

文章编号:1002-2082(2009)03-0427-05

## 曲率波前传感器探测高斯光束时的信号误差

沈洪斌, 孙玉杰, 张 维, 沈学举, 黄富瑜, 李 刚

(军械工程学院 光学与电子工程系, 河北, 石家庄 050003)

**摘 要:** 曲率波前传感器已被用于天文自适应光学和光学度量等领域。在这些领域使用时都假设入射波前光强均匀,但这种假设与曲率传感技术的基本原理不一致。利用傅里叶光学理论,给出了光强不均匀情况下曲率波前传感器的曲率信号解析式,并利用光强均匀和不均匀情况下的信号表达式对探测高斯光束时的信号误差进行了数值分析。结果表明:曲率波前传感器探测高斯光束时存在一定误差,相位分布为4阶Zernike多项式时,误差最大,且阶数越高,误差越小;分区平均曲率信号误差较小,一般在10%以下。

**关键词:** 自适应光学; 曲率波前传感器; 高斯光束; 信号误差

**中图分类号:** TN911.23; TP212

**文献标志码:** A

### Signal error of wavefront curvature sensor for detecting Gaussian beam

SHEN Hong-bin, SUN Yu-jie, ZHANG Chu, SHEN Xue-ju, HUANG Fu-yu, LI Gang

(Department of Optics and Electronic Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

**Abstract:** Wavefront curvature sensor is used in the fields of adaptive optics and optical metrology. It is assumed that the intensity of the incident wavefront is uniform in these fields, which does not conform with the fundamental theory. The signal expression of wavefront curvature sensor under nonuniform intensity was presented by means of Fourier optics theory. The numerical analysis of signal error for Gaussian beam was conducted using the signal expression under uniform intensity and nonuniform intensity. The analysis indicates that there is an error when wavefront curvature sensor is used to detect Gaussian beam. The error reaches the maximum when the phase distribution is 4th Zernike polynomials. The error decreases as the order of Zernike polynomials increases. The error of divisional mean curvature signal is small and below 10% generally.

**Key words:** adaptive optics; wavefront curvature sensor; Gaussian beam; signal error

### 引言

自适应光学系统在天文观测、激光大气传输、高能激光等领域获得广泛应用。波前传感器是自适应光学系统的关键部件。1987年, Roddier在光强均匀近似下提出了曲率波前传感技术,它通过测量离焦面上的光强分布求得波前的曲率和相位分布,以波前曲率测量代替了传统Hartmann波前传感

器的波前斜率测量<sup>[1-2]</sup>。由于波前曲率分布与相位分布的联系可用泊松方程表示,而自适应光学中使用的作波前畸变补偿用的薄膜式和双压电片变形镜的控制信号与镜面变形量的关系也可用泊松方程表示<sup>[2]</sup>,因此,由曲率波前传感器测得的曲率分布信号不需经过计算就可以直接用于控制变形镜补偿被检波前的畸变,从而节省了计算时间,加快

收稿日期:2008-09-27; 修回日期:2008-11-24

作者简介:沈洪斌(1980—),男,山东德州人,硕士,主要从事激光技术与自适应光学的教学与研究工作。

E-mail:shenhongbin11@sina.com

了自适应光学系统的反馈速度。传统曲率波前传感器采取分束镜或振动薄膜镜的方法来提取焦前和焦后的光强信息, 从而实现波前曲率的测量<sup>[2-3]</sup>, 但 these 方法很难做到严格同步提取焦前焦后光强信息, 一般是伪同步测量。2000 年, Blanchard 等人用二次扭曲光栅实现了波前曲率测量<sup>[4-5]</sup>, 在探测方面具有较大优势。近年来曲率波前传感器的相位恢复算法也备受关注<sup>[5-6]</sup>。曲率波前传感器已经应用于光学度量和天文自适应光学系统等领域。在这些应用中光强满足均匀近似, 但应用到激光领域时, 激光高斯光束光强分布不是均匀的, 而 Roddier 提出的曲率传感器技术的条件是光强均匀, 所以曲率传感器的探测信号必然存在误差。本文利用傅里叶光学理论, 推导光强不均匀情况下曲率波前传感器的曲率信号解析式, 并利用光强均匀和不均匀情况下的信号表达式进行数值计算, 分析曲率波前传感器探测高斯光束时所引起的信号误差。

### 1 曲率波前传感器原理

波前曲率和光强的关系如图 1 所示, 光线沿着波前法向传播, 负曲率波前导致光线会聚, 光强变强; 正曲率波前导致光线发散, 光强变弱。因此传输

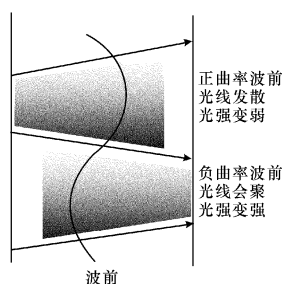


图 1 波前曲率和光强的关系

Fig. 1 Wavefront curvature versus light intensity

前后两平面上光强差和波前曲率有对应关系。1983 年 Teague 提出了光强传递方程 (intensity transport equation, ITE)<sup>[8]</sup>:

$$-\frac{\partial}{\partial z} I_z(\mathbf{r}) = I_z(\mathbf{r}) \nabla^2 W_z(\mathbf{r}) + \nabla I_z(\mathbf{r}) \cdot \nabla W_z(\mathbf{r}) \quad (1)$$

