

# 目标的特征系数最佳逼近算法和识别

廖苏鹏 李兴国 方大纲

(华东工学院 南京210014)

**摘要** 本文首先在考虑了目标电磁散射全响应的条件下,以其传递函数为基础,应用函数逼近的理论和方法,建立了求取目标特征系数的实用算法。然后,以特征系数作为识别特征量,采用最小距离分类法,实现了自动目标识别。

**关键词** 逆散射;逼近理论;数值方法;目标识别

## 一、引言

众所周知,雷达目标识别最关键的问题,在于如何提取特征量。显然,目标的极点是稳定的不变特征量。为此,人们一直努力不断地探索获取极点的新方法。如已报道的有 Prony 法<sup>[1]</sup>,改进型 POF (Pencil-of-Function) 法<sup>[2]</sup>以及 E-脉冲法<sup>[3]</sup>等等。但是,所有这些方法均建立在目标散射的晚期响应基础上,而未考虑其早期响应的影响。其中大多数方法受噪声影响较敏感。分析表明,其原因之一是晚期响应一般很弱。相应地,信噪比很低。这样,噪声对提取极点的影响必然较大。此外,要将目标瞬态响应中的早期响应和晚期响应完全分开也很困难。因此,这些方法在实际应用中,效果常常不尽如人意。若能利用目标散射的全响应提取极点或特征系数,则可有效地解决上述两个问题,改善提取极点的精度<sup>[4]</sup>。本文正是基于这种思想,依据目标电磁散射响应模型,运用函数逼近理论和方法,建立了一种求取与极点具有等价意义的特征系数的方法,并采用最近距离分类法,实现了自动雷达目标识别。

## 二、目标电磁散射的数学模型

本文通过分析目标电磁散射的频域模型,建立了求解特征系数的数值逼近算法。下面首先回顾一下有关目标散射的背景知识。

### 1. 原始散射模型

早在1958年,Kennanagh 就提出了目标的电磁脉冲响应的概念。后经 Kennanagh 和 Maffatt<sup>[5]</sup>的进一步研究,予以完备。基本论点为:(1)在一定的条件下可将目标视为一线性时不变系统;(2)系统的传递函数  $H(s)$  的极点仅与目标本身的材料特性及几何结构

1991.10.11 收到,1992.03.24 定稿。

廖苏鹏 男,1959年生,博士,现在北京航空航天大学电子工程系任教,主要感兴趣的领域为:目标识别,谱估计及神经网络的应用。

李兴国 男,1940年生,教授,现从事专业为无线电引信技术。

方大纲 男,1937年生,教授,现从事专业为电磁场与微波技术。

有关(给定极化条件下);(3)目标的功率散射截面积或雷达截面积(经适当定义)等于传递函数频域响应幅度的平方,即

$$\delta(\omega) = |H(s)|_{s=j\omega}^2 = |H(j\omega)|^2 \quad (1)$$

70年代初, Main<sup>[6]</sup> 对目标的传递函数作了严格的理论分析。指出: 在一些约束条件下,  $H(s)$  是一亚纯函数。后经 Pearson 等人<sup>[7]</sup>的进一步研究,  $H(s)$  实际上可表示为一个严格有理函数加一个整函数

$$H(s) = M(s) + A_{n-1}(s)/B_n(s) \quad (2)$$

其中, 整函数  $M(s)$  对应于目标的早期受迫响应。而严格有理项  $A_{n-1}(s)/B_n(s)$  ( $A_{n-1}$  和  $B_n$  为互质的  $n-1$  次和  $n$  次多项式) 对应于奇异点展开, 代表目标的晚期自然响应。 $B_n(s)$  的零点即目标的极点。

### 2. 简化散射模型 I

为了求取目标的极点, 以往人们采取只考虑目标的晚期响应分量, 亦即由严格有理函数近似的简化模型

$$H(s) \approx A_{n-1}(s)/B_n(s) \quad (3)$$

显然, (3)式对应的时域形式为一组衰减的正弦模式之和。

$$r(t) = \sum_{i=1}^M c_i \exp(s_i t) \quad (4)$$

式中,  $s_i$  是目标的第  $i$  个极点,  $c_i$  是  $s_i$  对应的留数,  $c_i$  和  $s_i$  均以共轭对出现。

由(4)式(或(3)式)出发, 人们发展了多种提取极点的方法。如此作法固然可使计算极点的方法简化, 但也带来了相应的问题:

