

测量互易多端口网络 S 参数的多短路 活塞法的进一步改进

吴宏雄

(中山大学无线电电子学系, 广州 510275)

摘要 本文提出互易多端口网络的广义等效二端口测量方程组, 解决了 S 参数测量中被测网络的“互”等效参数的利用问题, 从而大大地缩短了 S 参数的测量过程, 节省了大量的测量时间。文中给出测量实例。

关键词 微波测量; S 参数; 多端口网络

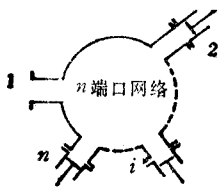
一、引言

多短路活塞法^[1]是测量互易多端口网络 S 参数的一种诱人方法。因为利用此法时, 既不必轮换被测端口, 也无需互换各端口的外接负载。特别是, 最近文献[2]提出的互易多端口网络的等效二端口测量方程组及一套自动测量系统, 更为多短路活塞法的实际应用开辟了途径。然而, 遗憾的是, 正如文献[1]早就指出的那样, 由于无法解决“互”等效参数的利用问题, 因此就要按各活塞的不同移动顺序进行 $n-1$ 轮测量, 才能求得被测 n 端口网络的全部 S 参数。这就使得测量非常繁冗费时。

像“自”等效 S 参数那样, 本文提出将“互”等效 S 参数也以相应端口的负载反射系数展开, 建立了所谓广义等效二端口测量方程组, 并用以求解 S 参数。这样, 只需一轮测量, 即可求得一个被测 n 端口网络的全部 S 参数, 从而缩短了测量过程, 节省了测量时间。

二、广义等效二端口测量方程组

一个 n 端口网络除端口 1 外其余各端口均分别接上反射系数 $\Gamma_i = \exp(j\varphi_i)$, ($i = 2, 2, \dots, n$) 的短路活塞, 如图 1 所示。现设此 n 端口网络的 S 矩阵为



$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{12} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ S_{1n} & S_{2n} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

1991.12.23 收到, 1992.05.19 定稿。

吴宏雄 男, 1935 年生, 副教授, 主要从事微波、毫米波技术的教学和研究工作。

则可求得此网络端口 1 的输入反射系数为^[3]

$$\hat{\Gamma}_1 = D_{(1S1)} / D_{(11)} \quad (2)$$

式中 $D_{(1S1)}$ 和 $D_{(11)}$ 是由图 1 的多端口网络系统所决定的特殊行列式^[3], 并有如下的运算规则:

$$\left. \begin{aligned} D &= D_{(ii)} - \Gamma_i D_{(iSi)} \\ D_{(ii)} &= D_{(ii)(jj)} - \Gamma_j D_{(ii)(jSi)}, (i \neq j) \\ D_{(iSi)} &= D_{(iSi)(jj)} - \Gamma_j D_{(iSi)(jSi)} = D_{(iSi)(jj)}, (i \neq j) \\ D_{(11)\dots(iSk)\dots(nn)} &= S_{ik} \\ D_{(11)\dots(nn)} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 D 是一行列式, 其形式为

$$D = \begin{vmatrix} 1 - \Gamma_1 S_{11} & -\Gamma_2 S_{12} & \cdots & -\Gamma_n S_{1n} \\ -\Gamma_1 S_{12} & 1 - \Gamma_2 S_{22} & \cdots & -\Gamma_n S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\Gamma_1 S_{1n} & -\Gamma_2 S_{2n} & \cdots & 1 - \Gamma_n S_{nn} \end{vmatrix} \quad (4)$$

而 $D_{(iSi)}$ 是将行列式 D 中第 i 列元素换成矩阵 $[S]$ 中的第 j 列元素后所得的行列式; $D_{(ii)}$ 是将 D 中的第 i 行、 i 列元素删去后所得的行列式。

现采用文献[2]中约定的等效 S 参数符号(为了更便于从其书写形式直接写出以特殊行列式表示的表达式起见, 在此已将其稍作改变), 将(1)式中的行列式相对于 Γ_2 展开, 可得如下的等效二端口测量方程

$$\hat{\Gamma}_1 = S_{11}^{(1)} - S_{11}^{(1,2)} + [S_{12}^{(1,2)}]^2 \Gamma_2 / [1 - S_{22}^{(1,2)} \Gamma_2] \quad (5)$$

