文章编号: 1000-6788(2009)06-0115-06

水资源优化配置的双层规划模型

吕一兵 [1], 万仲平 [2], 胡铁松 [3], 陈 忠 [1]

(1. 长江大学 信息与数学学院, 荆州 434023; 2. 武汉大学 数学与统计学院, 武汉 430072; 3. 武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉 430072)

摘 要 采用双层规划模型来描述水资源优化配置问题. 根据用水者在水市场上的行为特征, 建立了以水资源社会总效益以及各用水者效益最大为目标的双层规划模型, 并给出了相应的求解方法. 最后用一算例验证了模型及求解方法的可行性和有效性.

关键词 水资源; 水权; 水市场; 优化配置; 双层规划

中图分类号 F407.9 **文献标志码** A

Bilevel model of water resources optimal allocation

LV Yi-bing[1], WAN Zhong-ping[2], HU Tie-song[3], CHEN Zhong[1]

(1. School of Information and Mathematics, Yangtze University, Jingzhou 434023, China; 2. School of Mathematics and Statistics, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 3. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract A bilevel programming model, which regards the most optimal income of the society and the water users as the targets, is established to analyze the effectives of government organization in macroscopically controlling the water market in order to optimize the water resources allocation by utilizing the initial water rights allocation and water resources rate. Then, the application of the model and its algorithm are illustrated with a simple example.

Keywords water resources; water right; water market; optimal allocation; bilevel programming

1 引言

随着社会经济的发展, 人们对淡水的需求量越来越大, 有限的可利用水量无法满足这种需水量的日益增长. 水资源的供需矛盾已经成为制约我国社会经济发展的重要因素, 这就对水资源的优化配置提出了更高的要求.

在以往计划经济体制下, 我国一直采用行政命令配置水资源, 虽然从理论角度讲, 管理者的确可以制定"最优"的水资源配置方案, 但是这种方式缺乏有效的激励, 用水者没有节约用水的内在动力, 水资源浪费严重, 更加加剧了供需矛盾 [1]. 引入水权, 建立水市场, 采用市场的手段通过水权交易机制来实现水资源的优化配置, 已经成为实现水资源优化配置的重要经济手段, 把提高水资源的使用效率和配置效率留给市场去解决, 代表了水资源优化配置发展的新方向 [2−3]. 然而由于水资源具有不同于一般商品的独特性质, 因此水市场并

收稿日期: 2008-03-04
资助项目: 国家自然科学基金 (70771082, 70771080, 40572078/D0206); 教育部重点实验室开放基金 (K200609); 湖北省教育厅重点项目 (D200512001)
作者简介: 吕一兵 (1979–), 男, 博士, 研究方向为水资源优化配置与管理.

不是一个完全的市场, 而是一个准市场, 离不开以流域统一管理为基础的宏观调控, 而政府宏观调控的目的是在保证社会公平的基础上, 优化水资源的配置[4].

孔珂等[5]应用博弈论研究了水资源管理部门如何利用初始水权分配和水资源费对水市场进行有效调控. 在文献[5]的基础上, 通过增加考虑排污权交易, 冯文琦和纪昌明[6]提出了一种把用水权和排污权结合起来的水市场交易方案, 并建立了以水资源社会总效益最大为目标的完全信息动态博弈模型. 然而文献 [5–6] 在对模型求解时往往需要得出各用水者取水量以及排污量关于初始水权以及水资源费的最优解函数,这就使得模型的实用性大大降低.

在水市场运行中, 水资源管理机构一般不直接干预水市场的交易行为, 而是通过分配初始水权和征收水资源费等调控手段来影响用水者的决策[1]; 用水者在市场规则的约束下自主决策并自由地采取最大化自身利益的行动, 因为追求利益最大化是任何理性个体的必然行为. 因此, 水资源管理机构与用水者之间存在一定的层次关系, 采用双层规划模型来描述这种关系是适宜的. 尽管双层规划理论应用已经不少, 但目前在水资源优化配置中的研究成果却寥寥无几[7]. 本文将双层规划引入水资源优化配置, 建立了水资源优化配置的双层规划模型, 为水资源管理机构提供了一种比较有效的决策工具.

