标准综合函数所具有的性质,即单调性、有界性和幂等性.实例表明该模型对处理语言值的多因素决策问题能得到比较合理的结果.

关键词: 语言值;权重;综合决策

中图分类号: O159

文献标识码: A

Weighted Synthesis Decision Making Debased on Linguistic Value

LI De-qing

(Shijiazhuang Mechanized Infantry Academy, Shijiazhuang 050083, China)

Abstract: An operation between linguistic values is proposed. Furthermore, a weighted synthesis decision making model debased on linguistic value is given. This model occupies some properties of additive standard synthesis function, namely, monotonic, limited and idempotent. Example shows that this model is reasonable in dealing with multi-factor decision making under linguistic preferences.

Key words: linguistic value; weight; synthesis decision making

1 引言

在多因素决策问题中,由于受决策者知识结构和个人偏好等因素的影响,以及事物本身的模糊性和不确定性,对各因素状态值的描述有时很难用精确的数值给出,因而决策者更喜欢用诸如“大多数”、“很好”等语言表达自己的意见.另外,随着人工智能技术的不断发展,决策支持系统已在决策过程中起着越来越重要的作用.众所周知,决策支持系统要满足的一个基本要求是便于决策者使用,如要求直观、界面友好等.因为决策者一般倾向于用语言表达自己的意见,所以用语言值构建的决策支持系统就能很好的满足上述要求^[1].但是,语言值决策系统的完成必须有成型的语言值决策模型作为基础,因而如何建立基于语言值的决策模型也就成了众多学者感兴趣的研究课题.建立语言值决策模型主要有以下两种方法:一是利用 Zadeh 教授在[2]中引入的语言量化算子(linguistic quantifier)将语言值转化为相应的模糊数.如李洪兴教授利用模糊数方法研究了概念的内涵和外延、表现外延、反馈外延以及它们之间的相互转换,这为研究基于语言值的决策问题提供了一种有效的工具^[3~7];再就是将语言值视为变量,通过在语言值之间定义运算法则而直接建立基于语言值的决策模型^[8,9].本文采用第二种方法,首先定义一种新的语言值运算法则,然后建立语言值加权综合决策模型.

2 语言值的运算

设语言值集合为 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_m\}$, 集合中元素为语言值,元素个数 m 为奇数,一般取 9 个或 11 个,最多不超过 13 个.另外集合 S 还要求具有以下特点^[8]: 1) 集合中的元素是有序的,即如果 $i < j$, 有 $s_i < s_j$; 2) 在 S 上存在一个负算子 N , 满足 $N(s_i) = s_j$, 其中 $j = m - i$; 3) 存在一个取大算子 \max , 当 $s_i < s_j$ 时, $\max(s_i, s_j) = s_j$; 4) 存在一个取小算子 \min , 当 $s_i < s_j$ 时, $\min(s_i, s_j) = s_i$.

收稿日期:2004-08-11

作者简介:李德清(1965 -),男,江西萍乡人,副教授,硕士,研究方向:模糊系统理论与模糊决策.

在上述语言值集合上我们定义语言值运算法则如下:设 $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$, 则 $M(\alpha, s_i; (1-\alpha), s_j) = \alpha s_i \oplus (1-\alpha) s_j = s_k$, 这里 $k = \min(i, j) + r(|i-j|)$, 其中 $r(\cdot)$ 为常见的四舍五入算子. 也可取 $k = \max(i, j) - r(|i-j|)$, 其中 $r(\cdot)$ 为常见的四舍五入算子. 它们各有侧重, 针对不同的决策问题可以选择不同的运算方式.

3 基于语言值的加权综合决策模型及其性质

对某一决策问题, 设 U 为备择方案集, f_1, f_2, \dots, f_n 为与之有关的因素, $W = (w_1, \dots, w_m)$ 为因素的权重向量, $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. 对某一方案 u , 各因素的状态值用语言值表示为 p_1, p_2, \dots, p_n . 利用前面定义的语言值运算法则, 方案 u 的加权综合决策值定义如下:

$$M(w_1, p_1; \dots; w_n, p_n) = w_1 p_1 \oplus w_2 p_2 \oplus \dots \oplus w_n p_n = w_1 p_1 \oplus (1 - w_1) M(p_2, p_2; \dots; p_n, p_n) \tag{1}$$

其中 $w_h = w_h / \sum_{k=2}^n w_k, h = 2, \dots, n$.