与文献[2]类似, 又将 $S_{11}^{(1,2)}$ 和 $S_{12}^{(1,2)}$ 以 Γ_3 展开, 可得

$$S_{11}^{(1,2)} = S_{11}^{(1,2,3)} + [S_{13}^{(1,2,3)}]^2 \Gamma_3 / [1 - S_{33}^{(1,2,3)} \Gamma_3] \quad (6a)$$

$$S_{12}^{(1,2)} = S_{12}^{(1,2,3)} + [S_{23}^{(1,2,3)}]^2 \Gamma_3 / [1 - S_{33}^{(1,2,3)} \Gamma_3] \quad (6b)$$

而对于“互”等效散射参数, 即下标两数字不同的等效散射参数, 如 $S_{12}^{(1,2)}$, $S_{13}^{(1,2,3)}$... (类似地, 凡下标两数字相同的等效散射参数, 可称为“自”等效散射参数), 文献[1]认为无法处理, 而文献[2]也未予以重视, 因而失去了许多有用信息, 致使在用多短路活塞法测量多端口网络的 S 参数时, 需进行多轮测量, 才能求得全部 S 参数, 费时费力, 亟待改进。

现在的问题是, 如何利用“互”等效散射参数的信息, 以减少测量次数? 在此, 我们提出, 可以像处理“自”等效散射参数那样, 将“互”等效散射参数也按不同的反射系数逐步展开, 以得广义的等效二端口测量方程, 并据以求出在单轮测量的计算中所缺的 S 参数。因为 $S_{12}^{(1,2)}$ 是图 1 的多端口网络等效为端口 1 和 2 间的等效二端口网络的“互”等效散射参数, 可表作

$$\begin{aligned} S_{12}^{(1,2)} &= \frac{D_{(1S2)(22)}}{D_{(11)(22)}} = \frac{D_{(1S2)(22)(33)} - D_{(1S2)(22)(3S3)} \Gamma_3}{D_{(11)(22)(33)} - D_{(11)(22)(3S3)} \Gamma_3} = \frac{D_{(1S2)(22)(33)}}{D_{(11)(22)(33)}} \\ &+ \frac{[D_{(1S2)(22)(33)} D_{(11)(22)(3S3)} - D_{(1S2)(22)(3S3)} D_{(11)(22)(33)}] \Gamma_3 / [D_{(11)(22)(33)}]^2}{1 - D_{(11)(22)(3S3)} \Gamma_3 / D_{(11)(22)(33)}} \quad (6c) \end{aligned}$$

显然, 我们可写出

$$D_{(1S2)(22)(33)} / D_{(11)(22)(33)} = S_{12}^{(1,2,3)}, \quad D_{(11)(22)(3S3)} / D_{(11)(22)(33)} = S_{33}^{(1,2,3)}$$

再将(6c)式第二项分子的行列式直接展开,并重新组合起来,可写成

$$\frac{D_{(1,2)(22)(33)}D_{(11)(22)(3,3)} - D_{(1,2)(22)(33)}D_{(11)(22)(33)}}{D_{(11)(22)(33)}D_{(11)(22)(33)}} = \frac{D_{(1,2)(22)(33)}}{D_{(11)(22)(33)}} \times \frac{D_{(11)(22)(3,2)}}{D_{(11)(22)(33)}} \\ = S_{13}^{(1,2,3)}S_{32}^{(1,2,3)} \quad (6c)$$

于是,(6c)式可写成

$$S_{12}^{(1,2)} = S_{12}^{(1,2,3)} + S_{13}^{(1,2,3)}S_{32}^{(1,2,3)}\Gamma_3/[1 - S_{33}^{(1,2,3)}\Gamma_3] \quad (6c')$$

将(6c')式与一个端口 2 接短路活塞(Γ_L)的二端口网络在端口 1 的输入反射系数表示式

$$\Gamma_1 = S_{11} + S_{12}S_{21}\Gamma_L/[1 - S_{22}\Gamma_L]$$

相比较可见,若作如下类比

$$S_{12}^{(1,2)} \Rightarrow \Gamma_1, \quad S_{12}^{(1,2,3)} \Rightarrow S_{11} \\ S_{33}^{(1,2,3)} \Rightarrow S_{22}, \quad S_{13}^{(1,2,3)}S_{32}^{(1,2,3)} \Rightarrow S_{12}S_{21}$$