2 双层规划问题

许多实际问题的规模越来越大, 结构越来越复杂, 对问题进行决策的人越来越多, 而且这些决策者往往处在不同的层次上. 上一层决策者自上而下地对下一层若干决策者有着某种控制、引导权; 而下一层决策者在这一前提下, 亦可以在其职权范围内行使一定的决策权. 在这种多层决策系统中, 每一层都有自身的目标函数和约束条件. 因此, 最终的决策结果往往是寻求使得各层决策机构之间达到某种协调的方案.

一般来说, 一个双层规划问题的数学模型可以表述为:

$$\begin{array}{ll} \min\limits_{x} & F(x,y) \\ \text{s.t.} & G(x,y) \le 0 \\ \min\limits_{y} & f(x,y) \\ \text{s.t.} & g(x,y) \le 0 \end{array} \tag{1}$$

其中: $x \in R^n$, $y \in R^m$, $F, f: R^n \times R^m \to R$, $G: R^n \times R^m \to R^p$, $f: R^n \times R^m \to R^l$. x 是上层决策者的决策变量, y 是下层决策变量. $F(x,y), f(x,y)$ 分别为上、下层决策者的目标函数.

双层规划模型的决策机制是上层决策者首先宣布其决策 x, 这一决策将影响下层决策者的决策与目标函数, 下层决策者在这一前提下选取使自己的目标函数达到最优的决策 y, 然后上层决策者再根据下层决策者的反应做出符合全局利益的决策[8].

由于双层规划可以恰当地描述实际问题中所存在的层次关系, 因此被广泛应用于交通网络设计[9]、价格控制[10]等问题. 如引言所述, 在水市场中水资源管理机构与用水者存在一定的层次关系, 因此本文用双层规划模型来考虑水资源优化配置问题.

3 水资源优化配置的双层规划模型

3.1 模型的建立

设可供管理机构分配的总水量为 Q, 因为水资源有公益性, 生态保护、环境美化等社会公益事业都需要用水, 因此管理机构要分配一定的公共水权以保证公益用水. 不妨假设公共水权为 w, 水资源费率为 t, P_i 表示第 i 个用水者, 其初始水权为 r_i, 那么有下式成立:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i + w = Q \tag{2}$$

上式表示用水者的初始水权以及公共水权之和与可供分配的总水量相等. 若 P_i 实际需水量为 d_i, 直接取水量为 q_i, $(d_i \ge r_i, d_i \ge q_i)$, 其需水差值 $d_i - q_i$ 可以通过节约用水以及提高用水效率等方式解决. 当 $q_i > r_i$, 即引水量大于水权时, 多引的水量 $q_i - r_i$ 需要在水权交易市场上购买; 反之, 当 $q_i < r_i$ 时, 可以在水市场上出售多余的水权.

虽然水市场不是完全竞争市场, 但市场价格受供需关系影响的规律是不变的, 即水资源供不应求时, 水价升高; 反之, 水价下降. 根据寡头竞争模型的理论分析 [11], 水市场的水权交易价格可以表示为: $p(x) = a - bx, (a, b > 0)$, 式中 x 为市场供需的差值, 即 $x = \sum\limits_{j=1}^{n}(r_j - q_j)$, 再假定节水成本函数为 $s_i(d_i - q_i)$, 那么就有 $s_i(0) = 0$, 并且 $s_i'(d_i - q_i) > 0$; 用户 P_i 的取水收益函数为 $f_i(q_i)$, 那么就有 $f_i(0) = 0, f_i'(q_i) > 0$. 用水户 P_i 的最终收益为:

$$V_i = f_i(q_i) - q_i t - s_i(d_i - q_i) + (r_i - q_i).p\left(\sum_{j=1}^{n}(r_j - q_j)\right) \tag{3}$$

将 $p(x) = a - bx, (a, b > 0)$ 代入 (3) 式, 可以得到:

$$V_i = f_i(q_i) - q_i t - s_i(d_i - q_i) + a.(r_i - q_i) - b.(r_i - q_i).\left(\sum_{j=1}^{n}(r_j - q_j)\right) \tag{4}$$

