

文章编号:1002-2082(2009)04-0563-04

## 三维超分辨光瞳滤波器的优化设计

田明丽, 薛喜昌

(平顶山学院 电气信息工程学院, 河南 平顶山 467000)

**摘要:** 利用matlab优化工具箱, 采用非线性规划, 对三区振幅型(透过率为1-0-1)和三区位相型(相位角为 $\pi$ -0- $\pi$ )光瞳滤波器进行三维超分辨优化设计, 建立了优化模型, 经计算机多次迭代运算, 改变斯特尔比 $s$ 值, 给出了优化结果。结果显示: 所设计的滤波器较好地实现了横向和轴向三维超分辨, 且轴向超分辨能力优于横向; 相同斯特尔比下, 位相型三维超分辨能力优于振幅型, 并且这两种滤波器结构简单, 容易实现。

**关键词:** 光学测量; 光瞳滤波器; 三维超分辨; 非线性规划

中图分类号: O439

文献标志码: A

### Optimal design of 3-D superresolution pupil filter

TIAN Ming-li, XUE Xi-chang

(College of Electrical and Information Engineering, Pingdingshan University, Pingdingshan 467000, China)

**Abstract:** Three-zone amplitude-type superresolution pupil filters (1-0-1) and three-zone phase-type superresolution pupil filters ( $\pi$ -0- $\pi$ ) are designed with Matlab optimization toolbox and non-linear programming. The optimal model is established and some examples of optimization are given. The optimization results show the both filters have preferable 3-D superresolution characteristics, the axial resolution is better than transverse resolution, and the phase-type resolution is better than amplitude-type resolution at the same Strehl ratio. The structures of the both filters are simple and easy to be implemented.

**Key words:** optical measurement; pupil filter; 3-D superresolution; non-linear programming

### 引言

由于衍射效应使得光学系统的分辨率受到限制, 传统的光学成像系统已无法满足高分辨率成像检测的需要。突破衍射分辨极限、实现超分辨已成为光学成像领域的主要研究方向。对于显微成像系统(如共焦显微系统), 为使系统具有更好的层析能力, 在提高横向分辨率的同时, 轴向分辨率也得以改善, 即实现三维超分辨。通过光瞳滤波技术来锐化光学系统的爱里斑光斑尺寸大小是实现光学超分辨的最佳途径之一。超分辨光瞳滤波器设计理论最早由 Toraldo 提出<sup>[1]</sup>。该理论基于同心环形光

瞳, 指出: 如果把光瞳函数合理地分成具有复透过率的同心环形组合, 那么可以得到任意形式的横向衍射斑。自此以后, Toraldo 理论被广泛地运用于超分辨率光瞳滤波器的设计之中。从滤波器种类上划分, 可分为振幅型、位相型和复振幅型3类; 从功能上来分, 光瞳滤波器可分为单独实现横向超分辨的滤波器、单独实现轴向超分辨的滤波器以及可同时实现横向和轴向三维超分辨的光瞳滤波器; 从结构上来划分, 又分为分区型和连续变化型, 分区型根据圆环数目不同, 又可分为二区、三区及多区。每一类滤波器各有自己的优缺点。但由于制作技术和

收稿日期: 2008-12-27; 修回日期: 2009-01-16

作者简介: 田明丽(1968—), 女, 河南新野人, 硕士, 副教授, 主要从事光学技术研究及教学工作。E-mail: tml@pdsu.edu.cn.

工艺上的限制,使得一些滤波器成本很高甚至难以实现,从而失去实际价值;而一些结构简单,易于制作的滤波器则更易于推广应用。本文用matlab优化工具箱,采用非线性规划,分别对三区振幅型(透过率为1-0-1)和三区位相型(相位角为 $\pi$ -0- $\pi$ )光瞳滤波器进行了优化设计,对三维超分辨因子及光瞳函数的结构参数进行了比较。结果显示,所设计的光瞳滤波器具有较好的三维超分辨能力,且轴向超分辨性能尤为突出;相同斯特尔比下,位相型三维超分辨能力优于振幅型。而且这两种滤波器结构非常简单,容易实现。

### 1 超分辨光瞳滤波器的设计理论

对于圆对称光学系统,根据Born理论<sup>[1]</sup>,在单色光照明条件下,光学系统焦点附近的振幅分布为

$$U(v, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) J_0(v\rho) \exp(-ju\rho^2) \rho d\rho \quad (1)$$