- (1) 由于晚期响应一般很弱, 噪声对提取极点的影响很大。
- (2) 早期响应的低频分量对晚期响应会有一定的影响, 而(3)式未考虑这一点。
- (3) 在利用晚期响应时, 由于时间窗的选取不可能很准确, 这可能导致丢失目标的主极点。

基于上述分析可知, 若能利用目标散射的全响应来提取极点, 则可有效地解决上述问题。理由是显然的, 由于充分利用了目标散射全响应的信息, 大大地改善了提取极点的精度。然而, (2)式中整函数  $M(s)$  部分, 一般很难确定。因此, 本文对其作了多项式近似, 并确定了相应的传递函数模型。

### 3. 简化散射模型 II

为了说明这种多项式近似法的合理性, 引用下述整函数的两个定理(证明从略<sup>[8]</sup>)。

**定理 1** 凡无零点整函数, 均可写成  $\exp(g(s))$  的形式, 这里  $g(s)$  为整函数。

**定理 2**  $u(s)$  为一任意整函数,  $\alpha_i, i=1, \dots, L$  为其零点, 则它可表示为

$$u(s) = \exp(h(s)) \prod_{i=1}^L (s - \alpha_i) = \exp(h(s)) \cdot F(s) \quad (5)$$

其中,  $h(s)$  为一整函数,  $F(s)$  是零点为  $\alpha_i$  的多项式。

由定理 2 可知, 若将  $\exp(h(s))$  视为一加权系数, 则(5)式实际上就是一多项式。换句话说用某一多项式近似(或逼近)整函数  $u(s)$  是合理的。这样, 目标的传递函数(2)

式简化为

$$H(s) \approx T_k(s) + A_{n-1}(s)/B_n(s) \quad (6)$$

式中,  $T_k(s)$  为  $k$  次多项式, 其零点成共轭对出现。

将(6)式改写成

$$H(s) \approx [T_k(s)B_n(s) + A_{n-1}(s)]/B_n(s) = C_m(s)/B_n(s) \quad (7)$$

式中  $C_m(s)$  为  $m$  次多项式 ( $m = k + n$ )。

由(1)式和(7)式可得

$$\begin{aligned} \delta(\omega) &= |H(s)|_{s=j\omega} = H(j\omega)H(-j\omega) \\ &\approx C_m(j\omega)C_m(-j\omega)/[B_n(j\omega)B_n(-j\omega)] \triangleq Q_m(\omega^2)/P_n(\omega^2) \end{aligned} \quad (8)$$

令  $x = \omega^2$ , 并记  $\delta(\omega)$  为  $\delta(x)$ , 则(8)式变为

$$\delta(x) \approx Q_m(x)/P_n(x) \triangleq R_{mn}(x) \quad (9)$$

应当指出, (9)式中的  $Q_m$  和  $P_n$  分别是  $x$  的  $m$  次和  $n$  次多项式, 而

$$R_{mn}(x) = Q_m(x)/P_n(x)$$

为一般的  $m + n$  次实有理函数。

若称多项式  $P_n(x) = \sum_{i=1}^n p_i x^i$  的系数  $p_i$  为目标特征系数, 则由(8)式可知, 目标

的极点与其特征系数具有一一映射关系。可将特征系数作为目标极点的等价特征量。现在的问题是如何由给定的目标功率散射截面积的测量值  $\delta(x_k)$  ( $x_k = \omega_k^2$ ,  $k = 1, \dots, L \geq m + n + 2$ ), 通过(9)式求取其特征系数  $p_i$ 。显然, (9)式是一个一般有理函数逼近问题。下面将用函数逼近理论和方法建立求解目标特征系数的算法。