作为理性的个体用水者, 其取水的目的是追求自身的利益最大. 因此我们将用水者 P_i 追求效益最大作为双层规划模型的下层问题, 即

$$\begin{aligned}
\text{(LL)}\qquad & \max_{q_i} V_i = f_i(q_i) - q_i t - s_i(d_i - q_i) + a.(r_i - q_i) - b.(r_i - q_i).\left(\sum_{j=1}^{n}(r_j - q_j)\right) \\
& \text{s.t.} q_i \geq 0
\end{aligned} \tag{5}$$

记 V_0 为管理机构征收的水资源费与公共收益, 则有:

$$V_0 = h(w) + t\sum_{i=1}^{n} q_i \tag{6}$$

其中 $h(w)$ 为公共用水效益函数, 并且 $h(0) = 0, h'(w) > 0$.

那么社会总收益 $V_T = V_0 + \sum\limits_{i=1}^{n} V_i$, 将 (4)、(6) 式代入整理有:

$$V_T = h(w) + \sum_{i=1}^{n}\left[f_i(q_i) - s_i(d_i - q_i) + a.(r_i - q_i) - b.\left(\sum_{j=1}^{n}(r_j - q_j)\right).(r_i - q_i)\right] \tag{7}$$

作为水资源管理机构, 其分配初始水权以及制定水资源费的目的是对水市场进行调控, 从而使得水资源产生的社会总效益最大, 因此模型的上层规划问题为:

$$\begin{aligned}
\text{(UL)}\quad & \max_{r_i, w} V_T = h(w) + \sum_{i=1}^{n}\left[f_i(q_i) - s_i(d_i - q_i) + a.(r_i - q_i) - b.\left(\sum_{j=1}^{n}(r_j - q_j)\right).(r_i - q_i)\right] \\
\text{s.t.}\quad & \sum_{i=1}^{n} r_i + w = Q \\
& \sum_{i=1}^{n} q_i + w \leq Q \\
& r_i \geq \beta_i \\
& w \geq \alpha \\
& \pi_1 < t \leq \pi_2
\end{aligned} \tag{8}$$

其中, $\beta_i > 0$ 为用水者 i 的最低供水保证, $\alpha > 0$ 是流域最小生态需水量. 上层规划问题中的 q_i 是由下层规划问题 (LL) 所求出来的.

综上所述, 可以建立如下的水资源优化配置的双层规划模型:

$$\begin{aligned}
\max_{w, t, r_i, i=1,\cdots,n} & V_T = h(w) + \sum_{i=1}^{n}\left[f_i(q_i) - s_i(d_i - q_i) + a.(r_i - q_i) - b.\left(\sum_{j=1}^{n}(r_j - q_j)\right).(r_i - q_i)\right] \\
& \text{s.t.} \sum_{i=1}^{n} r_i + w = Q \\
& \sum_{i=1}^{n} q_i + w \leq Q
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
& r_i \geq \beta_i \\
& w \geq \alpha \\
& \pi_1 < t \leq \pi_2 \\
\max_{q_i} & V_i = f_i(q_i) - q_i t - s_i(d_i - q_i) + a.(r_i - q_i) - b.(r_i - q_i).\left(\sum_{j=1}^{n}(r_j - q_j)\right) \\
\text{s.t.} & q_i \geq 0 \\
& i = 1, \cdots, n
\end{aligned}
\tag{9}
$$

上述双层规划问题 (9) 实际上是具有多个下层决策者的双层规划问题[12]. 另外双层规划模型 (9) 很直观的反应出, 水资源管理机构通过其控制的决策变量, 即初始水权 r_i 的分配以及水资源费 t 的制定来影响用水者的直接取水量 q_i. 这也表明采用双层规划模型来描述水资源管理机构与用水者之间的层次关系是恰当的; 另外, 从表面上看, 水资源费 t 对社会总收益 V_T 没有影响. 然而观察模型 (9) 的下层目标函数不难发现, 水资源费是通过影响个体的决策来影响社会总收益的. 下面将给出双层规划问题 (9) 的一种求解方法.

