

# 高速集成电路中多导体渐变互连线 传输特性的分析\*

王秉中

(电子科技大学应用物理研究所, 成都 610054)

**摘要** 本文首先给出高速集成电路中多导体均匀互连线传输特性的分析方法和计算公式。再将渐变互连线近似为线宽略有变化的多节均匀线级联, 通过网络理论, 分析出渐变线的传输特性。计算结果与测量值吻合很好。

**关键词** 高速集成电路; 互连; 传输线; 网络; 散射参数

## 一、引言

互连系统设计是目前高速集成电路研制中的一项关键技术。多导体渐变互连线是一种常见的互连结构, 我们将其近似为多节均匀线级联, 相邻两节线的线宽有微小步进。求得每段均匀线和每一微小阶梯不连续性的传输矩阵后, 利用网络理论, 即可得渐变互连线的传输特性。计算结果与测量值吻合很好。

## 二、均匀线的分析方法及计算公式

不失一般性, 以图1所示的三线系统为例, 其传输线基本参数有4个: 电容矩阵  $[C]$ 、电感矩阵  $[L]$ 、并联电导矩阵  $[G]$  和串联电阻矩阵  $[R]$ 。利用基于位函数理论的扰动迭代法<sup>[1,2]</sup>, 我们可算出  $[C]$  和  $[L]$ , 其过程参见文献[1,2], 不再详述。如果采用复介电常数  $\epsilon$  计及介质损耗, 则求出的“电容参数”为一复数矩阵  $[\hat{C}]$ , 其实部即是通常意义下的电容矩阵  $[C]$ , 其虚部与电导矩阵的关系为,  $[G] = \text{Re}\{j\omega[\hat{C}]\}$ ,  $\omega = 2\pi f$  为角频率,  $f$  为频率。对电阻矩阵  $[R]$ , 设其互阻可忽略, 且  $[R] = r[U]$ ,  $[U]$  为单位矩阵,  $r$  可由单根传输线电阻公式近似给出。综合考虑文献[3,4]中的结果, 我们可按  $r = r_1 + r_2$  计算  $r$ 。其中

1992.10.26 收到, 1993.01.11 定稿。

\* 国家教委博士点基金资助课题。

王秉中 男, 1962年生, 副教授, 现从事专业为电磁场与微波技术。

$$r_s = \begin{cases} [1 + 0.0122x_w^{(3+0.01x_w^2)}]/(wt\sigma), & x_w \leq 2.5 \\ \left[ \frac{0.43093x_w}{1 + 0.041(w/t)^{1.19}} + \frac{1.1147 + 1.2868x_w}{1.2296 + 1.287x_w^3} + 0.0035(w/t - 1)^{1.8} \right] / (wt\sigma) & x_w > 2.5 \end{cases} \quad (1)$$

是由导体条带欧姆损耗引起的电阻<sup>[3]</sup>;而接地板欧姆损耗引起的电阻  $r_g$  按下式计算<sup>[4]</sup>

$$r_g = (0.55/w)(1 - e^{-w/(1.2d\pi)})\sqrt{\pi\mu f/\sigma} \quad (2)$$

式中,  $x_w = \sqrt{2f\sigma\mu wt}$ ,  $\mu$  和  $\sigma$  分别为导体的磁导率和电导率,  $w, t, d$  如图 1 所示。

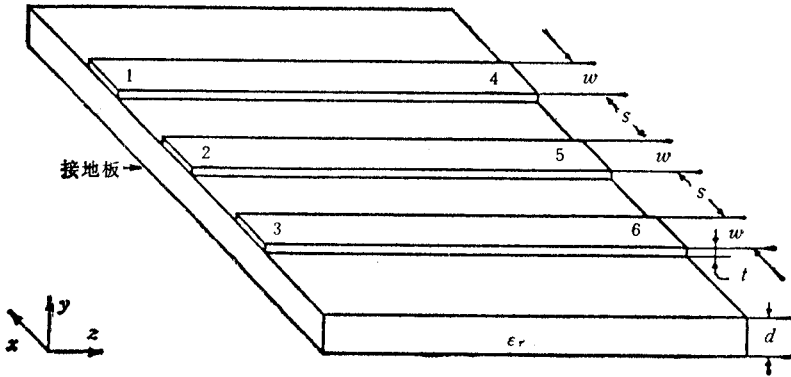


图 1 均匀三线互连系统

多导体传输线上的线电压矢量  $\mathbf{v}$  和线电流矢量  $\mathbf{i}$  满足波动方程

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial z^2} = [\mathbf{Z}][\mathbf{Y}]\mathbf{v}; \quad \frac{\partial^2 \mathbf{i}}{\partial z^2} = [\mathbf{Y}][\mathbf{Z}]\mathbf{i} \quad (3)$$

