

文章编号: 1000-6788(2009)01-0055-09

随机能力规划的 Scenario 模型及其决策风险分析

张人千, 王如平

(北京航空航天大学 经济管理学院, 北京 100083)

摘要 为研究随机环境下的生产能力扩张问题, 采用 Scenario 方法, 建立了市场需求量和产品价格作为随机变量的多计划期能力规划决策模型. 其中考虑了两种情况: 一是能力投资方案不随市场需求的随机实现而变化的预报型模型, 二是投资方案可以跟踪市场需求随机实现的适应型模型. 算例研究比较了这两种模型的决策效果. 进一步, 使用下方风险分析, 探讨了随机能力扩张的投资决策风险, 建立了考虑期望收益风险的预报型能力规划决策模型. 该模型在随机规划中加入了一个期望下方风险约束, 以反映决策者的风险偏好, 基于算例讨论了考虑风险和不考虑风险时的决策差异.

关键词 随机能力规划; Scenario; 期望下方风险

中图分类号 F273; C934

文献标识码 A

Scenario-based stochastic capacity planning model and decision risk analysis

ZHANG Ren-qian, WANG Ru-ping

(School of Economics and Management, Beihang University, Beijing 100083, China)

Abstract In this paper, to study the production capacity expansion decision under uncertain marketing environment, the multi-period capacity planning models are built based on scenario analysis. There are two kinds of models considered: In the predictive model, the capacity investment plan doesn't change with the realistic scenarios of the stochastic market. In another one, the adaptive model, decision maker can change his investment project according to the realistic marketing scenarios. Numerical study demonstrates the decision results of these models. Furthermore, the decision risk of investment is discussed by a predictive capacity planning model that integrates the expected revenue risk. Using the downside risk analysis method, the model considers a constraint based on the expected downside risk, which represents the decision maker's risk preference. The decision difference between the model with risk and the model without risk is explored by numerical study.

Keywords stochastic capacity planning; Scenario; expected downside risk

1 引言

最优能力扩张和设备替换问题是运筹学方法在生产决策领域的研究与应用方向之一^[1-2]. 而随着企业制造方式和管理方法的转变, 如单元制造方式的兴起^[3]以及作业成本核算方法的采用, 很多能力扩张/综合

收稿日期: 2007-08-30

资助项目: 国家自然科学基金(70501002; 70871005); 航空科学基金(2007ZG51075)

作者简介: 张人千(1974-), 男, 汉, 陕西商洛人, 北京航空航天大学经济管理学院副教授, 博士, 主要从事生产系统优化与成本控制研究, Email: zhangrenqian@buaa.edu.cn.

计划模型渐渐转向基于作业单元的决策模式. 文献 [4] 详细论述了在作业成本制下, 同时考虑利润优化、资源计划、产品组合的决策思路, 文献 [5-8] 研究了基于作业成本的能力规划问题和产品组合决策问题, 这些文献通过在模型中引入产品的生产结构约束, 能同时优化产品销售量和作业中心中间产量等多个指标.

由于不确定因素的客观存在, 综合计划需要考虑各种随机决策模型. 现有相关文献多考虑市场需求为随机变量的情况. 如文献 [8-10] 将随机能力规划看作一种二阶段的决策过程, 在第一阶段做出能力决策 (比如作业单元或机器数量), 在第二阶段进行生产协调以尽量满足需求, 同时将需求不足的成本作为惩罚加入到目标函数中. 文献 [11-14] 使用多阶段随机补偿的 Scenario 模型来解决随机环境下多计划期的能力扩张问题, 它们给出的结果是一组扩张方案, 仅第一计划期的方案是唯一的, 其余计划期的方案可根据每个计划期随机需求的实际状况而采取相应的措施.

1995 年, Mulvey 在随机规划理论的基础上提出了 Robust 优化 [15], 因为这一方法能很好地权衡随机决策结果的最优性和可行性, 所以在综合生产决策中得到了很好的应用 [16-17]. 但是 Robust 优化没有告诉决策者如果应对随机环境的变化, 而 Scenario 方法可以用来解决这一问题. 目前基于 Scenario 的优化方法在投资组合、供应链管理、生产战略决策等领域已得到了广泛应用 [9-13, 18-21].

不管是确定性环境还是随机性环境, 能力规划都相当于企业的一种投资决策. 在随机环境下, 决策风险是一个重要的考虑因素. 本文基于作业单元, 建立一种较其它能力规划模型而言, 能考虑更微观的生产流程和产品结构的 Scenario 决策模型, 然后引入下方风险分析方法, 探讨能力投资风险对决策结果的影响. 全文结构安排如下:

在第 1 部分, 介绍 Scenario 方法基本原理; 第 2 部分, 建立预报型和适应型两类随机能力规划模型; 第 3 部分通过算例研究分析不同模型的决策效果; 第 4 部分, 基于下方风险分析方法, 探讨能力扩张问题的决策风险; 在第 5 部分总结全文.