式中:  $P(\rho)$  为光瞳函数;  $\rho$  为归一化半径;  $J_0(v\rho)$  为零阶贝塞尔(Bessel)函数;  $v$  对应于接收面上的径向坐标  $r$ ;  $u$  对应于以焦点为原点的轴上坐标  $z$ ,且

$$\begin{cases} u = 4kz \sin^2 \frac{\alpha}{2} \\ v = krs \sin \alpha \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\sin \alpha$  代表光瞳的数值孔径;  $\lambda$  代表光源的波长。

令  $t = \rho^2, q(t) = P(\rho)$ , 则(1)式变换为

$$U(v, u) = 2 \int_0^1 q(t) J_0(v \sqrt{t}) \exp(-jut/2) dt \quad (3)$$

归一化后得到的横向光强分布和轴向光强分布分别为

$$I(v, 0) = 1 - \frac{1}{2}v^2 \left(\frac{I_1}{I_0}\right) + \dots \quad (4)$$

$$I(0, u) = 1 - \frac{1}{4}u^2 \left(\frac{I_2}{I_0} - \left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2\right) + \dots \quad (5)$$

式中  $I_n = \int_0^1 q(t) t^n dt$  代表光瞳函数的  $n$  阶矩。

西班牙学者 Juana 通过对强度表达式的二次展开,得到适用于复振幅光瞳函数的增益表达式<sup>[2]</sup>:

$$\begin{cases} G(T) = \frac{R_e(I_0 \cdot I_1^*) - u_F I_m(I_0^* \cdot I_2)}{|I_0|^2 - u_F I_m(I_0^* \cdot I_1)} \\ G(A) = 12 \frac{R_e(I_2^* \cdot I_0) - |I_1|^2}{|I_0|^2 - u_F I_m(I_0^* \cdot I_1)/2} \\ s = I_0^2 - u_F I_m(I_0^* \cdot I_1) \\ u_F = \frac{2I_m(I_0^* \cdot I_1)}{|I_1|^2 - R_e(I_0 \cdot I_2^*)} \end{cases} \quad (6)$$

(6)式既适合于振幅型也适合于位相型。其中  $G(T)$  为横向超分辨因子,代表无滤波器和有滤波器情况下焦点附近横向强度分布函数的中心主瓣宽度比;  $G(A)$  为轴向超分辨因子,代表无滤波器和有滤波器情况下焦点附近轴向强度分布函数的中心主瓣宽度比;  $s$  为斯特尔比,表示有无滤波器时中心主瓣强度比;  $u_f$  为轴向离焦。

根据表达式可得,当光瞳函数为爱里模型(清晰光瞳)时,  $G(T) = 1, G(A) = 1$ 。所谓三维超分辨应是  $G(T)$  和  $G(A)$  都大于1,而且越大超分辨性能越好<sup>[4]</sup>;斯特尔比  $s$  越大,光能利用率越高。

### 2 三区振幅型与三区相位型光瞳滤波器的优化设计及结果

尽管光瞳函数的透过率及相位角可以任意取值,但从简化设计与制作的角度,不妨设三区振幅型的透过率为1-0-1;三区位相型的相位角为 $\pi$ -0- $\pi$ ,如图1和图2所示。其光瞳函数表达式为

$$\text{振幅型 } q(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, \rho_1^2) \\ 0, & t \in [\rho_1^2, \rho_2^2) \\ 1, & t \in [\rho_2^2, 1] \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{位相型 } q(t) = \begin{cases} \exp(i\pi) & t \in [0, \rho_1^2) \\ \exp(i0), & t \in [\rho_1^2, \rho_2^2) \\ \exp(i\pi) & t \in [\rho_2^2, 1] \end{cases} \quad (8)$$