其中,  $[\mathbf{Z}] = [\mathbf{R}] + j\omega[\mathbf{L}]$ ,  $[\mathbf{Y}] = [\mathbf{G}] + j\omega[\mathbf{C}]$ 。按本征值问题解法,通过矩阵对角化处理,

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}_m}{\partial z^2} = [\Lambda_m]^2 \mathbf{v}_m; \quad \frac{\partial^2 \mathbf{i}_m}{\partial z^2} = [\Lambda_m]^2 \mathbf{i}_m \quad (4)$$

式中模电压矢量  $\mathbf{v}_m$ , 模电流矢量  $\mathbf{i}_m$  与  $\mathbf{v}$  和  $\mathbf{i}$  的关系为

$$\mathbf{v}_m = [\mathbf{E}]\mathbf{v}; \quad \mathbf{i}_m = [\mathbf{H}]\mathbf{i} \quad (5)$$

变换矩阵  $[\mathbf{E}], [\mathbf{H}]$  和本征值对角矩阵  $[\Lambda_m]$  满足下列关系:

$$[\mathbf{E}][\mathbf{Z}][\mathbf{Y}][\mathbf{E}]^{-1} = [\mathbf{H}][\mathbf{Y}][\mathbf{Z}][\mathbf{H}]^{-1} = ([\Lambda_m])^2 \quad (6)$$

$[\mathbf{E}], [\mathbf{H}]$  的第  $i$  列是与第  $i$  个传输模相应的电压、电流本征矢。 $[\Lambda_m]$  的元素为与每一模式相应的复传播常数  $\gamma_i = \alpha_i + j\beta_i$ 。因此,长度为  $l$  的三线系统的模式传输矩阵为

$$[\phi_m] = \begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 l} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_2 l} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\gamma_3 l} \end{bmatrix} \quad (7)$$

而线电压传输矩阵  $[\phi]$ , 按定义

$$\mathbf{v}_1^- = [\phi]\mathbf{v}_1^+; \quad \mathbf{v}_1^+ = [\phi]\mathbf{v}_1^- \quad (8)$$

应为

$$[\phi] = [E]^{-1}[\phi_m][E] \tag{9}$$

其中下标“I”表示左边的三端口(端口1,2,3),下标“II”表示右边的三端口(端口4,5,6);上标“+”,“-”分别代表端口的人射和反射电压波. 于是, 三线系统的传输矩阵为

$$[T] = \begin{bmatrix} [E]^{-1}[\phi_m][E] & 0 \\ 0 & ([E]^{-1}[\phi_m][E])^{-1} \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_I^- \\ \mathbf{v}_I^+ \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{II}^+ \\ \mathbf{v}_{II}^- \end{bmatrix} \tag{11}$$

而特性阻抗矩阵  $[Z_c]$ , 按定义  $\mathbf{v}^+ = [Z_c]\mathbf{i}^+$ ;  $\mathbf{v}^- = [Z_c]\mathbf{i}^-$ , 可推导出

$$[Z_c] = [E]^{-1}[\Lambda_m]^{-1}[E][Z] \tag{12}$$

### 三、渐变线的分析

渐变互连线可近似为一组均匀互连线小节级联, 相邻两节的线宽有微小步进, 每小节包括一段均匀线和一小不连续阶梯, 如图 2 所示. 均匀线的传输矩阵上面已经给出. 下面, 我们将导出不连续阶梯的传输矩阵, 再利用网络理论求出渐变线的散射参数. 对于第  $i$  个阶梯, 其左边的人射和反射电压分别为  $(\mathbf{v}_{II}^-)_i$  和  $(\mathbf{v}_{II}^+)_i$ , 其右边的人射和反射电压分别为  $(\mathbf{v}_I^-)_{i+1}$  和  $(\mathbf{v}_I^+)_{i+1}$ . 由线电压和线电流的连续性和  $[Z_c]$  的定义, 得

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{v}_{II}^+)_i + (\mathbf{v}_{II}^-)_i &= (\mathbf{v}_I^+)_{i+1} + (\mathbf{v}_I^-)_{i+1} \\ (\mathbf{v}_{II}^+)_i - (\mathbf{v}_{II}^-)_i &= -[Z_c]_i[Z_c]_{i+1}^{-1}[(\mathbf{v}_I^+)_{i+1} - (\mathbf{v}_I^-)_{i+1}] \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