2 基于 Scenario 的随机优化

在随机环境中, 所谓一个 Scenario 就是一个“情景”, 可以看作是未来不确定因素的某一种实现, 或对不确定因素在未来时间段演化情况的一种描述.

图 1 为一个二阶段的 Scenario 树. 其中根节点代表初始决策点, 每个分枝节点代表随机变量在该阶段的不同值, 而每条分支弧线表示随机变量从 t 阶段到 $t+1$ 阶段的某一种实现, 从根节点到任何一个末端叶节点的实现路径就是一个 Scenario. 每个 Scenario 都有与之对应发生的概率, 假设从 $t-1$ 阶段的某个节点发展到 t 阶段某个节点的弧概率是 $p_{t-1,t}$, 则从根节点发展到 t 阶段节点的路径概率就是 $p_{0,1}p_{1,2}\dots p_{t-1,t-2}p_{t-1,t}$, 所以每个末端叶节点的路径概率就代表相应 Scenario 的实现概率.

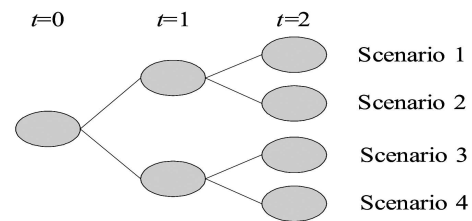


图 1 两个计划期的 Scenario 树

在多阶段决策过程中, Scenario 方法很重要的一点就是要保证解的可实施性 (non-anticipative). 所谓解的可实施性, 是指如果在某个决策时间点, 两个 Scenario 之前经历的路径是相同的, 那么决策者在此时的决策值必须唯一. 设 S 代表可能发生的 Scenario 集合, s 代表其中某一种 Scenario, P_s 为其发生概率, Scenario 树结点为 n , 要进行周期为 T 的决策, 则 Scenario 决策模型如下:

$$\min \sum_{s \in S} P_s \cdot \left[c_1 y_{1s} + \sum_t c_{ts} y_{ts} \right] \quad (1)$$

$$\text{s.t. } A_1 y_{1s} = b_1 \quad \forall s \in S \quad (2)$$

$$\sum_{k < t} B_{kts} y_{ks} + A_{ts} y_{ts} = b_{ts} \quad t \in (2, \dots, T), s \in S \quad (3)$$

$$x_n - y_{t(n),s} = 0 \quad \forall s \in S(n) \quad (4)$$

上述模型的 (4) 式就表示 “non-anticipative” 条件. 从决策目标来看, 基于 Scenario 的优化方法与随机规划

的思想基本一致, 大体有三个: 1) 找寻一个唯一的解, 能使它在每个 Scenario 中表现的都比较好, 最起码要可行, 这样的模型一般叫做“预报型”模型. 所谓“预报型”即在第一个计划期就确定了以后多个计划期的决策结果. 2) 根据一定的期望目标, 找到一组满足可实施性条件的解尽量“对冲”每个 Scenario 的风险, 称为“适应型”模型. 3) 找到一个解, 以一定概率满足模型的可行性条件, 这种模型称为“可靠性”模型.

考虑到可靠性问题和决策风险相联系, 本文在建模过程中建立能力扩张的预报型模型和适应型模型, 而使用基于 Scenario 的下方风险分析来实现第三个目标.

3 基于 Scenario 树的随机能力规划模型

能力规划是一个多计划期的二阶段决策问题: 在每个计划期的第一个阶段进行能力扩张, 第二阶段进行综合生产计划决策. 而所谓“适应型”模型与“预报型”模型的区别在于: 预报型模型在第一个计划期就确定了以后多个计划期的决策值, 即各期能力投资决策是一开始就确定下来因而是唯一的; 但适应型模型则只需要初始阶段的决策值是唯一的, 以后各个阶段的能力投资决策根据随机变量的不同实现而不同, 并且满足“non-anticipative”条件.

3.1 基于 Scenario 树的预报型能力规划决策模型

考虑文献 [5] 和文献 [8] 所研究的作业能力规划问题, 以作业单元为单位进行能力扩张决策. 设生产系统由 N 个作业中心组成, 其中每个作业中心 i 包括寿命从 0 到 $L(i)$ 的不同作业单元, 这些作业单元提供同质作业. 考虑外部需求和产品价格是随机变量, 表 1 给出预报型模型的参数和变量符号.