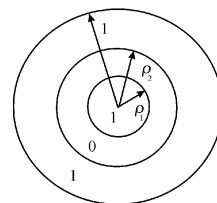


图1 三区振幅型光瞳滤波器结构图  
Fig. 1 Structure of three-zone amplitude filter

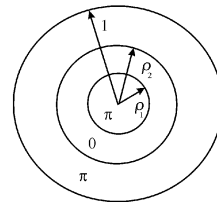


图2 三区位相型光瞳滤波器结构图  
Fig. 2 Structure of three-zone phase filter

将(7)式和(8)式分别代入增益表达式(6),得:  
振幅型

$$\begin{cases} G(T) = \frac{\rho_1^4 + 1 - \rho_2^4}{\rho_1^2 + 1 - \rho_2^2} \\ G(A) = 4 \frac{\rho_1^6 + 1 - \rho_2^6}{\rho_1^2 + 1 - \rho_2^2} - 3 \left( \frac{\rho_1^4 + 1 - \rho_2^4}{\rho_1^2 + 1 - \rho_2^2} \right)^2 \\ s = (\rho_1^2 + 1 - \rho_2^2)^2 \end{cases} \quad (9)$$

位相型

$$\begin{cases} G(T) = \frac{-2\rho_1^4 + 2\rho_2^4 - 1}{-2\rho_1^2 + 2\rho_2^2 - 1} \\ G(A) = 4 \frac{-2\rho_1^6 + 2\rho_2^6 - 1}{-2\rho_1^2 + 2\rho_2^2 - 1} - 3 \left( \frac{-2\rho_1^4 + 2\rho_2^4 - 1}{-2\rho_1^2 + 2\rho_2^2 - 1} \right)^2 \\ s = (-2\rho_1^2 + 2\rho_2^2 - 1)^2 \end{cases} \quad (10)$$

设三维超分辨因子为  $G$ , 则由文献[3]可知:

$$G = G(T)^2 G(A) \quad (11)$$

要实现三维超分辨, 必须使  $G(T) > 1, G(A)$

$> 1$ , 且三维超分辨因子  $G = G(T)^2 G(A)$  越大越好。用 matlab 优化工具箱, 采用非线性规划, 在假定  $s$  为常数时分别建立优化模型如下:

$$\begin{cases} Max G \\ s \cdot t \cdot \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $G$  为目标函数,  $s \cdot t \cdot$  为约束条件。对于振幅型, 约束条件为

$$s \cdot t \cdot \begin{cases} s = (\rho_1^2 + 1 - \rho_2^2)^2 = c (c \text{ 为常数}) \\ \rho_1 \leq \rho_2 \in [0, 1] \\ G(A) > 1, G(T) > 1 \end{cases}$$

对于位相型, 约束条件为

$$s \cdot t \cdot \begin{cases} s = (-2\rho_1^2 + 2\rho_2^2 - 1)^2 = c (c \text{ 为常数}) \\ \rho_1 \leq \rho_2 \in [0, 1] \\ G(A) > 1, G(T) > 1 \end{cases}$$

用 matlab 优化工具箱, 分别对振幅型和位相型进行优化。经计算机多次迭代运算, 改变  $s$  值, 得到如下优化结果, 见表 1 所示。

表 1 优化结果

Table 1 Results of optimization

$s$	振幅型					位相型				
	$G$	$G(T)$	$G(A)$	$\rho_1$	$\rho_2$	$G$	$G(T)$	$G(A)$	$\rho_1$	$\rho_2$
0.1	2.968 7	1.304 9	1.743 4	0.296 1	0.878 3	4.334 5	1.377 0	2.286 0	0.491 6	0.763 5
0.2	2.377 3	1.233 4	1.562 7	0.359 4	0.825 8	2.817 6	1.259 6	1.775 9	0.506 7	0.730 2
0.4	1.745 1	1.143 1	1.335 5	0.439 5	0.748 8	1.822 3	1.147 8	1.383 2	0.530 1	0.681 8
0.6	1.389 3	1.082 4	1.185 8	0.495 8	0.686 5	1.402 3	1.099 6	1.159 7	0.548 7	0.663 3
0.8	1.159 1	1.033 7	1.084 8	0.540 4	0.630 5	1.160 1	1.036 6	1.079 6	0.564 2	0.609 2

### 3 结果分析与讨论

根据表 1 数据可得如下结论:

1) 在  $s$  给定情况下, 所设计的三区振幅型和三区位相型滤波器的横向超分辨因子  $G(T)$  和轴向超分辨因子  $G(A)$  都大于 1, 即实现了三维超分辨;