则二者的形式是完全相同的。据此,我们认为,在给定一组 $S_{12}^{(1,2)}$ 和 Γ_3 的对应数据后,显然可按通常二端口网络的计算方法求出 $S_{12}^{(1,2,3)}$, $S_{13}^{(1,2,3)}S_{32}^{(1,2,3)}$ 和 $S_{33}^{(1,2,3)}$, 其中 $S_{13}^{(1,2,3)}S_{32}^{(1,2,3)}$ 和 $S_{33}^{(1,2,3)}$ 已由(6a)式和(6b)式求得,而 $S_{12}^{(1,2,3)}$ 则是我们所要寻求的。换句话说,由一个广义的等效二端口测量方程可求出一个待求的 S 参数。至此,我们有理由将(6c')式称为广义等效二端口测量方程(加上广义二字,以区别于由“自”等效参数组成的等效二端口测量方程)。

类似地,又将 $S_{11}^{(1,2,3)}$, $S_{22}^{(1,2,3)}$, $S_{33}^{(1,2,3)}$ 和 $S_{12}^{(1,2,3)}$, $S_{13}^{(1,2,3)}$, $S_{23}^{(1,2,3)}$ 分别以 Γ_4 展开,可得等效二端口测量方程

$$\left. \begin{aligned} S_{11}^{(1,2,3)} &= S_{11}^{(1,\dots,4)} + [S_{14}^{(1,\dots,4)}]^2\Gamma_4/[1 - S_{44}^{(1,\dots,4)}\Gamma_4] \\ S_{22}^{(1,2,3)} &= S_{22}^{(1,\dots,4)} + [S_{24}^{(1,\dots,4)}]^2\Gamma_4/[1 - S_{44}^{(1,\dots,4)}\Gamma_4] \\ S_{33}^{(1,2,3)} &= S_{33}^{(1,\dots,4)} + [S_{34}^{(1,\dots,4)}]^2\Gamma_4/[1 - S_{44}^{(1,\dots,4)}\Gamma_4] \end{aligned} \right\} \quad (7a)$$

和广义等效二端口测量方程

$$\left. \begin{aligned} S_{12}^{(1,2,3)} &= S_{12}^{(1,\dots,4)} + S_{14}^{(1,\dots,4)}S_{42}^{(1,\dots,4)}\Gamma_4/[1 - S_{44}^{(1,\dots,4)}\Gamma_4] \\ S_{13}^{(1,2,3)} &= S_{13}^{(1,\dots,4)} + S_{14}^{(1,\dots,4)}S_{43}^{(1,\dots,4)}\Gamma_4/[1 - S_{44}^{(1,\dots,4)}\Gamma_4] \\ S_{23}^{(1,2,3)} &= S_{23}^{(1,\dots,4)} + S_{24}^{(1,\dots,4)}S_{43}^{(1,\dots,4)}\Gamma_4/[1 - S_{44}^{(1,\dots,4)}\Gamma_4] \end{aligned} \right\} \quad (7b)$$

依此类推,直至将等效参数以 Γ_j 展开,可得

$$\left. \begin{aligned} S_{ij}^{(1,\dots,j-1)} &= S_{ij}^{(1,\dots,n)} + [S_{ij}^{(1,\dots,n)}]^2\Gamma_j/[1 - S_{jj}^{(1,\dots,n)}\Gamma_j] \\ S_{ik}^{(1,\dots,j-1)} &= S_{ik}^{(1,\dots,n)} + S_{ij}^{(1,\dots,n)}S_{kj}^{(1,\dots,n)}\Gamma_j/[1 - S_{jj}^{(1,\dots,n)}\Gamma_j] \\ j &= 2, \dots, n; \quad i = 1, \dots, j-1 \\ l &= 1, \dots, j-2; \quad k = l+1, \dots, j-1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

当等效 S 参数以最后的一个反射系数 Γ_n 展开时,注意到它同特殊行列式间的关系和(3)式的运算规则,可得

$$\begin{aligned} S_{ii}^{(1,\dots,n-1)} &= S_{ii}^{(1,\dots,n)} + [S_{in}^{(1,\dots,n)}]^2\Gamma_n/[1 - S_{nn}^{(1,\dots,n)}\Gamma_n] \\ &= \frac{D_{(11)\dots(iS_i)\dots(nn)}}{D_{(11)\dots(nn)}} + \frac{[D_{(11)\dots(iS_n)\dots(nn)}/D_{(11)\dots(nn)}]^2\Gamma_n}{1 - [D_{(11)\dots(nS_n)}/D_{(11)\dots(nn)}]\Gamma_n} \\ &= S_{ii} + S_{in}^2\Gamma_n/[1 - S_{nn}\Gamma_n] \end{aligned} \quad (9a)$$

