

# 基于 Taylor 和 Pade 能逼近的滞后系统 IMC - PID 研究

尹先斌, 周有训

(广州华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

**摘要:** 针对一阶加纯滞后过程, 对滞后项分别进行 Taylor 逼近、一阶 Pade 逼近、二阶 Pade 逼近和全通逼近, 设计出基于内模原理的 PID 反馈控制器, 对其参数整定进行分析, 并进行仿真实验, 评价了各种 PID 控制器的适用情况。

**关键词:** 内模控制; Pade 逼近; 鲁棒性能; PID 控制器

**中图分类号:** TP271.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-855X(2006)02-0076-06

## Taylor and Pade IMC - PID

YIN Xian-bin, ZHOU You-xun

(College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology Guangzhou, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** For the first-order plus dead-time process, the dead-time part is carried on with Taylor approximation, first-order Pade approximation, second-order Pade approximation and all-pass approximation respectively to design PID feedback controllers based on internal model principle. The modification of controllers parameters is analyzed and simulation test is done. A comment is made on the application of various PID controllers.

**Key words:** internal model control; Pade approximation; Robustness; PID controller

## 0 引言

PID 控制器是工业控制中广为使用的控制器。据调查, 90% 以上的工业控制回路都是 PID 型的<sup>[1]</sup>。PID 结构简单, 容易实现, 鲁棒性和控制效果好。但是, 正是由于 PID 结构简单, 其调节就比较困难。Garcia 和 Morari 于 1982 年提出了内模控制 (IMC)<sup>[2]</sup>, 这一结构的美妙之处是能将 PID 控制, Smith 预估控制, 确定性线性二次最优反馈控制和多种预测控制等归纳在同一架构之下<sup>[3]</sup>。内模控制主要的设计方法有零极点相消法、预测控制法和有限拍法。IMC 与 PID 控制一样已经具有能够在生产实际中大量应用的几个特征: 结构和设计简便, 调节参数少且调整方向明确, 所以, IMC 有望成为与 PID 互为补充, 大量应用于工程实际的一种行之有效的控制手段<sup>[4]</sup>。

Rivera<sup>[5]</sup>, Morari 和 Zafriou<sup>[6]</sup>等, 针对时滞的过程模型, 使用了一阶 Pade 逼近, 使用二阶 IMC 控制器设计, 导出了基于 IMC 思想的 PID 控制器设计方法, 它只需整定一个参数, 其整定参数直接与闭环响应速度和控制回路的鲁棒性有关。龚晓峰<sup>[7]</sup>等使用非对称的二阶 Pade 近似, 对时滞系统的 PID 控制器内模整定方法进行了扩展, 提出了新的 IMC - PID 控制器参数整定公式, 龚剑平<sup>[8]</sup>等对此又进行了改进, 弥补了整定方法中的不足。本文针对一阶加纯滞后系统, 使用 Taylor 逼近、一阶 Pade 逼近、二阶 Pade 逼近和全通逼近来设计基于内模原理的 PID 控制器, 并对四类不同的 PID 实现进行了比较, 分析了控制器参数整定的影响因素。在模型匹配和模型失配两种情况下, 对一阶加纯滞后闭环反馈系统进行了仿真实验, 得出了四

收稿日期: 2005-06-15.

第一作者简介: 尹先斌 (1980.7~), 男, 硕士研究生. 主要研究方向: PID 控制, 智能控制.

E-mail: peteryin0710@yahoo.com.cn

类实现的适用情况.

### 1 IMC 与 PID 控制器

传统的反馈控制系统,即 PID 控制系统,以内模结构表示为图 1 的形式. 其中,  $G_c(s)$  是反馈控制器的传递函数,  $G_p(s)$  是过程的传递函数,  $G_M(s)$  是模型的传递函数, 虚线框  $G_{IMC}(s)$  是内模控制器的传递函数.

由图 1 可以得到反馈控制与内模控制的关系为:

$$G_{IMC}(s) = \frac{G_c(s)}{1 + G_M(s)G_c(s)} \tag{1}$$

$$G_c(s) = \frac{G_{IMC}(s)}{1 - G_M(s)G_{IMC}(s)} \tag{2}$$

若图 1 中的模型和过程匹配, 即,  $G_M(s) = G_p(s)$ , 则图 1 可以等效为图 2 的形式.  $G_c(s)$ ,  $G_p(s)$ ,  $G_M(s)$  和  $G_{IMC}$  与图 1 中的定义一样.