由表 1 可知, 能力决策变量并不依赖于具体情景的实现, 而综合计划产量则取决于具体需求情况的实现, 但处于相同树节点的综合计划决策则必须相同, 这是由“non-anticipative”条件决定的.

在计划期 t , 作业中心 i 的总成本为:

$$\Delta C(i, t, s) = \sum_{m(i)=1}^{M(i)} [\Delta C'(i, m(i), t, s) + IC(i, m(i), t, s)] + \Delta UC(i, t, s) + RC(i, t, s)$$

目标函数取 S 个情景下的净利润贴现期望值最大, 决策模型为:

$$\max \sum_{s=1}^S P(s) \left\{ \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^N \sum_{m(i)=1}^{M(i)} p(i, m(i), t, s) \cdot x(i, m(i), t, s) + \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{L(i)} d(l, i, t) \cdot sv(l, i, t) - \sum_{i=1}^N \Delta C(i, t, s) - \sum_{i=1}^N \sum_{m(i)=1}^{M(i)} \alpha(i, m(i), t) \cdot o(i, m(i), t, s) \right] \cdot \left[\prod_{t'=1}^t (1 + r(t')) \right]^{-1} \right\} \quad (5)$$

s.t.

$$\sum_{m(i)=1}^{M(i)} [\theta(l, i, m(i), t) \cdot y'(l, i, m(i), t, s)] + UA(l, i, t, s) = n(l, i, t) \cdot B(l, i, t) \quad (6)$$

$$x(i, m(i), t, s) + \sum_{j=1}^N \sum_{m(j)=1}^{M(j)} x'(i, m(i), j, m(j), t, s) + I(i, m(i), t, s) = x'(i, m(i), t, s) + I(i, m(i), t - 1, s) \quad (7)$$

$$x(i, m(i), t, s) + o(i, m(i), t, s) = D(i, m(i), t, s) \quad (8)$$

$$x'(i, m(i), t, s) = \sum_{l=0}^{L(i)-1} y'(l, i, m(i), t, s) \quad (9)$$

$$x'(i, m(i), j, m(j), t, s) = a(i, m(i), j, m(j), t) \cdot x'(j, m(j), t, s) \quad (10)$$

$$n(l, i, t) = n(l - 1, i, t - 1) - d(l, i, t - 1) \quad (11)$$

$$n(0, i, t) = n(i, t) \quad (12)$$

$$d(L(i), i, t) = n(L(i) - 1, i, t) \quad (13)$$

$$d(l, i, t) \leq n(l-1, i, t) \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^N [n(i, t) \cdot F(i, t)] \leq G(t) \quad (15)$$

$$y'(i, m(i), t, s) = y'(i, m(i), t, s'), \quad I(i, m(i), t, s) = I(i, m(i), t, s') \quad \text{if } s, s' \in S(\text{Arc}) \quad (16)$$

其中, 所有变量非负, 能力规划变量取正整数. (6) 式表示生产能力约束; (7) 式表示内部物流平衡约束; (8) 式为市场需求约束; (9) 式表示某一作业中心产出要素的产量等于该作业中心所有作业单元产量之和; (10) 式表示产品结构约束; (11) 式表示作业单元更替的数量关系; (12) 至 (14) 式表示作业中心的购买和变卖约束; (15) 式为资金约束; (16) 式表示可实施性 (non-anticipative) 条件.