3.2 模型的求解

一般来说, 双层规划问题的求解是比较复杂的. 事实上, 双层规划问题是一个 NP- 难问题, 一般不存在多项式时间的求解算法. 然而, 由于双层规划模型被广泛应用于许多实际问题, 使得人们对该类问题进行了比较深入地研究, 得到了一些比较实用的求解方法[13]. 下面将介绍利用精确罚函数方法[14−15] 来求解双层规划模型 (9). 为了能够得到双层规划问题的最优解, 假设双层规划问题 (9) 满足如下假设.

(H) 对于给定的上层决策变量 r_i, w, t, 下层规划问题的目标函数 V_i 为凸函数.

如果假设条件 (H) 得到满足, 那么下层问题 (LL) 中第 i 个决策单元的 K-T 最优性条件可以写为:

$$
\begin{aligned}
& f_i'(q_i) + s_i'(d_i - q_i) - a - t + b.\left[r_i - q_i + \sum_{j=1}^{n}(r_j - q_j)\right] + \lambda_i = 0 \\
& \lambda_i q_i = 0, \lambda_i \geq 0
\end{aligned}
$$

其中, λ_i 为 Lagrange 乘子. 以下层问题的 K-T 最优性条件代替下层问题, 同时取互不松弛条件为上层目标函数的罚项, 可以构造双层规划问题 (9) 的如下罚问题:

$$
\begin{aligned}
\max & h(w) + \sum_{i=1}^{n}\left[f_i(q_i) - s_i(d_i - q_i) + a.(r_i - q_i) - b.\left(\sum_{j=1}^{n}(r_j - q_j)\right).(r_i - q_i)\right] - M.\left(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i q_i\right) \\
\text{s.t.} & \sum_{i=1}^{n} r_i + w = Q \\
& \sum_{i=1}^{n} q_i + w \leq Q \\
& f_i'(q_i) + s_i'(d_i - q_i) - a - t + b.\left[r_i - q_i + \sum_{j=1}^{n}(r_j - q_j)\right] + \lambda_i = 0 \\
& r_i \geq \beta_i \\
& w \geq \alpha \\
& \pi_1 \leq t \leq \pi_2 \\
& r_i, q_i, \lambda_i \geq 0 \\
& i = 1, \cdots, n
\end{aligned}
\tag{10}
$$

其中 M 为正的罚因子. 文献 [15] 证明单层规划问题 (10) 与双层规划问题 (9) 具有相同的全局最优解集, 并且存在有限的罚因子 $M^* > 0$, 当 $M \geq M^*$ 时, 单层规划问题 (10) 的最优解也是问题 (9) 的最优解. 因此只要采用合适的优化技术求解问题 (10), 就可以得到问题 (9) 的最优解. 下面将给出具体的求解步骤:

第 1 步 首先给出初始罚因子 $M > 0$, 以及步长 $\eta > 0$.

第 2 步 利用下层问题的 K-T 最优性条件代替下层问题, 同时取互补松弛条件为罚项, 将双层规划模型 (9) 转化为相应的单层规划问题 (10).

第 3 步 求解单层规划问题 (10), 得到最优解 $(w, t, r_1, \cdots, r_n, q_1, \cdots, q_n, \lambda_1, \cdots, \lambda_n)$.

第 4 步 如果 $\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i q_i = 0$, 则得到最优解, 停止; 否则令 $M = M + \eta$, 转向步 2.

上述算法的收敛性证明类似于文献 [14] 中定理 4 的证明, 为了简便起见, 这里不再给出详细的证明过程.

注 在求解问题 (9) 时, 我们要求假设条件 (H) 得到满足. 如果条件 (H) 得不到满足, 那么可以采用对目标函数性能要求不高的智能算法, 如遗传算法[16]、粒子群算法[17] 对二层规划问题 (9) 进行求解.

