

# 硅低温本征载流子浓度的计算\*

郑 荘 魏同立 王 曙 黄 勤

(东南大学微电子中心,南京 210018)

**摘要** 本文提出了低温区高精度的禁带宽度的表达式,获得了低温区本征载流子浓度的简明公式。考虑到禁带变窄效应的作用,本文导出了重掺杂硅中本征载流子浓度与温度和杂质浓度的关系式。与常温情况相比,低温下本征载流子浓度将随杂质浓度的上升更为剧烈地上升。

**关键词** 硅半导体;禁带宽度;本征载流子浓度;低温特性

## 1. 引言

近年来,低温半导体电子学的研究受到了国际上的广泛重视<sup>[1,2]</sup>,本征载流子浓度是半导体硅中的重要物理参量,其低温特性的研究将有助于低温器件物理的理解,并为低温器件的设计提供理论依据。

## 2. 模型和公式

文献[3]提出一个适合于150~300K 温度范围内的 $E_g(T)$  表达式

$$E_g(T) = E_g(0) - A(T/T_r)[1 + B \ln(T/T_r)] \quad (1)$$

式中参考温度 $T_r$  选为300K,其它参数为

$$\left. \begin{array}{l} E_g(0) = 1.17323(\text{eV}) \\ A = 0.049(\text{eV}) \\ B = 0.567 \end{array} \right\} \quad (1a)$$

本文将(1)式计算值与文献[4]实验数据相比较,发现其在150~300K 间与实验数据相符合,但在150K 以下低温区有较大误差,为此,运用拟合法可得70~150K 温度范围内精确的 $E_g(T)$  表达式中的参数值: $T_r = 150\text{K}$ ,其它为

$$\left. \begin{array}{l} E_g(0) = 1.171(\text{eV}) \\ A = 0.0131(\text{eV}) \\ B = 0.7 \end{array} \right\} \quad (1b)$$

本征载流子浓度 $n_i(T)$  可表示为

$$n_i(T) = C_1 T^{3/2} \exp[-E_g/(2kT)] \quad (2)$$

式中 $C_1 = 3.44 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}\text{K}^{-3/2}$ 。

将(1)式代入(2)式可得本征载流子浓度 $n_i(T)$  在低温区的简明表达式为

$$\begin{aligned} n_i(T) &= C_1 T^{3/2} \exp(A/2kT_r)(T/T_r)^{AB/(2kT_r)} \exp(-E_g(0)/2kT) \\ &= C T^a \exp(-E_g(0)/2kT) \end{aligned} \quad (3)$$

1990.05.22 收到,1991.09.18 定稿

\* 国家自然科学基金资助项目

式中

$$\left. \begin{array}{l} C = 4.2 \times 10^{14} (\text{cm}^{-3} \text{K}^{-3/2}) \\ n = 2.0345 \\ E_g(0) = 1.17323 (\text{eV}) \end{array} \right\}, \quad (150 \leq T \leq 300 \text{K}) \quad (3a)$$

和

$$\left. \begin{array}{l} C = 9.74 \times 10^{14} (\text{cm}^{-3} \text{K}^{-3/2}) \\ n = 1.853 \\ E_g(0) = 1.171 (\text{eV}) \end{array} \right\}, \quad (70 \leq T \leq 150 \text{K}) \quad (3b)$$

在重掺杂的简并半导体中,杂质能级展宽为杂质能带进入导带或价带,以及重掺杂引起的带尾效应,使硅中禁带宽度发生变窄效应。实验表明,禁带变窄量  $\Delta E_g$  值与温度基本无关<sup>[3]</sup>,对本征载流子浓度计算的影响可忽略不计。

重掺杂硅中本征载流子浓度  $n_{iH}$  可表示为

$$n_{iH} = n_i \exp [(\Delta E_g / (2kT))] \quad (4)$$

文献[6]给出了掺硼  $p$  型硅中禁带变窄量  $\Delta E_g$  与受主杂质浓度  $N_A$  的关系:

$$\Delta E_{gA} = 9 \times 10^{-3} [\ln(N_A/N_{A0}) + \sqrt{\ln^2(N_A/N_{A0}) + 0.5}] \quad (\text{eV}) \quad (5)$$