表 1 预报型模型指标与变量符号

	符号	意义
指标	s	第 s 个Scenario, $s = 1, \dots, S$
	$P(s)$	第 s 个Scenario发生的概率
	$S(\text{Arc})$	到达某一树节点node以前具有相同路径的产量决策的 Scenario 集合
	N	作业中心总数
	i, j	作业中心编号, $i, j = 1, 2, \dots, N$
	$M(i)$	作业中心 i 的产出要素种类
	$m(i), m(j)$	作业中心 i, j 生产的产出要素编号, $m(i) = 1, 2, \dots, M(i)$, $m(j) = 1, 2, \dots, M(j)$
决策变量	$n(i, t)$	第 t 计划期, 预先购买的作业单元 i 的个数
	$d(l, i, t)$	第 t 计划期, 期末变卖掉的寿命为 l 个计划期的作业单元 i 的个数
	$x(i, m(i), t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 产出要素 $x(i, m(i))$ 的销售量
	$x'(i, m(i), t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 产出要素 $x(i, m(i))$ 的产量
	$x'(i, m(i), j, m(j), t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 产出要素 $x(j, m(j))$ 消耗的 $x(i, m(i))$ 的总量
	$y'(l, i, m(i), t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 寿命为 l 的作业单元 i 生产的 $x(i, m(i))$ 的总量
	$I(i, m(i), t, s)$	第 s 情境下, 产出要素 $x(i, m(i))$ 在 t 期的库存量
	$o(i, m(i), t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 产出要素 $x(i, m(i))$ 的缺货量
成本参数	$\Delta C'(i, m(i), t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 作业中心 i 为生产 $x'(i, m(i))$ 的作业成本
	$UC(i, t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 作业中心 i 的未用能力成本
	$RC(i, t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 作业中心 i 所变卖的作业单元的剩余能力成本
	$\Delta C(i, m(i), t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 作业节点 $(i, m(i))$ 的总成本
	$\Delta IC(i, m(i), t, s)$	第 s 情境下, 产出要素 $x(i, m(i))$ 在第 t 期的库存成本
	$sv(l, i, t)$	第 t 计划期, 寿命为 l 个计划期的作业单元 i 的残值
	$\alpha(i, m(i), t)$	第 t 计划期, 产出要素 $x(i, m(i))$ 的单位缺货成本
	$r(t)$	第 t 计划期的折现率
作业参数	$a(i, m(i), j, m(j), t)$	单位 $x(j, m(j))$ 消耗的 $x(i, m(i))$ 的数量
	$\theta(l, i, m(i), t)$	寿命为 l 的作业单元 i 生产单位 $x(i, m(i))$ 要消耗的 i 作业量
	$v(l, i, t)$	寿命为 l 的作业单元 i 的正常 (计划) 能力作业成本率
	$uv(l, i, t)$	寿命为 l 的作业单元 i 未用能力作业成本率
	$iv(i, m(i), t)$	单位产出要素 $x(i, m(i))$ 的库存费用
能力参数	$B(l, i, t)$	寿命为 l 的作业单元 i 的最大作业能力
	$UA(l, i, t, s)$	第 s 情境下, 寿命为 l 的作业单元 i 的未用作业能力
	$L(i)$	作业单元 i 能运行的最大计划期数
市场	$n(l, i, t)$	第 t 计划期, 寿命为 l 的作业单元 i 的个数
	$D(i, m(i), t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 产出要素 $x(i, m(i))$ 的市场需求量
	$p(i, m(i), t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 产出要素 $x(i, m(i))$ 的销售单价

3.2 基于 Scenario 树的适应型能力规划决策模型

如前所述, 适应型模型中, 能力规划的决策变量是针对不同决策情景的, 因此引入新的变量和符号如表 2, 其余变量和符号与表 1 相同.

表 2 适应型模型指标与变量符号

符号	意义
$n(i, t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 预先购买的作业单元 i 的个数
$n(l, i, t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 寿命为 l 的作业单元 i 的个数
$d(l, i, t, s)$	第 s 情境下, 第 t 计划期, 期末变卖掉的寿命为 l 个计划期的作业单元 i 的个数
$S(Node)$	到达某一树枝 $Node$ 的以前具有相同路径的能力规划决策的 Scenario 集合

该表说明除第一阶段外, 各计划期的能力决策方案都不再唯一. 适应型模型中, 除了涉及能力决策变量部分而外, 其余在形式上与预报型模型类似, 如下所示:

$$\max \sum_{s=1}^S P(s) \left\{ \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^N \sum_{m(i)}^{M(i)} p(i, m(i), t, s) \cdot x(i, m(i), t, s) + \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{L(i)} d(l, i, t, s) \cdot sv(l, i, t, s) - \sum_{i=1}^N \Delta C(i, t, s) - \sum_{i=1}^N \sum_{m(i)=1}^{M(i)} \alpha(i, m(i), t) \cdot o(i, m(i), t, s) \right] \cdot \left[\prod_{t'=1}^t (1 + r(t')) \right]^{-1} \right\} \quad (17)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{m(i)=1}^{M(i)} [\theta(l, i, m(i), t) \cdot y'(l, i, m(i), t, s)] + UA(l, i, t, s) = n(l, i, t, s) \cdot B(l, i, t) \quad (18)$$

$$n(l, i, t, s) = n(l - 1, i, t - 1, s) - d(l, i, t - 1, s) \quad (19)$$

$$n(0, i, t, s) = n(i, t, s) \quad (20)$$

$$d(L(i), i, t, s) = n(L(i) - 1, i, t, s) \quad (21)$$

$$d(l, i, t, s) \leq n(l - 1, i, t, s) \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^N [n(i, t, s) \cdot F(i, t)] \leq G(t) \quad (23)$$

$$n(i, t, s) = n(i, t, s'), \quad d(l, i, t, s) = d(l, i, t, s') \quad \text{if } s, s' \in S(Node) \quad (24)$$

模型中, (24) 式为能力投资决策的 “non-anticipative” 条件. 其它约束见预报型模型的约束 (7)–(10)、(16). 上述约束条件分别和预报型模型约束条件意义相同, 不再赘述.