$$S_{ik}^{(1,\dots,n-1)} = S_{ik}^{(1,\dots,n)} + S_{in}^{(1,\dots,n)}S_{kn}^{(1,\dots,n)}\Gamma_n/[1 - S_{nn}^{(1,\dots,n)}\Gamma_n]$$

$$= \frac{D_{(11)\dots(iSk)\dots(nn)}}{D_{(11)\dots(nn)}} + \frac{[D_{(11)\dots(iSn)\dots(nn)}/D_{(11)\dots(nn)}][D_{(11)\dots(nSk)\dots(nn)}/D_{(11)\dots(nn)}]\Gamma_n}{1 - [D_{(11)\dots(nSn)}/D_{(11)\dots(nn)}]\Gamma_n}$$

$$= S_{ik} + S_{i_n} S_{n_k} \Gamma_n / [1 - S_{n_n} \Gamma_n] \quad (9b)$$

$$n = 2, 2, 3, \dots; i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$l = 1, 2, \dots, n-2; k = l+1, l+2, \dots, n-1$$

(5)~(9)式就是我们用以求解 n 端口网络 S 参数的方程。为了叙述方便,可统称为多端口网络的广义等效二端口测量方程组。有了这个方程组后,只要按 $2 \rightarrow 3 \rightarrow \dots \rightarrow n$ 的顺序移动活塞,进行一轮测量,就可算出被测 n 端口网络的全部 S 参数。这是因为:在(9a)式中,有 $(n-1)$ 个等效二端口测量方程,对每个这样的方程可用文献[4]的方法,求出三个 S 参数,一共可求得 $3(n-1)$ 个 S 参数,但其中有 $(n-1)$ 个 S_{nn} 是相同的,实际上由(9a)式只解得 $2(n-1)+1$ 个参数;而(9b)式则有 $(1+2+\dots+n-2) = (n-1)(n-2)/2$ 个广义等效二端口测量方程,前面已指出,一个这样的方程可求得一个待求的 S_{ik} ,共可解得 $(n-1)(n-2)/2$ 个参数。因此,上述两组方程共解得 $n(n+1)/2$ 个 S 参数。一个互易 n 端口网络也恰好有 $n(n+1)/2$ 个 S 参数。

三、实验结果

为验证上述广义等效二端口测量方程的正确性,我们按表 1 的测量数据(此数据取自文献[2]),采用文献[4]的数值方法计算等效二端口网络的等效 S 参数,所得的结果如表 2 所示。利用表 2 的等效参数再次进行数值处理^[4],即可求得 H-T 接头的全部 S 参数,

表 1 无耗 H-T 接头的测量数据 ($\lambda_{g1} = 43.55$ mm, $\lambda_{g2} = 43.52$ mm)

2→3 顺序	180	90	0	-90	$\varphi_i^{(0)}$
					$\varphi_i^{(0)}$
$D_{min} - D_T$ (mm)	9.3533	17.0912	10.4481	9.9751	180
	17.4931	7.7124	7.1207	6.5574	90
	10.3803	7.0892	3.9908	18.3623	0
	9.9148	6.4133	18.2813	12.4435	-90

表 2 中间结果

参数 $\varphi_i^{(0)}$	$S_{11}^{(1,2)}$	$S_{22}^{(1,2)}$	$S_{12}^{(1,2)*}$
180	0.8539 \angle -15.09°	0.8539 \angle -95.51°	0.5204 \angle 34.70°
90	0.8459 \angle -62.10°	0.8459 \angle 179.28°	0.5334 \angle 148.59°
0	0.3372 \angle -64.72°	0.3372 \angle 94.17°	0.9414 \angle 104.72°
-90	0.3919 \angle -5.60°	0.3919 \angle -24.30°	0.9200 \angle 75.05°