式中  $N_{A0} = 1 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$ 。若  $N_A$  较大于  $N_{A0}$  时,(5)式可写成

$$\Delta E_{gA} = 1.8 \times 10^{-2} \ln(N_A/N_{A0}) \quad (\text{eV}) \quad (6)$$

由(4)式可得重掺杂  $p$  型硅中本征载流子浓度  $n_{iHA}$  为

$$n_{iHA} = n_i (N_A/N_{A0})^{9 \times 10^{-3}/(kT)} \quad (7)$$

文献[7]给出了掺磷  $n$  型硅中禁带变窄量  $\Delta E_{gD}$  与施主杂质浓度  $N_D$  的关系:

$$\Delta E_{gD} = 1.87 \times 10^{-2} \ln(N_D/N_{D0}) \quad (\text{eV}) \quad (8)$$

式中  $N_{D0} = 7 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$ 。由(4)式可得重掺杂  $n$  型硅本征载流子浓度  $n_{iHD}$  为

$$n_{iHD} = n_i (N_D/N_{D0})^{9.35 \times 10^{-3}/(kT)} \quad (9)$$

### 3. 计算与分析

图1示出了(1)式所得计算值与文献[4]提供的统计实测数据的误差在低温区的分布,并与文献[8]结果进行比较,由图可见,本文推导的公式的精确度比文献[8]有数量级的提高。

表1给出了利用(3)式所得低温区轻掺杂硅中本征载流子浓度  $n_i(T)$  的计算值,并与

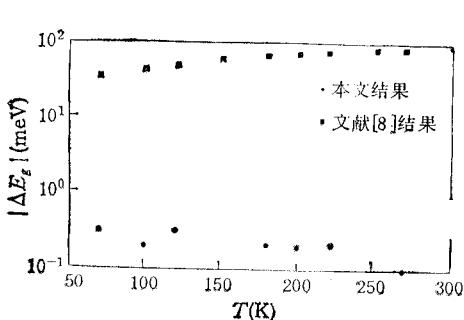


图1 (1)式计算值与文献[4]实验值的差值  $\Delta E_g$  与温度的关系

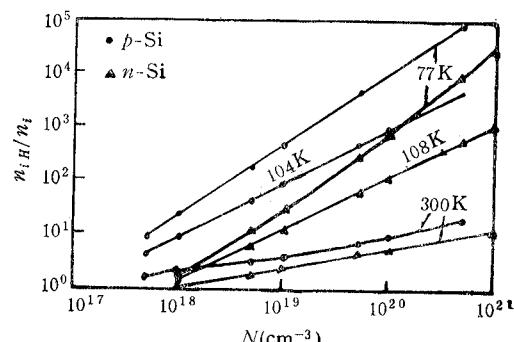


图2 不同温度下归一化本征载流子浓度与杂质浓度的关系

由文献[4]提供的  $E_g(T)$  统计实测数据得到的本征载流子浓度  $n_i(T)$  值进行了比较, 二者吻合较好, 最大误差小于 3%.

表 1  $n_i(T)$  计算值与由文献[4]提供的  $E_g(T)$  实测数据而得到的  $n_i(T)$  值的比较

温度 $T(K)$	70	80	90	100	110	120	130	140
计算值 ( $\text{cm}^{-3}$ )	$3.11 \times 10^{24}$	$6.91 \times 10^{23}$	$1.02 \times 10^{23}$	$2.26 \times 10^{22}$	$1.25 \times 10^{21}$	$2.46 \times 10^{20}$	$2.17 \times 10^{19}$	$1.02 \times 10^{18}$
文献[4] 值( $\text{cm}^{-3}$ )	$3.19 \times 10^{24}$	$6.99 \times 10^{23}$	$1.02 \times 10^{23}$	$2.24 \times 10^{22}$	$1.24 \times 10^{21}$	$2.41 \times 10^{20}$	$2.12 \times 10^{19}$	$1.00 \times 10^{18}$
相对误差 (%)	2.5	1.1	0	0.9	0.8	2.1	2.4	2
温度 $T(K)$	150	160	170	180	190	200	210	220
计算值 ( $\text{cm}^{-3}$ )	0.289	5.44	74	$7.6 \times 10^3$	$6.14 \times 10^3$	$4.04 \times 10^4$	$2.24 \times 10^5$	$1.06 \times 10^6$
文献[4] 值( $\text{cm}^{-3}$ )	0.29	5.46	73.8	$7.53 \times 10^3$	$6.09 \times 10^3$	$4.00 \times 10^4$	$2.22 \times 10^5$	$1.05 \times 10^6$
相对误差 (%)	0.3	0.4	0.3	0.9	0.8	1	0.9	1
温度 $T(K)$	230	240	250	260	270	280	290	300
计算值 ( $\text{cm}^{-3}$ )	$4.44 \times 10^6$	$1.65 \times 10^7$	$5.54 \times 10^7$	$1.7 \times 10^8$	$4.81 \times 10^8$	$1.27 \times 10^9$	$3.14 \times 10^9$	$7.32 \times 10^9$
文献[4] 值( $\text{cm}^{-3}$ )	$4.41 \times 10^6$	$1.64 \times 10^7$	$5.51 \times 10^7$	$1.69 \times 10^8$	$4.80 \times 10^8$	$1.26 \times 10^9$	$3.12 \times 10^9$	$7.30 \times 10^9$
相对误差 (%)	0.7	0.6	0.5	0.6	0.2	0.8	0.6	0.3