4 算例研究

某生产系统由四个作业中心组成 (图 2), 每个作业中心产一种要素, 作业中心 4 的产品卖到市场, 图中弧线上的数字表示产品结构的数量关系.

设有三个计划期, 初始资金 500 万. 随着作业单元寿命的增加, 单位产品消耗的作业量 (作业系数) 将变大, 运行费用也会升高, 但可用能力却逐步降低, 因而需要进行能力扩张/设备替换决策. 不同作业单元的作业系数、残值、寿命、单位作业成本率等信息如表 3 和表 4.

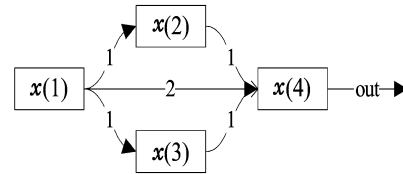


图 2 算例生产系统

表 3 不同寿命作业单元的作业系数和构建成本

产出要素/作业中心	$x(1)$	$x(2)$	$x(3)$	$x(4)$
作业系数 (寿命为 0)	1	2	1	3
作业系数 (寿命为 1)	1.3	2.2	1.8	3.5
作业系数 (寿命为 2)	1.6	2.6	×	4
最大寿命	3	3	2	3
构建成本 (¥)	100,000	150,000	180,000	120,000

表 4 不同寿命作业单元的残值、可用能力和单位作业成本率

寿命	作业中心 1				作业中心 2				作业中心 3				作业中心 4			
	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
0	100,000	400	100.00	50.00	120,000	600	120.00	50.00	120,000	600	160.00	100.00	95,000	450	95.56	55.56
1	80,000	300	116.67	66.70	90,000	480	132.50	62.50	60,000	400	210.00	150.00	70,000	350	111.43	71.43
2	60,000	150	183.33	133.33	60,000	300	170.00	100.00	×	×	×	×	45,000	200	165.00	125.00

注: A—残值(¥); B—可用能力; C—正常能力作业成本率(¥/单位作业); D—未用能力作业成本率(¥/单位作业).

假设在每个计划期内未来产品的需求和价格是随机的,能力规划要在需求实现以前做出.用一棵具有 15 个情景的 Scenario 树描绘需求和价格在未来三个计划期的演化过程如表 5.

表中的转移概率表示在某时刻的状态演变为下一时刻状态所发生的概率,用来表示随机变量在阶段间的依赖关系.实际概率就是从树的根节点发展到该时刻的这个状态的路径概率,也就是到该点的 Scenario 概率.

4.1 不允许缺货的决策结果比较分析

为和确定性情况作比较,这里也同时考虑文献 [5] 中的确定型模型.将随机需求和价格的期望值代入确定型模型,各随机变量的不同情境代入随机决策模型,可求得确定型模型、预报型模型和适应型模型的能力扩张方案净利润如表 6.

表 5 三个计划期内多个情景下的需求和产品价格状况表

情景	计划期 1			计划期 2				计划期 3				Scenario 概率
	概率	需求	价格	转移概率	实际概率	需求	价格	转移概率	实际概率	需求	价格	
S1	0.05	600	4000	1	0.05	750	4500	1	0.05	800	4800	0.05
S2	0.05	150	2000	1	0.05	200	2000	0.7	0.035	200	2500	0.035
S3								0.3	0.015	250	2000	0.015
S4	0.3	300	3000	0.6	0.18	350	3500	0.5	0.09	400	4000	0.09
S5								0.5	0.09	450	4000	0.09
S6	0.3	320	3000	0.4	0.12	400	3500	0.5	0.06	600	4000	0.06
S7								0.5	0.06	450	4000	0.06
S8	0.3	320	3000	0.6	0.18	350	3500	0.5	0.09	400	4000	0.09
S9								0.5	0.09	500	4500	0.09
S10	0.3	280	3000	0.4	0.12	400	3500	0.5	0.06	600	4500	0.06
S11								0.5	0.06	450	4000	0.06
S12	0.3	280	3000	0.6	0.18	300	3500	0.6	0.108	320	3500	0.108
S13								0.4	0.072	350	3500	0.072
S14	0.3	280	3000	0.4	0.12	320	3500	0.6	0.072	400	4000	0.072
S15								0.4	0.048	350	4000	0.048

表 6 不允许缺货时三种模型的能力决策方案在每个 Scenario 下的净利润 (10³ ¥)

决策模型	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15
确定型	缺货	-339	-365	1910	2075	缺货	2223	1960	2538	缺货	2272	1284	1370	1772	1604
预报型	6643	-882	-905	1401	1573	2235	1725	1451	2043	2585	1775	758	848	1260	1085
适应型	6643	-266	-300	1791	1955	2542	2035	1830	2411	2892	2085	1221	1305	1768	1520
情景概率	0.05	0.035	0.015	0.09	0.09	0.06	0.06	0.09	0.09	0.06	0.06	0.108	0.072	0.072	0.048

净利润表现的直观比较如图 3.