由图 2 可得等效的反馈控制系统中控制器的传递函数就是式(2).

按照 Garcia 和 Morari 的内模控制器设计过程, 将过程模型表示为  $G_{M+}$   $G_{M-}$  的形式,  $G_{M+}(s)$  包含模型中不稳定的部分和纯滞后的部分, 若过程只包含稳定环节和滞后环节, 通常取  $G_{M+} = e^{-\tau s}$ . 由内模原理,  $G_{IMC}(s) = G_{M-}^{-1}(s)GF(s)$  代入(2)式得:

$$G_c(s) = \frac{G_{M-}^{-1}(s)G_F(s)}{1 - G_F(s)e^{-\tau s}} \tag{3}$$

这里,  $G_F(s)$  是一个低通滤波器的传递函数, 一般表示为  $G_F(s) = \frac{1}{T_f s + 1}$ ,  $T_f$  是滤波器的滤波系数, 则(3)式变为:

$$G_c(s) = \frac{G_{M-}^{-1}(s)}{T_f s + 1 - e^{-\tau s}} \tag{4}$$

### 2 内模控制的 PID 近似实现

下面对一类一阶加纯滞后过程进行研究, 过程模型中  $G_{M+}(s) = K/(Ts + 1)$ . 对纯滞后项  $e^{-\tau s}$  分别进行 Taylor 逼近, 一阶 Pade 逼近, 二阶 Pade 逼近以及全通逼近, 并设计出等效的反馈控制器.

#### 2.1 纯滞后项 Taylor 逼近

对纯滞后项进行 Taylor 展开, 取一阶近似有  $e^{-\tau s} = 1 - \tau s$ , 代入(4)式得等效的单位反馈控制器的传递函数为:

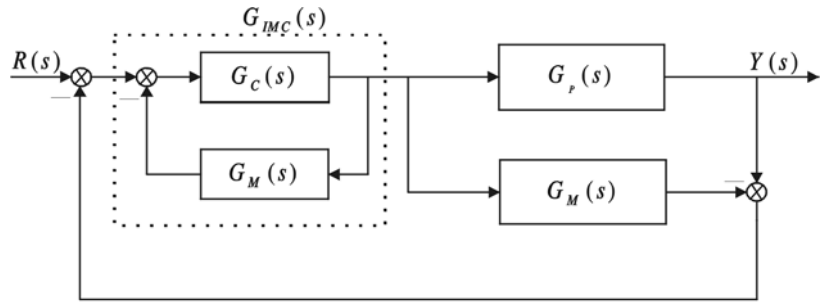


图1 内模控制和反馈控制的关系  
Fig.1 The relation between internal model control and feedback control

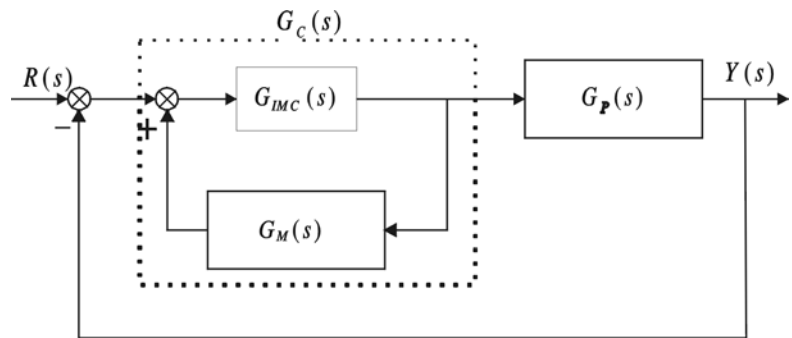


图2 等效的内模控制图  
Fig.2 The figure of equivalent internal model control

$$G_c(s) = \frac{Ts+1}{K(T_f s + \tau s)} = \frac{T}{K(T_f + \tau)} \left(1 + \frac{1}{T_s}\right) \quad (5)$$

由(5)式可以看出,等效的单位反馈控制器具有PI控制器的形式,所以可以采用一个PI控制器来作为等效的反馈控制器,构成反馈控制系统.这里选取PI控制器  $G_{PI}(s) = k_p(1 + 1/T_i s)$ ,  $k_p$  是比例系数,  $T_i$  是积分时间系数.与上面的(5)式进行比较得:

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{T}{K(T_f + \tau)} \\ T_i &= T \end{aligned} \quad (6)$$

由此可以看出,当一阶加纯滞后的内模控制系统的对象模型一旦确定,等效的PI控制器的参数选择中只有比例系数与低通滤波器的选取有关,而积分时间系数是由过程的参数来确定的.