### 三、目标特征系数的数值逼近算法

首先, 不加证明地引用有关最佳逼近问题的定理, 说明它的存在性, 唯一性和特征, 作为预备知识, 进而建立求解目标特征系数的数值逼近算法。

#### 1. 预备知识<sup>[9,10]</sup>

**定义 1** 设  $C_{[a,b]}$  是所有实连续函数的集合, 今对任意元  $f \in C_{[a,b]}$  定义范数

$$\|f\| = \max_{a \leq x \leq b} |f(x)| \quad (10)$$

称(10)式为一致范数。易证明, 此时  $C_{[a,b]}$  为一线性赋范空间。

**定义 2** 设  $E$  为一线性赋范空间,  $H_n \in E$  为一子集,  $f \in E$  为给定的元素, 则称

$$\Delta(f, H_n) = \inf_{\phi \in H_n} \|f - \phi\| = \inf_{\phi \in H_n} \max_{a \leq x \leq b} |f(x) - \phi(x)| \quad (11)$$

为子集  $H_n$  对元素  $f$  的最佳逼近, 而使(11)式成立的元素  $\phi^* \in H_n$  称为  $f$  的最佳逼近元。

若令误差为

$$E[R^*(x)] = |f(x) - \phi^*(x)| \quad (12)$$

显然,  $E[R^*(x)]$  是  $[a, b]$  上的连续函数。因此, 在  $[a, b]$  上总存在最大值, 我们称使

$$E[R^\#(x_0)] = \pm(f(x_0) - \Phi^\#(x_0)), x_0 \in [a, b] \quad (13)$$

成立的  $x_0$  为  $[a, b]$  区间上的正、负 ( $e$ ) 点,  $E[R^\#(x_0)]$  为最佳逼近误差。

设函数  $f(x) \in C_{[a, b]}$  用有理函数

$$R_{mn}(x) = Q_m(x)/P_n(x) \\ = (q_0 + q_1x + \dots + q_mx^m)/(p_0 + p_1x + \dots + p_nx^n) \quad (14)$$

来逼近(这里  $R_{mn}(x) \in R_{mn}[a, b]$ ), 则有下列定理

**定理 3** (1)对于每个  $f \in C_{[a, b]}$ ,  $f \in R_{mn}[a, b]$ , 存在唯一的一个  $R_{mn}^\#(x) \in R_{mn}[a, b]$  最佳逼近元。(2)函数  $R_{mn}(x) \in R_{mn}[a, b]$  是  $f \in C_{[a, b]}$  最佳逼近的充要条件是  $|f(x) - R_{mn}(x)|$  在  $[a, b]$  上至少存在  $N = m + n + 2$  个 ( $e$ ) 点。且正、负 ( $e$ ) 点依次相间出现。

定理 3 中的(1)说明了最佳逼近的存在性和唯一性; (2)刻画了最佳逼近的特征和性质, 且隐含地指出了最佳逼近函数的构造算法。Fike<sup>[4]</sup>正是从这点出发建立了所谓的 Fike 算法, 且已证明了算法的收敛性。本文的求解特征系数, 采用了这种方法。

## 2. 目标特征系数的计算

由上述分析可知, 将(9)式中目标的功率散射截面积  $\delta(x)$  作为被逼近的函数, 用一般有理函数  $R_{mn}(x) = Q_m(x)/P_n(x)$  对其逼近, 并采用 Fike 数值逼近算法, 便可求得多项式  $P_n(x)$  的系数  $p_i (i = 1, \dots, n) (p_0 = 1)$ , 即目标的特征系数。此过程可归纳为

$$\left. \begin{aligned} \inf_{R_{mn}(x) \in R_{mn}[a, b]} \max_{a \leq x \leq b} |\delta(x) - R_{mn}(x)| \\ x = \omega^2 \\ \omega = \omega_i, i = 1, 2, \dots, N = m + n + 2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

和 Fike 算法

应当指出, 为了实际应用方便起见, 频率点  $\omega_i$  (或  $x_i$ ) 可根据具体情况选取。然后通过插值等方法, 将其转化为满足 Fike 算法所要求的点集即可。

至此, 已解决了目标的特征提取问题。下一步将讨论分类决策。

## 四、最佳分类器的设计

考虑到目标特征系数具有良好的稳定性, 选取了简单且实用的最小距离准则来设计分类器, 其判决过程如下:

假设共有  $m$  类目标,  $\bar{p}^{(i)}$  为第  $i$  类库存的标准特征系数模式 ( $i = 1, \dots, m$ ), 且所有  $\bar{p}^{(i)}$  均为  $N$  维矢量(不失一般性), 即有

$$\bar{p}^{(i)} = [p_1^{(i)}, p_2^{(i)}, \dots, p_N^{(i)}]^T, i = 1, \dots, m$$

又设  $\bar{p} = [p_1, p_2, \dots, p_N]^T$  是按前述最佳逼近方法求取的待识别目标的特征系数模式。作距离函数

$$D^{(i)} = (\bar{p}^{(i)} - \bar{p})^T (\bar{p}^{(i)} - \bar{p}) \quad (16)$$

若有

$$D^{(j)} = \min_{1 \leq i \leq m} D^{(i)} \quad (17)$$

其中,  $j$  是  $i = 1, \dots, m$  中的某一个, 则判决待识别目标属于第  $j$  类。

综合上述分析和讨论的结果,目标识别的全过程,如图 1 所示。

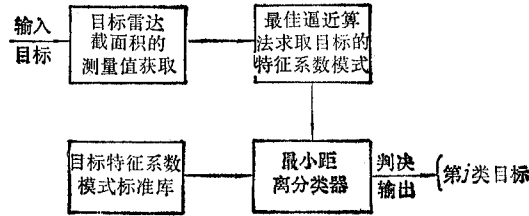


图 1

## 五、模拟计算结果

选用 Ohio 大学电子科学实验室提供的三种目标及其实测散射数据<sup>[12]</sup>。三种目标分别是: (1)直径  $d = 5\text{cm}$ , 长  $L = 1\text{m}$  的细棒; (2)直径  $d = 0.795\text{m}$  的半球; (3)边长为  $0.682\text{m}$  的立方体。测量时,工作频率为  $30\text{MHz}$  至  $360\text{MHz}$  共 12 个点,且为谐波关系。对不同的雷达照射视角及噪声条件下,分别计算了目标的特征系数。选取的噪声是均值为零,标准偏差为  $\sigma$  的正态分布。而信噪比定义为

表 1 不同姿态角及不同噪声条件下目标特征系数的计算结果

$S/N = \infty$					
特征系数		$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$
细棒	$30^\circ$	$9.113859E-4$	$7.444606E-5$	$-2.662509E-6$	$1.219578E-8$
	$90^\circ$	$9.108432E-4$	$7.445839E-5$	$-2.662749E-6$	$1.219699E-8$
半球体	$15^\circ$	$3.832381E-1$	$-9.625941E-4$	$5.148010E-7$	$-2.252002E-8$
	$60^\circ$	$3.832700E-1$	$-9.626690E-4$	$5.149309E-7$	$-2.252240E-8$
立方体	$(15^\circ, 45^\circ)$	$1.756151E-2$	$-1.705278E-4$	$1.217485E-6$	$-7.716245E-9$
	$(30^\circ, 0^\circ)$	$1.756166E-2$	$-1.705264E-4$	$1.217470E-6$	$-7.716256E-9$
$S/N = 38\text{dB}$					
特征系数		$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$
细棒	$30^\circ$	$9.082892E-4$	$7.447468E-5$	$-2.662952E-6$	$1.219815E-8$
	$90^\circ$	$9.145827E-4$	$7.441439E-5$	$-2.661992E-6$	$1.219303E-8$
半球体	$15^\circ$	$3.832162E-1$	$-9.625510E-4$	$5.145136E-7$	$-2.251748E-8$
	$60^\circ$	$3.832486E-1$	$-9.626185E-4$	$5.148522E-7$	$-2.252085E-8$
立方体	$(15^\circ, 45^\circ)$	$1.756133E-2$	$-1.705313E-4$	$1.217556E-6$	$-7.716491E-9$
	$(30^\circ, 0^\circ)$	$1.756163E-2$	$-1.705275E-4$	$1.217504E-6$	$-7.716406E-9$