上述语言值加权综合决策模型具有以下性质:

定理 1(单调性) 设 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n), B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$, 其中 $a_i \leq b_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 则 $M(w_1, a_1; \dots; w_n, a_n) \leq M(w_1, b_1; \dots; w_n, b_n)$.

证明 用数学归纳法. $n = 2$ 时, 不妨设 $a_1 = s_i, a_2 = s_j, b_1 = s_p, b_2 = s_q$, 满足 $s_i \leq s_p, s_j \leq s_q$, 因此 $i \leq p, j \leq q, M(a_1, a_2) = w_1 a_1 \oplus (1 - w_1) a_2 = s_k, k = \min(i, j) + r(|i - j|)$, 其中 $r(\cdot)$ 为 $\max(s_i, s_j)$ 的权重; 而 $M(b_1, b_2) = w_1 b_1 \oplus (1 - w_1) b_2 = s_l, l = \min(p, q) + r(|p - q|)$, $r(\cdot)$ 为 $\max(s_p, s_q)$ 的权重. 要证明 $s_k \leq s_l$, 只需证明 $k \leq l$. 分以下几种情形讨论:

1) 若 $\min(i, j) = \min(p, q)$, 此时 $i \leq p$ 且 $|i - j| \leq |p - q|$, 因此 $k \leq l$ 成立.

2) 若 $\min(i, j) > \min(p, q)$, 并且 $\min(i, j) \leq \max(p, q)$, 此时 $l = \min(p, q) + r(|p - q|) \leq \max(p, q) \leq \min(i, j) + k$

3) 若 $\min(i, j) > \min(p, q)$, 并且 $\min(i, j) < \max(p, q)$, 则此时必有 $i \leq p$. 不妨设 $p < i < q < j$, 则 $k = i + r(j - i), l = p + r(q - p) = p + r(q - i) + r(i - p)$. 如果 $r(\cdot) = 1$, 则 $k = j, l = q$, 结论显然成立, 故假定 $0 < r < 1$. 下面我们再分如下几种情形讨论:

i) $(q - i)$ 和 $(i - p)$ 的小数部分至少有一个不小于 0.5, 则

$$p + r(q - i) + r(i - p) \leq p + r(q - i) + r(i - p) \leq p + r(j - i) + i - p = k$$

ii) $(q - i)$ 和 $(i - p)$ 的小数部分均小于 0.5, 则 $l \leq p + r(q - i) + r(i - p) + 1$, 而

$$r(i - p) \leq i - p - 1, \text{ 所以 } l \leq p + r(q - i) + i - p = i + r(j - i) = k$$

由上可知 $n = 2$ 时结论成立. 假定 $n = k - 1$ 时成立, 下证 $n = k$ 时也成立. 事实上,

$$\begin{aligned} M(w_1, a_1; \dots; w_k, a_k) &= w_1 a_1 \oplus w_2 a_2 \oplus \dots \oplus w_k a_k \\ &= w_1 a_1 \oplus (1 - w_1) M(a_2, a_2; \dots; a_k, a_k); \\ M(w_1, b_1; \dots; w_k, b_k) &= w_1 b_1 \oplus w_2 b_2 \oplus \dots \oplus w_k b_k \\ &= w_1 b_1 \oplus (1 - w_1) M(b_2, b_2; \dots; b_k, b_k). \end{aligned}$$

其中 $w_h = w_h / \sum_{i=2}^k w_i, h = 2, \dots, k$. 由归纳假设知 $M(a_2, a_2; \dots; a_k, a_k) \leq M(b_2, b_2; \dots; b_k, b_k)$, 因此有 $M(w_1, a_1; \dots; w_k, a_k) \leq M(w_1, b_1; \dots; w_k, b_k)$. 证毕.

利用数学归纳法还可以证明

定理 2(有界性) 设 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, 则 $\min_i(a_i) \leq M(w_1, a_1; \dots; w_n, a_n) \leq \max_i(a_i)$.