## 2.2 纯滞后项一阶Pade逼近

对纯滞后项进行一阶Pade逼近,有  $e^{-\tau s} = (1 - 0.5\tau s)/(1 + 0.5\tau s)$ ,代入(4)式,最终得出等效的单位反馈控制器

$$\begin{aligned} G_c(s) &= \frac{(Ts+1)(0.5\tau s+1)}{K(T_f + \tau)s\left(\frac{0.5\tau T_f}{T_f + \tau}s + 1\right)} \\ &= \frac{T+0.5\tau}{K(T_f + \tau)} \left[1 + \frac{1}{(T+0.5\tau)s} + \frac{0.5T\tau s}{(T+0.5\tau)}\right] \cdot \frac{1}{\frac{0.5\tau T_f}{T_f + \tau}s + 1} \end{aligned} \quad (7)$$

这是一个带低通滤波器的PID调节器,所以可以用一个带低通滤波器的PID调节器来组成单位反馈控制系统.选取这个反馈控制器为:

$$G_{PID}(s) = \bar{k}_p \left(1 + \frac{1}{\bar{T}_i s} + \bar{T}_d s\right) \cdot \frac{1}{\bar{T}_f s + 1} \quad (8)$$

与(7)式对比得带低通滤波器的PID调节器的参数整定式子是

$$\begin{aligned} \bar{k}_p &= \frac{T+0.5\tau}{K(T_f + \tau)} \\ \bar{T}_i &= T+0.5\tau \\ \bar{T}_d &= \frac{0.5T\tau}{T+0.5\tau} \\ \bar{T}_f &= \frac{0.5\tau T_f}{T_f + \tau} \end{aligned} \quad (9)$$

$\bar{K}_p, \bar{T}_i$  和 Taylor 逼近的  $\bar{K}_p, \bar{T}_i$  定义类似,  $\bar{T}_d, \bar{T}_f$  分别是PID调节器的微分时间参数和滤波系数.和 Taylor 逼近相比, Pade 逼近的等效反馈控制器是增加了微分环节和一个低通滤波器,可以有效的改善过程的动态性能.通过适当的选取滤波系数  $T_f$ , 能使过程取得好的性能指标和鲁棒性能.

设标志时滞系统时滞大小的无量纲时间参数  $\delta = \tau/T$ , 由(9)得

$$\bar{k}_p * K = \frac{1+0.5\delta}{\frac{T_f}{T} + \delta} \quad (10)$$

$$\frac{\bar{T}_f}{T_f} = \frac{0.5}{\frac{T_f}{\tau} + 1} \quad (11)$$

由此可以看出,对于 Taylor 和 Pade 逼近,等效的PID控制器的比例参数的选取不仅和  $\delta$  有关,和  $T_f/T$  的选取也有关系,PID控制器的滤波系数与内模控制器的滤波系数之比  $\bar{T}_f/T_f$  由  $T_f/\tau$  给出,  $T_f/\tau$  是决定闭环系统响应曲线形状的参数<sup>[6]</sup>.控制器参数的整定不仅要兼顾鲁棒稳定性和鲁棒性能,还要考虑控制器

的非脆弱性,即控制器参数发生微小摄动时,仍能保证闭环系统稳定,Silva 等<sup>[9]</sup>对此进行了研究,得出了滤波系数  $T_f$  的取值规律如下:

**2.3 滞后项二阶 Pade 逼近**

龚晓峰对滞后项进行二阶 Pade 逼近,得出了等效的 PID 控制器,龚剑平对其结论进行了改进.改进的 PID 控制器算法参见文献[10].