* $S_{12}^{(1,2)}$ 的相位有两个可能值,表中只取 1 个。

表 3 按不同方法求得的 H-T 接头 S 参数的比较

方法 参数	本文方法	文献 [1,2] 的方法	文献 [5] 的方法
S_{11}	$0.5546 \angle -36.63^\circ$	$0.5530 \angle -36.57^\circ$	$0.5622 \angle -37.69^\circ$
S_{12}	$0.5879 \angle 90.57^\circ$	$0.5883 \angle 90.85^\circ$	$0.5887 \angle 90.33^\circ$
S_{13}	$0.5929 \angle 91.79^\circ$	$0.5929 \angle 91.79^\circ$	$0.5896 \angle 91.47^\circ$
S_{22}	$0.2263 \angle -131.53^\circ$	$0.2276 \angle -130.39^\circ$	$0.2293 \angle -130.50^\circ$
S_{23}	$0.7774 \angle 42.43^\circ$	$0.7761 \angle 42.34^\circ$	$0.7770 \angle 41.36^\circ$
S_{33}	$0.2230 \angle -130.38^\circ$	$0.2246 \angle -129.91^\circ$	$0.2265 \angle 126.48^\circ$

如表 3 所示。为比较起见，表 3 中还列出了用文献 [1,2] 和文献 [5] 的方法测得的同一接头的 S 参数。要强调的是，由“互”等效参数 $S_{ij}^{(1,2)}$ 的广义等效二端口测量方程算出的有关 S 参数是

$$\begin{aligned} S_{12} &= 0.5879 \angle 90.57^\circ \\ S_{13}S_{23} &= 0.4582 \angle 134.40^\circ \quad (S_{13} \text{ 和 } S_{23} \text{ 无法分开}) \\ S_{33} &= 0.2233 \angle -129.02^\circ \end{aligned}$$

而由 3 → 2 的活塞顺序算出的 S_{12} (见文献 [2]) 以及由“自”等效参数 $S_{11}^{(1,2)}$ 和 $S_{22}^{(1,2)}$ 的等效二端口测量方程算出的 S_{13} , S_{23} 和 S_{33} 则分别是

$$\begin{aligned} S_{12} &= 0.5883 \angle 90.85^\circ \\ S_{13}S_{23} &= 0.5929 \angle 91.79^\circ \times 0.7774 \angle 42.43^\circ = 0.4609 \angle 134.22^\circ \\ S_{33} &= 0.2230 \angle -130.38^\circ \end{aligned}$$

可见，由不同途径求得的参数是令人满意地一致的。这表明，本文提出的广义等效二端口测量方程和沿用通常二端口网络 S 参数的计算方法来求解这个广义等效二端口测量方程的做法是完全正确的。这样，利用本文所提方法测量一个 n 端口网络的 S 参数时，只需按一种顺序移动各短路活塞，并相应进行一轮测量，就可求得该网络的全部 S 参数。因而大大地缩短了测量过程。相对于原方法来说，新的计算方法约可节省 $(n-2)/(n-1)$ ($n=3,4,\dots$) 的测量时间。

四、结 论

本文提出的广义等效二端口测量方程组法是测量互易多端口网络 S 参数的多短路活塞法的进一步改进；它为任意互易多端口网络 S 参数提供了一个统一而又简捷的测量方法和计算方法；这种方法不仅可用于自动测量线系统^[6]，也可以用于四端口反射计^[7,8]和六端口反射计系统^[9]。

参 考 文 献

- [1] S. Stein, Proc. IRE, 42(1954)3, 599.
[2] 吴宏雄, 电子科学学刊, 13(1991)6, 561—567.

- [3] T. Nemoto, D. F. Wait, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-16**(1968), 866—873.
[4] D. Kajfez, *IEEE Trans. on IM*, **IM-24**(1975)1, 4—11.
[5] R. W. Beatty, A. C. Macpherson, *Proc. IRE*, **41**(1953)9, 1112—1118.
[6] 吴宏雄, 郑小健, 潘楚华, 微波学报, 1988 年, 第 3 期, 第 1—8 页。
[7] K. Brantervik, E. L. Kollberg, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-33**(1985)7, 563—568.
[8] K. Brantervik, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-33**(1985)7, 569—575.
[9] G. F. Engen, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-25**(1977)12, 1075—1079.

FURTHER IMPROVEMENT ON MEASURING S -PARAMETERS OF RECIPROCAL MULTI-PORT NETWORK BY THE MULTI-MOVABLE SHORT METHOD

Wu Hongxiong

(Zhongshan University, Guangzhou 510275)

Abstract Generalized equivalent two-port measurement equations for reciprocal multiport network are presented, and problems using “mutual” equivalent parameters of the measured network in S -parameter measurements have been solved in this paper. This would shorten greatly measurement procedures for S -parameters and save a lot of measurement time. Experimental example is given.

Key Words Microwave measurement; S -parameters; Multiport network