3.3 算例

假设某一流域可供管理机构分配的总水量为 90 亿 m^3, 流域内有两个用水者, 用水者一和用水者二, 需水量分别为 45 亿 m^3 和 47 亿 m^3. 用水者一的取水效益函数和节水成本函数分别为: $f_1(q_1) = 0.6q_1$; $s_1(d_1 - q_1) = 0.2(d_1 - q_1)^2$. 用水者二的取水效益函数和节水成本函数分别为: $f_2(q_2) = 0.7q_2$; $s_2(d_2 - q_2) = 0.25(d_2 - q_2)^2$. 公共效益函数为: $h(w) = 0.4w$. 水资源费率为 t 元/m^3, 水市场价格函数为: $p = 0.9 - 0.01x$. 用水者水权下限为: $r_1 \geq 35, r_2 \geq 45$, $w \geq 6$, 水资源费率 $0.3 \leq t \leq 2.0$. 将以上数值和表达式代入式 (3)– 式 (5), 整理可得: $V_1 = 0.6q_1 - 0.2(45 - q_1)^2 - q_1 t + 0.9(r_1 - q_1) - 0.01(r_1 - q_1)(r_1 + r_2 - q_1 - q_2)$, $V_2 = 0.7q_2 - 0.25(47 - q_2)^2 - q_2 t + 0.9(r_2 - q_2) - 0.01(r_2 - q_2)(r_1 + r_2 - q_1 - q_2)$, 社会总效益 $V_T = 0.4w + t(q_1 + q_2) + V_1 + V_2$. 根据 (9) 式可以建立如下水资源优化配置的双层规划模型:

$$
\begin{aligned}
\max_{w,t,r_1,r_2} \; & 0.4w + t(q_1 + q_2) + V_1 + V_2 \\
\text{s.t.} \; & r_1 + r_2 + w = 90 \\
& q_1 + q_2 + w \leq 90 \\
& r_1 \geq 35 \\
& r_2 \geq 45 \\
& w \geq 6 \\
& 0.3 \leq t \leq 2.0 \\
& \max_{q_1} 0.6q_1 - 0.2(45 - q_1)^2 - q_1 t + 0.9(r_1 - q_1) - 0.01(r_1 - q_1)(r_1 + r_2 - q_1 - q_2) \\
& \quad \text{s.t.} \; q_1 \geq 0 \\
& \max_{q_2} 0.7q_2 - 0.25(47 - q_2)^2 - q_2 t + 0.9(r_2 - q_2) - 0.01(r_2 - q_2)(r_1 + r_2 - q_1 - q_2) \\
& \quad \text{s.t.} \quad q_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

以下层问题的 K-T 最优性条件代替下层问题, 取互补松弛条件为罚项, 然后求解相应的单层规划问题可以得到: $r_1^* = 39$ 亿 m^3, $r_2^* = 45$ 亿 m^3, $w^* = 6$ 亿 m^3, $t^* = 1.5$ 元/m^3, $q_1^* = 40.4$ 亿 m^3, $q_2^* = 43.6$ 亿 m^3.

进一步, 如果将水资源的费率 t 提高, 不妨设 $t \geq 3.0$, 其余的条件均不变, 计算可得: $r_1^* = 39$ 亿 m^3, $r_2^* = 45$ 亿 m^3, $w^* = 6$ 亿 m^3, $t^* = 3.0$ 元/m^3, $q_1^* = 36.9$ 亿 m^3, $q_2^* = 40.8$ 亿 m^3. 这就表明如果提高水资源费率, 两个用水者直接取水量将减小. 这与实际情况是相符合的, 同时也说明了所建立模型的合理性.

4 结论

本文提出了水资源优化配置的双层规划模型, 用双层规划模型描述了水市场交易中水资源管理机构如何通过初始水权分配和水资源费对水市场进行有效地调控, 并给出了双层规划模型比较有效地求解方法. 由于本文所提出的方法并不需要得出各用水者取水量关于初始水权以及水资源费的最优解函数, 因此更具有实用价值.

然而值得指出的是在模型的建立过程中水资源管理机构的目标函数是最大化社会经济效益, 这里忽视了污染物的排放等问题. 事实上, 除了经济效益, 环境问题也是政府部门十分关注的. 因此如何将污染问题加入

到水资源优化配置的双层规划模型之中是笔者未来的研究方向.