**2.4 纯滞后项全通逼近**

若对象的纯滞后部分采用全通逼近,即  $e^{-\tau s} = (1 - \alpha\tau s)/(1 + \alpha\tau s)$ ,滤波器采用  $G_f(s) = \omega_c/(s + \omega_c)$ ,选取等效的 PID 反馈控制器的传递函数如下<sup>[12]</sup>:

$T_f/\tau$	$\delta$
0.1	(0.36, $\infty$ )
0.25	(0.37, $\infty$ )
0.5	(0.41, $\infty$ )
1	(0.50, $\infty$ )

$$G_c(s) = (k_p + \frac{k_i}{s}) (\frac{1 + T_d s}{1 + v T_d s}) \tag{12}$$

得 PID 控制器的参数调整规律是

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{\omega_c T v}{K} \\ k_i &= \frac{\omega_c v}{K} \\ T_d &= \alpha \tau \end{aligned} \tag{13}$$

其中

$$\begin{aligned} \omega_c &= \frac{2\sin\theta\cos\theta + \sqrt{1 - 4\sin^4\theta}}{1 - 4\sin^2\theta} \cdot \frac{2\theta}{\tau} \\ v &= \frac{1}{1 + 2\alpha\omega_c\tau} \\ \alpha &= \frac{\tan\theta}{2\theta} \quad \theta = \frac{\omega_g\tau}{2} \quad (\omega_g \text{ 是设定的增益交界频率,通常 } \omega_g\tau < \pi/3) \end{aligned}$$

全通逼近是一阶 Pade 逼近的特例,它所对应的 PID 控制器参数的调整与  $\theta$  值的选取有关.  $\theta$  值的选取影响系统的增益交界频率,因此 PID 控制器可以通过调节  $\theta$  值来达到期望的相位裕量和闭环截止频率,从而获得更好的过程相对稳定性和滤波性能.

**3 仿真实验**

对于一阶加纯滞后过程,取标称参数  $T=1, K=1, \tau=1$ ,以及  $\tau=0.2$  和  $\tau=2$ ,其它两个参数不变的情况下,分别对这三个过程按 Taylor 逼近,一阶 Pade 逼近 (FPade),二阶 Pade 逼近 (SPade) 和全通逼近 (Allp) 来仿真.在模型匹配和模型失配(最坏情况)两种情况下,过程的阶跃响应结果分别见如图 3,图 4 和图 5.

由以上阶跃响应曲线可以得出以下几点结论:

- 1) Taylor 逼近所用的 PI 控制器只适用于时滞比较小的过程,对于时滞大的过程,超调大,调节时间长,甚至可能导致不稳定,在模型失配的情况下只适用于标称过程;
- 2) 一阶 Pade 逼近所对应的 PID 控制器对于时滞小的系统,超调比较大,它在时滞特别大的过程中能获得很好的性能;
- 3) 非对称二阶 Pade 逼近所对应的 PID 控制器在大时滞过程中具有调节时间短,超调小等优点,而在时滞小的过程中调节时间相对其它逼近长一些,但在模型失配下的超调比较大;
- 4) 全通逼近适用于任何时滞的过程,所对应的 PID 控制器能获得好的阶跃响应特性,即便是在最坏的工况下也具有良好的动态性能.相对于前面的控制器,它更具有通用性.

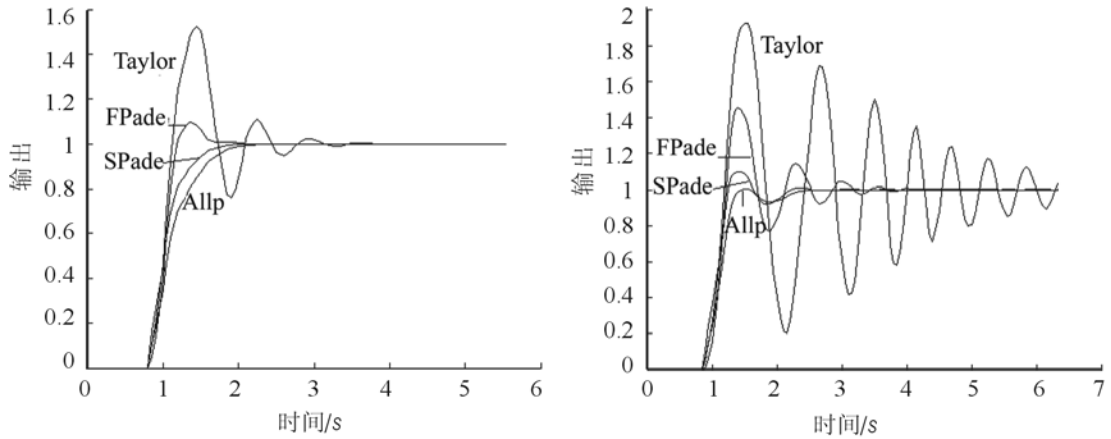


图3 标称过程 $G(s)=e^{-s}/(s+1)$ 的近似比较

Fig.3 Comparison among the approximation of standard process  $G(s)=e^{-s}/(s+1)$