从图 3 可知, 除少数 Scenario 下确定型决策方案出现缺货外, 其余 Scenario 下其收益都要高于随机模型. 这是因为随机模型要考虑的因素更多, 所以为保证在诸如 S1 这种极端高需求情景下不缺货, 就必须投入更多的作业单元, 从而导致了在有些大概率情景下折旧成本过高和净利润不高.

虽然随机模型会因某些极端情景的出现导致比较保守的决策(所谓保守, 就是要准备比较多的生产能力应付未来的需求), 但这并不是说随机模型没有意义, 因为随机模型毕竟保证了不缺货, 而确定型模型的决策结果在需求量出现比较大的变动时, 就会有缺货的情况发生, 比如情景 6 和情景 10, 所以其稳定性不如随机模型, 难以应付多变的随机环境.

4.2 允许缺货情况的决策比较

设单位缺货成本为 1 万元, 三种模型的净利润表现的直观比较如图 4.

从图 4 可知, 在可以缺货的前提下, 除去极端情景 S1、S6 和 S10 外, 预报型随机模型相对确定型模型的表现比不允许缺货情况下要好一点. 因为在这种规则下, 预报型模型不必强去满足高需求的极端情景而导致其他情景下过高的折旧成本.

此外, 适应型模型由于可以按照随机变量的具体实现采取相应的措施, 所以净利润高于预报型模型. 但即便如此, 预报型模型和适应型模型的选择也要视具体情况而定. 因为很多情况下, 企业更需要的是决策的稳定性, 而不希望其变动过于频繁. 或者, 由于构建作业中心需要花较长时间, 比如能力扩张所需要的资金, 一般需要提前数个计划期就准备好, 这时适应型模型就不合适了.

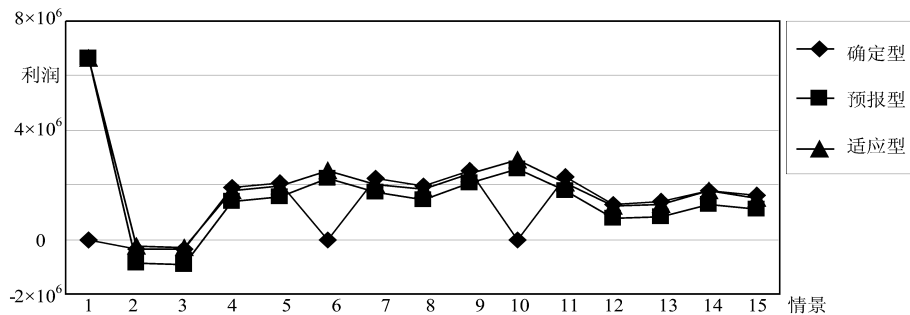


图 3 不允许缺货情况下三种模型的利润表现

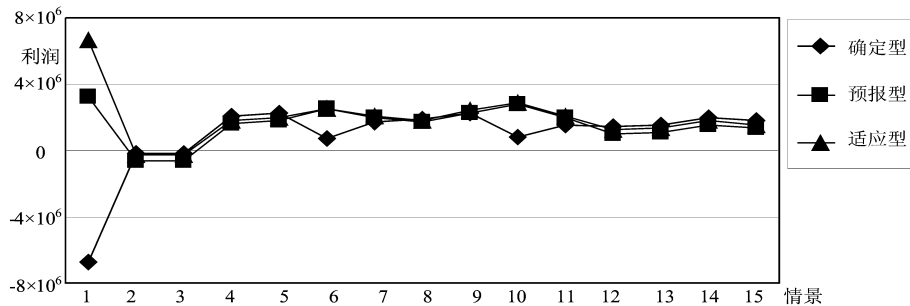


图 4 允许缺货时三种模型的能力投资净利润表现比较

5 能力规划的风险分析

本文使用文献 [9] 所采用的 Fishburn 的一般下方风险测度模型, 来考量随机能力规划决策结果的风险. 设决策者为自己设置的目标收益为 z' , 则在下方风险的理论框架下, 风险就只与低于目标收益的那部分收益情况有关, 收益 π 的下方风险 $f(\pi)$ 应该定义为:

$$f(\pi) = \begin{cases} 0 & \pi \geq z' \\ z' - \pi & \pi < z' \end{cases} \quad (21)$$