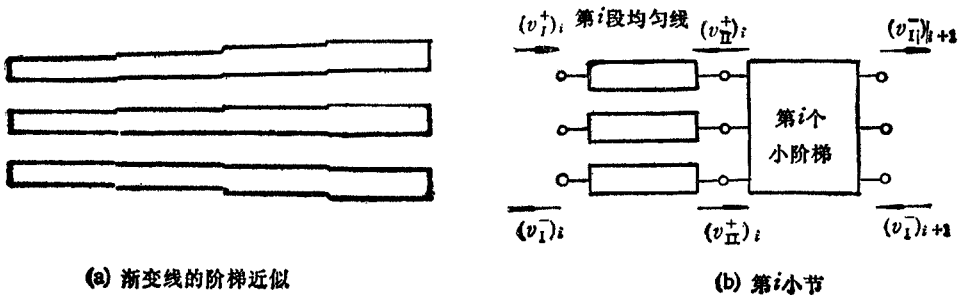


图 2 渐变三线互连系统的近似模型

解上述方程组得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{II}^+ \\ \mathbf{v}_{II}^- \end{bmatrix}_i = 0.5 \begin{bmatrix} [U] + [Z_c]_i[Z_c]_{i+1}^{-1} & [U] - [Z_c]_i[Z_c]_{i+1}^{-1} \\ [U] - [Z_c]_i[Z_c]_{i+1}^{-1} & [U] + [Z_c]_i[Z_c]_{i+1}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_I^- \\ \mathbf{v}_I^+ \end{bmatrix}_{i+1} \tag{14}$$

由(10),(11),(14)式, 得传输方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_I^- \\ \mathbf{v}_I^+ \end{bmatrix}_i = [T]_{i,i+1} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_I^- \\ \mathbf{v}_I^+ \end{bmatrix}_{i+1} \tag{15}$$

式中第  $i$  小节(第  $i$  段均匀线与第  $i$  个阶梯级联)的传输矩阵如下

$$[T]_{i,i+1} = 0.5 \begin{bmatrix} ([E]^{-1}[\phi_m][E])_i & 0 \\ 0 & ([E]^{-1}[\phi_m][E])_{i+1}^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [U] + [Z_c]_i [Z_c]_{i+1}^{-1} & [U] - [Z_c]_i [Z_c]_{i+1}^{-1} \\ [U] - [Z_c]_i [Z_c]_{i+1}^{-1} & [U] + [Z_c]_i [Z_c]_{i+1}^{-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

于是,得渐变线(共分为  $n$  小节)的总传输矩阵为

$$[T_{\text{taper}}] = [T]_{1,2} \cdot [T]_{2,3} \cdot \dots \cdot [T]_{n-1,n} \cdot \begin{bmatrix} ([E]^{-1}[\phi_m][E])_n & 0 \\ 0 & ([E]^{-1}[\phi_m][E])_n^{-1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其定义为

$$\begin{bmatrix} v_i^- \\ v_i^+ \end{bmatrix}_1 = [T_{\text{taper}}] \begin{bmatrix} v_{ii}^+ \\ v_{ii}^- \end{bmatrix}_n \quad (18)$$

为测量三线互连系统的传输特性,将使用一对三线探头,其特性阻抗为  $[Z_p]$ 。实际使用中,由于  $[Z_p]$  不完全与互连线的  $[Z_c]$  一致而导致的小小失配可由下列一对传输矩阵来表述:

$$[T]_{\text{probe} \rightarrow \text{line}} = 0.5 \begin{bmatrix} [U] + [Z_p][Z_c]^{-1} & [U] - [Z_p][Z_c]^{-1} \\ [U] - [Z_p][Z_c]^{-1} & [U] + [Z_p][Z_c]^{-1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$[T]_{\text{line} \rightarrow \text{probe}} = 0.5 \begin{bmatrix} [U] + [Z_p][Z_c]^{-1} & [U] - [Z_p][Z_c]^{-1} \\ [U] - [Z_p][Z_c]^{-1} & [U] + [Z_p][Z_c]^{-1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

于是,探头 $\rightarrow$ 渐变互连线 $\rightarrow$ 探头结构的总传输矩阵为

$$[T'] = \begin{bmatrix} [T'_{11}] & [T'_{12}] \\ [T'_{21}] & [T'_{22}] \end{bmatrix} = [T]_{\text{probe} \rightarrow \text{line}} \cdot [T_{\text{taper}}] \cdot [T]_{\text{line} \rightarrow \text{probe}} \quad (21)$$