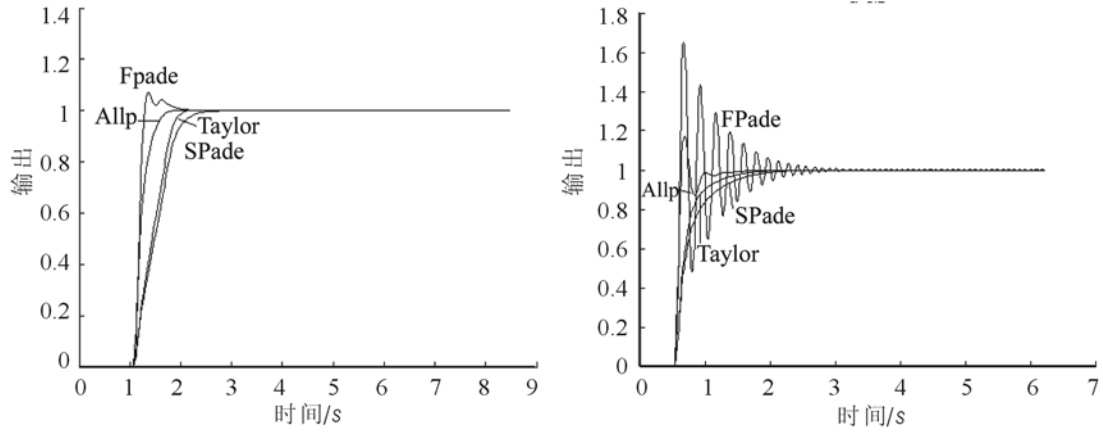


图4 过程 $G(s)=e^{-0.2s}/(s+1)$ 的近似比较

Fig.4 Comparison among the approximation of process  $G(s)=e^{-0.2s}/(s+1)$

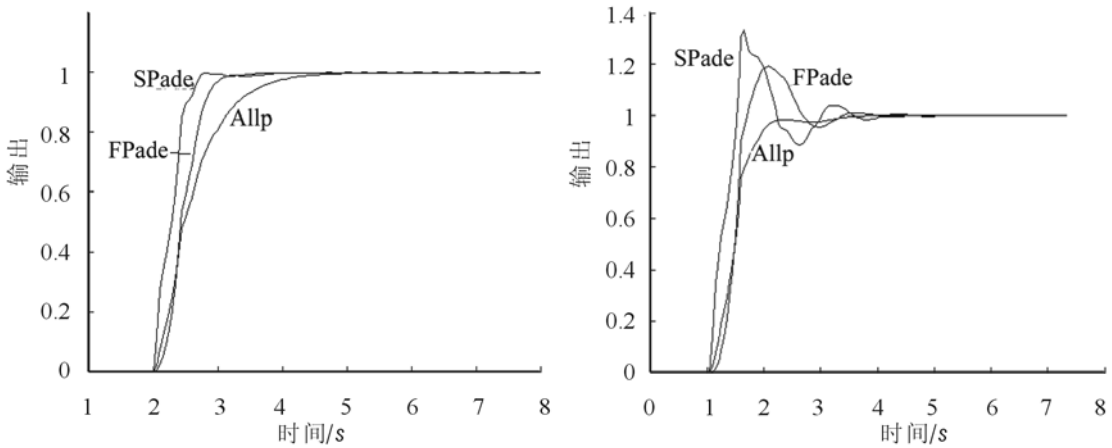


图5 过程 $G(s)=e^{-0.2s}/(s+1)$ 的近似比较 (Taylor逼近发散)

Fig.5 Comparison among the approximation of process  $G(s)=e^{-0.2s}/(s+1)$  (Taylor approximation volatilizes)

### 4 结论

针对一阶加纯滞后过程,对纯滞后项分别进行 Taylor 逼近,一阶 Pade 逼近,二阶 Pade 逼近和全通逼近,推出相应的基于内模原理的反馈控制器为 PI 控制器和三个不同形式的带滤波器的 PID 控制器,仿真