如果 $P(\pi)$ 是收益 π 发生的概率, 那么定义期望下方风险 EDR (Expected Downside Risk) 为:

$$E(f(\pi)) = \sum_{-\infty}^{+\infty} P(\pi)f(\pi) \quad (22)$$

这里只讨论决策者允许缺货的预报型随机模型. 从图 4 可以看到, 除少数情景外, 预报型随机模型在多数情景下是赢利的. 假设以 1700000 元作为投资者的目标收益, 那么预报型随机模型在各个情景下相对于目标收益的表现如图 5.

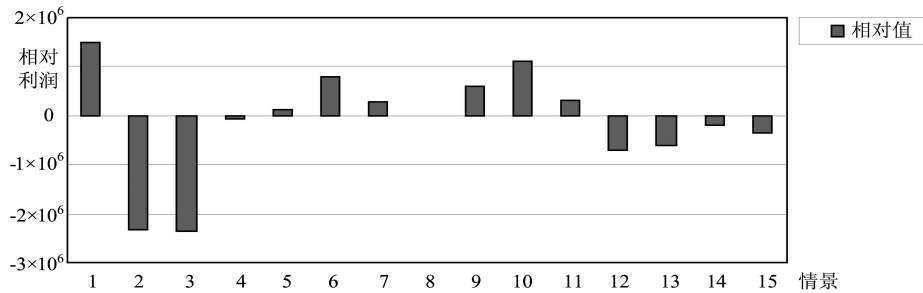


图 5 无风险约束预报型模型相对目标收益的表现

从图 5 可以看到, 无风险约束的预报型模型在情景 2, 3, 4, 8, 12, 13, 14, 15 下的净利润是低于预期净利润的. 依 (22) 式, 容易计算该方案的期望下方风险 $EDR=272020$.

风险规避型决策者在追求期望收益的同时, 要求更低的风险. 设在预报型模型中进一步考虑一个下方风险系数 λ , 为了获得比随机模型更低的风险, 这个系数只能是 $[0,1]$ 区间内的数, 例如取 $\lambda=0.9$. 设 $Pro(s)$ 为某一方案在情景 s 下的利润 (参见 (13) 式), 则预报型随机模型应该加入下述约束:

$$\begin{aligned} Pro(s) + d_s^- - d_s^+ &= 1700000 \\ \sum_{s=1}^S P(s) \cdot d_s^- &\leq 0.9 \times 272020 \\ d_s^- &\geq 0, \quad d_s^+ \geq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

式 (23) 中, d_s^- , d_s^+ 分别代表某个情景下的收益对于目标收益的负偏差和正偏差. 其余约束条件同前, 目标函数仍为净利润的期望值最大. 这时可以获得一个新的能力扩张方案, 该方案在每个情景下与无风险预报型模型的利润同列于表 7.

表 7 有风险约束和无风险约束的预报型决策模型在各情景下的利润 (10^3 元)

情景	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15
有风险	1594	-507	-530	1771	1947	2609	2096	1571	2170	2709	1896	1129	1220	1632	1455
无风险	3198	-627	-652	1646	1816	2474	1968	1695	2285	2824	2017	1007	1096	1505	1332

由表 6 和表 7 可知, 预报型模型低于目标收益的概率由加入下方风险约束之前的 53%, 降至加入风险约束后的 49%. 且在那些低于目标收益的情景下, 如 Scenario2、3、12 等, 实际收益与目标收益的差距都有所减小. 可见, 在能力扩张决策中加入风险约束是有效的.

注意: 相对于 1700000 的收益, 这个 EDR 值不可能无限小, 因为在很多情景下是无论如何生产都达不到这个收益. 所以用来加紧预报型模型下方风险的系数 λ 也是有一定取值范围的. 假如以 EDR 值最小为目标函数, 即 $\min \sum_{s=1}^S P(s) \cdot d_s^-$, 则对于本例可以得到 EDR 最小函数值为 240540, 即用来加紧原约束的系数 λ 最小只能取到 $240540/272020=0.884$, 否则原模型将无解.

另外, 有时候决策者会要求能力方案在不确定性的未来, 投资收益低于预期收益的概率最小. 这可以尝试借鉴下方风险理论, 目标函数取风险概率的期望最小: $\min \sum_{s=1}^S \delta_s P(s)$. 这样就能得到一个最小化下方风险概率的能力扩张决策模型, 限于篇幅, 不再讨论.