参考文献

[1] 王先甲, 肖文. 水资源的市场分配机制及其效率 [J]. 水利学报, 2001, 12:26–31.
Wang X J, Xiao W. Market mechanism of water resources allocation and its efficiency[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2001, 12: 26–31.

[2] 刘文强, 孙永广, 顾树华. 水资源分配冲突的博弈分析 [J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(1): 16–25.
Liu W Q, Sun Y G, Gu S H. Game analysis for conflicts in water resource allocation[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2002, 22(1): 16–25.

[3] Easter K W, Hearne R. Water market and decentralized water[J]. Water Resources Bulletin, 1995, 31(1): 9–20.

[4] 汪恕诚. 水权和水市场 —— 谈实现水资源优化配置的经济手段 [J]. 中国水利, 2000, 11: 6–9.
Wang S C. Water right and water market — Economic measures to realize optimal configure of water resource[J]. China Water Resources, 2000, 11: 6–9.

[5] 孔珂, 解建仓, 岳新利, 等. 水市场的博弈分析 [J]. 水利学报, 2005, 36(4): 491–495.
Kong K, Xie J C, Yue X L, et al. Game analysis of water resources market[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005, 36(4): 491–495.

[6] 冯文琦, 纪昌明. 水资源优化配置中的市场交易博弈模型 [J]. 华中科技大学学报 (自然科学版), 2006, 34(11): 83–85.
Feng W Q, Ji C M. Study of market transaction game model in water resources optimal allocation[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology(Nature Science Edition), 2006, 34(11): 83–85.

[7] 王浩. 可持续发展的水资源混合分配模式 [D]. 哈尔滨理工大学硕士学位论文, 2006.
Wang H. Sustainable water resources mixed distribution model[D]. Harbin University of Science and Technology, 2006.

[8] 滕春贤, 李智慧. 二层规划的理论与应用 [M]. 北京, 科学出版社, 2002.
Teng C X, Li Z H. Bilevel Programming: Theory and Applications[M]. Beijing: Science Press, 2002.

[9] 高自友, 张好智, 孙会君. 交通网络设计问题中的双层规划模型、方法及应用 [J]. 交通运输系统工程与信息, 2004, 4(1): 35–44.
Gao Z Y, Zhang H Z, Sun H J. Bilevel programming models, approaches and applications in urban transportation network design problems[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2004, 4(1): 35–44.

[10] 四兵锋, 高自友. 合理制定铁路客票价格的优化模型及算法 [J]. 管理科学学报, 2001, 4(2): 45–51.
Si B F, Gao Z Y. Optimal model and solution algorithm railway passenger-ticket pricing[J]. Journal of Management Science in China, 2001, 4(2): 45–51.

[11] 张维迎. 博弈论与信息经济学 [M]. 上海, 上海人民出版社, 2004.
Zhang W Y. Game Theory and Information Economics[M]. Shanghai: Shanghai People's Publishing House, 2004.

[12] Lu J, Shi C, Zhang G. On bilevel multi-follower decision making: General framework and solutions[J]. Information Sciences, 2006, 176: 1607–1627.

[13] Bard J. Practical Bilevel Optimization: Algorithm and Applications[M]. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998.

[14] Lv Y B, Hu T S, Wan Z P. A penalty function method for solving inverse optimal value problem[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2007, doi: 10.1016/j.cam.2007.08.00.

[15] Liu G S, Han J Y, Zhang J Z. Exact penalty function for convex bilevel programming problems[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2001, 110(3): 621–643.

[16] 李宏, 王宇平, 焦永昌. 解非线性两层规划问题的新的遗传算法及全局收敛性 [J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(3): 62–71.
Li H, Wang Y P, Jiao Y C. A new genetic algorithm for nonlinear bilevel programming problem and its global convergence[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2005, 25(3): 62–71.

[17] 江燕, 胡铁松, 等. 基于粒子群算法的非线性二层规划问题的求解算法 [J]. 运筹与管理, 2006, 15(4): 18–22.
Jiang Y, Hu T S, et al. Particle swarm optimization based approach to solving nonlinear bilevel programming problems[J]. Operations Research and Management Science, 2006, 15(4): 18–22.