续表

特征系数		$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$
细棒	30°	9.162349E-4	7.439988E-5	-2.661776E-6	1.219186E-8
	90°	9.147993E-4	7.441195E-5	-2.661953E-6	1.219282E-8
半球体	15°	3.531198E-1	-1.352242E-3	7.767051E-7	-3.150449E-8
	60°	3.832351E-1	-9.625897E-4	5.147392E-7	-2.251949E-8
立方体	(15°, 45°)	1.756082E-2	-1.705435E-4	1.217815E-6	-7.717444E-9
	(30°, 0°)	1.756157E-2	-1.705307E-4	1.217591E-6	-7.716798E-9

$$S/N(dB) = 10 \log \left[ \sum_{i=1}^N |\delta(x_i)|^2 / N \cdot \sigma^2 \right] \quad (18)$$

式中  $\delta(x_i)$  为目标散射的采样数据。根据上述条件, 计算了目标的特征系数。表 1 中列举了几种典型的噪声和视角条件下的计算结果。

## 六、结 论

(1) 由表 1 的计算结果可知, 目标的特征系数几乎不受雷达视角变化的影响, 与理论分析一致。(2) 本方法具有很强的抗噪声能力, 模拟计算表明, 当信噪比大于 20dB, 各种条件下的特征系数几乎都很稳定 (27dB 以下, 在个别视角, 半球的特征系数变化偏大)。20dB 以下, 特征系数的稳定性逐渐变差。(3) 有理函数的逼近, 存在一个定阶问题, 即用“多大的”(  $m+n$  次) 有理函数去逼近待近似的函数。通过模拟计算发现, 本方法具有自动定阶的功能。当选取有理函数的阶数不正确时, 在不同视角条件下所求取的目标特征系数相差很大。反之, 特征系数具有很好的稳定性。因此, 通过交替计算两个(或多个)不同视角条件下的特征系数, 在其趋于稳定值的同时, 也自动完成了定阶。(4) 数值计算结果还表明, 当仅考虑晚期响应时, 与本文方法相比, 在相同视角、噪声条件下, 前者计算的特征系数的稳定性比后者差。

## 参 考 文 献

- [1] M. I. Van, Blaricum, R. Mittra, *IEEE Trans. on AP*, **AP-23**(1975)6, 777—781.
- [2] V. K. Jain, *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP-31**(1983)3, 564—573.
- [3] E. J. Rothwell et al., *IEEE Trans. on AP*, **AP-35**(1987)6, 715—720.
- [4] C. Y. Chong, Investigation of Non-linear Estimation of Natural Resonances in Target Identification, **AD-A139027**, (1983).
- [5] E. M. Kennaugh, D. L. Moffatt, *Proc. IEEE*, **53**(1965)8, 893—901.
- [6] L. Main, *IEEE Trans. on AP*, **AP-21**(1973)6, 809—818.
- [7] L. W. Peason, *IEEE Trans. on AP*, **AP-32**(1984)5, 520—524.
- [8] 莫 叶编, 复变函数论, 山东科技出版社, 济南, 1983年, 第二册, 第九章.
- [9] 王德人, 杨忠华编, 数值逼近引论, 高等教育出版社, 北京, 1990年, 第二、五章.

- [10] G. Meinardus 著(德),赵根榕,赵冰译,函数逼近:理论与数值方法,高等教育出版社,北京,1986年,第二章.
- [11] C. T. Fike, Computer Evaluation of Methemetical Function, Prentice-Hall, Inc, Englawood Cliff, N. J., (1968).
- [12] J. D. Young, D. L. Moffatt, E. M. Kennaugh, Time Domain Radar Signature Measurement Techniques, Technical Report 2467—3, 30 July 1969, Electroscience Laboratory, The Ohio State University Research Foundation; Prepared under Contract F44620-67-C-0095 for Air Force Cambridge Research Laboratories, Bedford, Massachusetts.

## THE OPTIMAL APPROXIMATION ALGORITHM OF FEATURE COEFFICIENTS AND RECOGNITION OF TARGET

Liao Supeng Li Xingguo, Fang Dagang

(East China Institute of Technology, Nanjing 210014)

**Abstract** On the basis of target transfer function with the early-time and later-time responses together, a method for solving the target feature coefficients is investigated by utilizing the approximation theory and method. Then, the feature coefficients are classified by the minimum distance criterion to recognize the target automatically.

**Key words** Inverse scattering; Approximation; Numerical method; Target recognition