由(7)式和(9)式可知, 在常温  $T = 300\text{K}$  时, 有:  $n_{iHA} \propto N_A^{0.346}$  和  $n_{iHD} \propto N_D^{0.36}$ , 而在低温  $T = 77\text{K}$  时, 有:  $n_{iHA} \propto N_A^{1.349}$  和  $n_{iHD} \propto N_D^{1.401}$ , 所以低温下重掺杂硅中本征载流子浓度随杂质浓度上升而上升的趋势较之常温下要剧烈得多。

图 2 示出了不同温度下重掺杂  $p$  型和  $n$  型硅中归一化本征载流子浓度  $n_{iHA}/n_i$  和  $n_{iHD}/n_i$  随杂质浓度  $N_A$  和  $N_D$  变化的曲线。由图可见, 温度愈低, 本征载流子浓度与杂质浓度的相关程度愈强烈。

#### 4. 结论

本文研究工作主要包括: (1)推出了新的低温区禁带宽度的表达式, 在此基础上获得了与常温和高温区形式一致的低温区本征载流子浓度的关系式, 简明实用; (2)在考虑重掺杂引起禁带变窄效应的条件下, 导出了重掺杂硅中本征载流子浓度与温度和杂质浓度的关系式, 分析表明, 低温下本征载流子浓度将随杂质浓度的上升而更为剧烈地上升。

#### 参 考 文 献

- [1] F. H. Gaensslen et al., *IEEE Trans. on ED*, **ED-34**(1987)1, 1—134.
- [2] F. H. Gaensslen et al., *IEEE Trans. on ED*, **ED-36**(1989)8, 1404—1544.
- [3] 易明锐, 半导体学报, 8(1987)4, 391—394.
- [4] W. Blaudau et al., *J. Appl. Phys.*, 45(1974)4, 1846—1848.
- [5] S. E. Swithun et al., Temperature dependence of minority electron mobility and bandgap narrowing in  $p^+$ Si, *Digest of IEDM* (1988), IEEE Press, USA, pp. 298—301.
- [6] J. W. Slotboom et al., *Solid-state Electronics*, 19(1976)10, 857—862.

- [7] J. Wanger et al., *J. Appl. Phys.*, 63(1988)2, 425—429.  
[8] Y. P. Varshid, *Physica*, 34(1967)1, 149—153.

## CALCULATION OF THE INTRINSIC CARRIER CONCENTRATION IN SILICON AT LOW TEMPERATURE

Zheng Jiang Wei Tongli Wang Shu Huang Qin  
(Microelectronics Center, Southeast University, Nanjing 210018)

**Abstract** A accurate expression for the bandgap and a simple formula for the intrinsic carrier concentration at low temperature are presented. The relation between the intrinsic carrier concentration and the temperature and doping concentration in the heavily doped silicon is obtained, under the consideration of the narrowing effect of the bandgap at the heavy doping level. It is indicated that the intrinsic carrier concentration increases more rapidly with increasing the doping concentration at low temperature than at room temperature.

**Key words** Silicon semiconductor; Bandgap; Intrinsic carrier concentration; Low temperature characteristics.