6 结论

本文研究了外部需求具有随机性的综合生产和能力决策问题. 首先使用 Scenario 树作为刻画多阶段随

机信息演变的方式, 并在 Scenario 树的每个阶段嵌套了二阶段决策思路: 能力投资在具体需求情况实现以前做出, 待随机需求实现以后再做综合生产计划. 同时, 用多计划期的期望利润来衡量能力投资, 建立了基于作业单元的预报型和适应型随机决策模型.

算例研究表明, 在不允许缺货的情况下, 预报型模型容易受一些极端情景的干扰, 导致比较保守的收益; 而适应型模型由于可以根据随机信息的实现情况选择相应的策略, 故期望利润相对预报型模型较高. 但同时本文也指出二者在实践中的选用还是要根据实际决策环境确定.

而在实践中, 期望收益的最大并非决策者唯一追求的目标, 涉及大规模资金运作的的能力投资问题要同时考虑决策风险. 本文通过在原模型中加入期望下方风险约束, 找到了一个新的能力扩张方法, 其方案虽然期望收益略低, 但风险相对减小, 这样就为风险规避型的决策者提供了一种选择.

参考文献

- [1] Chand S, McClurg T, Ward J. A model for parallel machine replacement with capacity expansion[J]. *European Journal of Operational Research*, 2000, 121(3): 519–531.
- [2] Rajagopalan S. Capacity expansion and equipment replacement: A unified approach[J]. *Operations Research*, 1998, 46(6): 846–857.
- [3] Balakrishnan J, Cheng C H. Multi-period planning and uncertainty issues in cellular manufacturing: A review and future directions[J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 177(1): 281–309.
- [4] Shapiro J F. On the connections among activity-based costing, mathematical programming models for analyzing strategic decisions, and the resource-based view of the firm[J]. *European Journal of Operational Research*, 1999, 118(2): 295–314.
- [5] 张人千, 魏法杰. 作业能力扩张模型与求解算法研究 [J]. *计算机集成制造系统*, 2004, 10(4): 374–380.
- [6] 任颀, 刘焕俊, 陈良猷. 基于作业的多产品生产决策的数学规划模型 [J]. *中国管理科学*, 2001, 9(2): 36–42.
- [7] 张人千. 基于作业成本的生产与能力决策研究 [D]. 北京: 北京航空航天大学经济管理学院, 2003.
- [8] 张人千. 随机需求环境下的作业能力规划模型研究 [J]. *计算机集成制造系统*, 2006, 12(9): 1359–1366.
- [9] Eppen G D, Martin R K. A scenario approach to capacity planning[J]. *Operations Research*, 1989, 37(4): 517–527.
- [10] Swaminathan J M. Tool capacity planning for semiconductor fabrication facilities under demand uncertainty[J]. *European Journal of Operational Research*, 2000, 120(3): 545–558.
- [11] Chen Z L, Li S L, Tirupati D. A scenario-based stochastic programming approach for technology and capacity planning[J]. *Computers & Operations Research*, 2002, 29(7): 781–806.
- [12] Ahmed S, King A J, Parija G. A multi-stage stochastic integer programming approach for capacity expansion under uncertainty[J]. *Journal of Global Optimization*, 2003, 26: 3–24.
- [13] Ahmed S, Sahinidis N V. An approximation scheme for stochastic integer programs arising in capacity expansion[J]. *Operations Research*, 2003, 51(3): 461–471.
- [14] Bean J C, Hight J L, Smith R L. Capacity expansion under stochastic demands[J]. *Operations Research*, 1992, 40(2): 210–216.
- [15] Mulvey J M, Vanderbei R J, Zenios S A. Robust optimization of large-scale systems[J]. *Operations Research*, 1995, 43(2): 264–281.
- [16] Leung S C H, Wu Y. A robust optimization model for stochastic aggregate production planning[J]. *Production Planning & Control*, 2004, 15(5): 502–514.
- [17] Silva F O S. An aggregate production planning model with demand under uncertainty[J]. *Production Planning & Control*, 1999, 10(8): 745–756.
- [18] Rockafellar R T, Wets R J B. Scenarios and policy aggregation in optimization under uncertainty[J]. *Mathematics of Operations Research*, 1991, 16(1): 119–147.
- [19] Wullink G, Gademann A J R M, Hans E W, et al. Scenario-based approach for flexible resource loading under uncertainty[J]. *International Journal of Production Research*, 2004, 42(24): 5079–5098.
- [20] 朱道立, 武芳, 龚国华. 随机环境中的生产作业计划问题 [J]. *管理科学学报*, 2001, 4(5): 50–57.
- [21] Kouwenberg R. Scenario generation and stochastic programming models for asset liability management[J]. *European Journal of Operational Research*, 2001, 134: 279–292.