而该结构的散射参数  $[S']$  可从  $[T']$  求得

$$[S'] = \begin{bmatrix} [T'_{12}][T'_{22}]^{-1} & [T'_{11}] - [T'_{12}][T'_{22}]^{-1}[T'_{21}] \\ [T'_{22}]^{-1} & -[T'_{22}]^{-1}[T'_{21}] \end{bmatrix} \quad (22)$$

该散射参数即是用 HP8510 网络分析仪测得的数据,计算值同测量值的比较基于 (22) 式。

## 四、结 果

利用上述理论和公式分析图 3 所示渐变互连线。它由一段长 25.4mm 的均匀线、一对长 12.7mm 并与均匀线相连的渐变线、和一对长 50.8mm 连接测量探头与渐变线的过渡段组成。导体的电导率  $\sigma = 5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$ , 导体厚度  $t = 0.03556 \text{ mm}$ , 介质厚度  $d = 0.7874 \text{ mm}$ ,  $\epsilon_r = 4.7$ 。图 4 给出了本文计算结果与文献[2]中测量值的比较,吻合很好。

需要指出的是,在文献[2]中,为消除其计算值与测量值间的较大误差,他们主观地引入了很大的介质损耗,并通过拟合其计算值与测量值的方法,来定出这一假设存在的介质损耗的大小。图 4 中所示文献[2]的计算值是拟合后的计算结果。连文献[2]的作者也自认为这种大介质损耗的引入缺乏严格证明,有待证实。因为实际使用中的互连线介质损耗很小可忽略。对文献[2]中同一互连结构,按本文的理论和公式,在介质无耗情况下求得的解与测量值吻合很好。按本文的理论和公式,我们可根据不同的传输损耗、串音抑制要求,进行互连系统的设计。

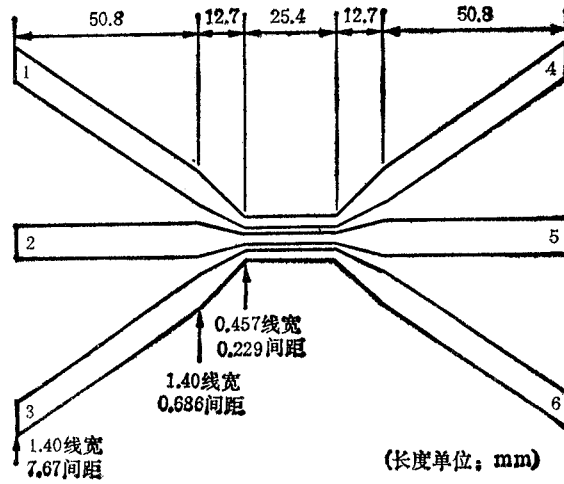


图3 渐变三线互连系统

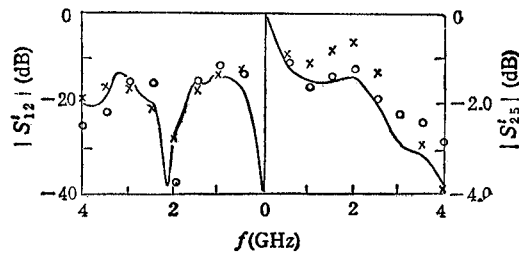


图4 渐变三线互连系统的传输特性

—文献[2]测量值    ×××本文计算值    ○○文献[2]计算值

## 参 考 文 献

- [1] B. E. Kretch, et al., *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-35**(1987)8, 710—718.
- [2] M. A. Mehalic, et al., *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-38**(1990)11, 1559—1567.
- [3] E. Pettenpaul, et al., *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-36**(1988)2, 294—304.
- [4] R. Faraji-Dana, et al., *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-38**(1990)9, 1268—1277.

## ANALYSIS OF THE TRANSMISSION PROPERTIES OF TAPERED MULTICONDUCTOR INTERCONNECTING BUSES IN HIGH SPEED INTEGRATED CIRCUIT

Wang Bingzhong

*(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)*

**Abstract** Analysis approach and formulas for the transmission properties of uniform multiconductor interconnecting buses in high speed integrated circuits are presented in this article. And further, by using a network approach, a tapered bus system can be analysed as a set of cascaded uniform buses with slightly different strip widths. Obtained results are in good agreement with the experimental data.

**Key words** High speed integrated circuit; Interconnection; Transmission lines; Network; Scattering parameter