定理 3(幂等性) 设 $A = (a, a, \dots, a)$, 则 $M(w_1, a; \dots; w_n, a) = a$.

李洪兴教授在[7]中讨论了一类重要的关于数值变量的综合决策模型—可加型标准综合函数,即综合函数满足单调性、有界性和连续性.上述性质说明模型(1)可以看作是一种语言值可加型标准综合函数.

4 实例分析

设某学员队进行军事科目的毕业考试,由 5 位教授评委打分.因为评委来自不同的专业,所以给他们不同的权重,假定分别为 0.25,0.2,0.2,0.2,0.15.评委用语言值进行打分,设语言值集合为 $S = \{s_8, s_7, s_6, s_5, s_4, s_3, s_2, s_1, s_0\} = \{\text{非常优秀, 优秀, 很好, 较好, 一般, 较差, 差, 很差, 特差}\}$,共九个级别,三个学员的得分情况如下:

学员甲: {优秀, 很好, 很好, 一般, 较好} = $\{s_7, s_6, s_6, s_4, s_5\}$;

学员乙: {很好, 较好, 优秀, 一般, 一般} = $\{s_6, s_5, s_7, s_4, s_4\}$;

学员丙: {很好, 一般, 很好, 很好, 较差} = $\{s_6, s_4, s_6, s_6, s_3\}$.

由语言值加权综合决策模型 1) 可得三个学员的最后得分为:学员甲: s_6 , 即很好;学员乙: s_5 , 即较好;学员丙: s_5 , 即较好.由此可知学员甲的成绩最好,学员乙和学员丙的成绩相当.

5 结论

本文通过定义一种新的语言值运算法则,给出了一个解决多因素决策问题的语言值加权综合决策模型.该模型既直观,又便于电脑计算,特别是还具有数值可加型标准综合函数所满足的性质,即单调性、有界性和幂等性,因此,可以认为这是一个既不失科学性,也很实用的决策模型.

参考文献:

- [1] Fedrizzi M, et al. An interactive multi-user decision support system for consensus reaching process using fuzzy logic with linguistic quantifiers [J]. Decision Support Systems, 1988, 4: 313 - 327.
- [2] Zadeh L A. A computational approach to fuzzy quantifiers in natural languages [J]. Comput. Math. Appl. 1983, 9: 149 - 184.
- [3] 李洪兴. 因素空间理论与知识表示的数学框架() [J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 1996, 32(4): 452 - 459.
Li H X. Factor spaces and mathematical frame of knowledge representation () [J]. Journal of Beijing Normal University (Natural Science), 1996, 32(4): 452 - 459.
- [4] 李洪兴. 因素空间理论与知识表示的数学框架() [J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 1997, 33(2): 151 - 157.
Li H X. Factor spaces and mathematical frame of knowledge representation () [J]. Journal of Beijing Normal University (Natural Science), 1997, 33(2): 151 - 157.
- [5] 李洪兴. 因素空间理论与知识表示的数学框架() [J]. 系统工程学报, 1996, 11(4): 7 - 16.
Li H X. Factor spaces and mathematical frame of knowledge representation () [J]. Journal of Systems Engineering, 1996, 11(4): 7 - 16.
- [6] 李洪兴. 因素空间理论与知识表示的数学框架() [J]. 系统工程学报, 1997, 12(4): 30 - 38.
Li H X. Factor spaces and mathematical frame of knowledge representation () [J]. Journal of Systems Engineering, 1997, 12(4): 30 - 38.
- [7] 李洪兴. 因素空间理论与知识表示的数学框架() [J]. 系统工程学报, 1999, 14(1): 1 - 8.
Li H X. Factor spaces and mathematical frame of knowledge representation () [J]. Journal of Systems Engineering, 1999, 14(1): 1 - 8.
- [8] Herrera F, et al. A sequential selection process in group decision making with a linguistic assessment approach [J]. Information Sciences. 1995, 85: 223 - 239.
- [9] Herrera F, et al. A model of consensus in group decision making under linguistic assessments [J]. Fuzzy Sets and System, 1996, 78: 73 - 87.