2) 不管是三区振幅型(1-0-1)或是三区位相型(相位角为  $\pi-0-\pi$ ), 分区半径  $\rho_1$  越小、 $\rho_2$  越大, 即中间区域越大, 三维超分辨因子越大, 即超分辨性能越好;

3) 斯特尔比  $s$  一定时, 所设计的两种超分辨滤波器  $G(A) > G(T)$ , 即轴向超分辨性能均优于横向超分辨性能。

4) 文献[4]与本文虽然都采用的是 matlab 优化工具箱, 且都是在假定  $s$  一定时优化分区半径, 但文献[4]采用的是目标规划法, 而本文采用的是非线性规划。就振幅型来讲, 从结果上来看, 虽然横向超分辨因子  $G(T)$  略小于文献[4]中的结果(如  $s = 0.1$  时, 本文  $G(T) = 1.304 9$ , 而文献[4]中结果

为 1.404 6;  $s = 0.4$  时, 本文  $G(T) = 1.143 1$ , 文献[4]中结果为 1.188; 5), 但纵向超分辨因子却明显优于文献[4](如  $s = 0.1$  时, 本文  $G(A) = 1.743 4$ , 而文献[4]中结果为 1.433 2;  $s = 0.4$  时, 本文  $G(A) = 1.335 5$ , 文献[4]中结果为 1.212 7)。比较三维超分辨因子  $G$ , 本文所得结果优于文献[4]中的结果(如  $s = 0.1$  时, 本文  $G = 2.968 7$ , 文献[4]中结果为 2.827 6;  $s = 0.4$  时, 本文  $G = 1.745 1$ , 文献[4]中结果为 1.713 0)。

5) 由表 1 数据可知, 斯特尔比  $s$  相同时, 位相型三维超分辨因子均大于振幅型。

6) 随着三维超分辨能力的提高, 斯特尔比  $s$  越来越小, 即强度分布中主瓣能量减小, 但意味着旁瓣能量的增加, 即在提高分辨率的同时, 降低了成像的对比度。要实现真正的超分辨, 必须抑制旁瓣。因为共焦系统既可以减小主瓣宽度, 又可以抑制旁瓣, 所以将三维超分辨光瞳滤波器与共焦系统相结合, 是实现真正超分辨的一种途径。已有文献

[4-6]对此进行过论证,本文将不再赘述。

#### 4 结论

三区振幅型(透过率为 1-0-1)和三区位相型(相位角为  $\pi$ -0- $\pi$ )光瞳滤波器都是结构非常简单且易于加工制作的滤波器。本文用非线性规划算法,用 matlab 工具箱,对这两种光瞳滤波器进行三维超分辨优化设计,以实例形式给出了斯特尔比、三维超分辨因子及分区半径之间的对应关系,并对优化结果进行了分析与比较。所设计的两类滤波器都较好地实现了横向和轴向三维超分辨,且轴向超分辨能力优于横向;相同斯特尔比下,位相型三维超分辨能力优于振幅型。

#### 参考文献:

- [1] BORN M, WOLF E. Principles of optics[M]. London: Cambridge University Press, 1999: 484-492.
- [2] SHEPPARD C J R, HEGEDUS Z S. Axial behavior of pupil-plane filters[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1988, 5(5): 643-647.
- [3] MANUEL M C, PEDRO A. Three dimensional superresolution by annular binary filters [J]. Optics Communications, 1999, 165: 267-278.
- [4] 丁洪萍,李庆辉,邹文艺. 三区振幅型超分辨光瞳滤波器的设计[J]. 光学学报, 2004, 24(9): 1177-1180.  
DENG HONG-ping, LI Qing-hui, ZOU Wen-yi. Design of 3-zone amplitude-type superresolution pupil filters[J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(9): 1177-1180. (in Chinese with an English abstract)
- [5] 邓小强,王桂英,徐至展. 三维超分辨光瞳滤波器[J]. 中国激光, 2001, 28(5): 461-462.  
DENG Xiao-qiang, WANG Gui-ying, XU Zhi-zhan. 3-D superresolution pupil filter[J]. Chinese Journal of Lasers, 2001, 28(5): 461-462. (in Chinese with an English abstract)
- [6] GU Min, SHEPPARD C J R. Confocal fluorescent microscopy with a finite sized circular detector[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1992, 9(1): 151-155.