式中:  $I_z(\mathbf{r})$  表示光传播方向上  $z$  处的光强分布;  $W_z(\mathbf{r})$  是  $z$  处的波前函数。从 (1) 式可以看出光强的变化与波前的曲率和斜率有关。Hartmann 波前传感器对应于 (1) 式右边的第二项, 即测量波前的斜率; 曲率波前传感器对应于 (1) 式右边的第一项, 即

测量波前的曲率。Roddier 提出的曲率波前传感技术是通过测量离焦面上的光强分布求得波前的曲率分布, 图 2 为曲率波前传感器的光学原理图。图中  $W(\mathbf{r})$  是入射波前,  $S_1$  和  $S_2$  是焦平面两侧离焦量为  $l$  的 2 个对称平面。透镜  $L_2$  的焦距是透镜  $L_1$  焦距  $f$  的一半。  $S_1$  和  $S_2$  两个离焦面上光强分布为  $I_1(\mathbf{r})$

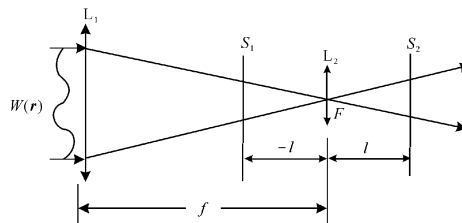


图 2 曲率波前传感器的光学原理

和  $I_2(\mathbf{r})$ ,  $S_1$  和  $S_2$  面上归一化光强差与入射波前的曲率以及光瞳边缘处波前法向斜率之间的关系可用泊松方程表示<sup>[1]</sup>:

$$S(\mathbf{r}) = \frac{I_2(-\mathbf{r}) - I_1(\mathbf{r})}{I_2(-\mathbf{r}) + I_1(\mathbf{r})} = \frac{f(f-l)}{l} \times \left[ P\left(\frac{f(f-l)}{l}\right) \nabla^2 W\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} W\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) \delta_c \right] \quad (2)$$

式中:  $S(\mathbf{r})$  为曲率传感器的探测信号;  $P(\mathbf{r})$  为光瞳函数;  $\nabla^2 W(\mathbf{r})$  为波前曲率;  $\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} W(\mathbf{r})$  为波前斜率;  $\delta_c = \partial P(\mathbf{r}) / \partial \mathbf{n}$  (其中  $\mathbf{n}$  为法向矢量) 在孔径边缘等于无穷大, 在其他地方等于零 (即边界条件)。通过求解 (2) 式即可求出入射波前的相位分布。

### 2 理论分析

Roddier 在推导曲率传感技术原理过程中使用了入射光瞳光强均匀的假设, 从而得到 (2) 式。一方面, 依照对曲率波前传感技术的理解, 在波前传播过程中相位分布引起光强调制, 经历了波前畸变的入射波前一定存在着一定程度的光强分布不均匀 (图 1); 另一方面, Roddier 的曲率传感技术假设入射光瞳处光强分布均匀。因此曲率传感技术的波前光强均匀的假设条件和该技术所依据的基本原理矛盾, 曲率波前传感技术存在理论的不自洽。设入射不均匀光的波前复振幅分布为

$$E_i(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \exp[\varphi(\mathbf{r})] \quad (3)$$

式中:  $A(\mathbf{r})$  为不均匀振幅分布;  $\varphi(\mathbf{r})$  为不均匀相位分布。仿照 Roddier 的推导方法, 由傅里叶光学可推导  $S_1$  和  $S_2$  截面上的光强分布为

$$I_1(\mathbf{r}) = \frac{f^2}{l^2} P\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) A^2\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) - \frac{\lambda f^3 (f-l)}{2\pi l^3} \left[ P\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) \nabla A^2\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) \nabla \phi\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) + P\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) A^2\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) \nabla^2 \phi\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) \delta_c \right] \quad (4)$$

$$I_2(\mathbf{r}) = \frac{f^2}{l^2} P\left(-\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) A^2\left(-\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) + \frac{\lambda f^3 (f-l)}{2\pi l^3} \left[ P\left(-\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) \nabla A^2\left(-\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) \nabla \phi\left(-\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) + P\left(-\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) A^2\left(-\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) \nabla^2 \phi\left(-\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) - A^2\left(-\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) \frac{\partial}{\partial n} \phi\left(-\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) \delta_c \right] \quad (5)$$

则曲率波前传感器信号表达式为

$$S(\mathbf{r}) = \frac{I_2(-\mathbf{r}) - I_1(\mathbf{r})}{I_2(-\mathbf{r}) + I_1(\mathbf{r})} = \frac{f(f-l)}{l} \left[ \nabla \ln I\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) \cdot \nabla W\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) + \nabla^2 W\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) - \frac{\partial}{\partial n} W\left(\frac{f}{l}\mathbf{r}\right) \delta_c \right] \quad (6)$$

式中:  $\nabla \ln I(\mathbf{r})$  为光瞳内光强对数的梯度;  $\nabla W(\mathbf{r})$  为波前曲率。将(6)式和(2)式比较可以看出, 即光强不均匀与光强均匀时比较, 测量信号  $S(\mathbf{r})$  中不但包含波前曲率项、波前光瞳边界处的法向斜率项, 还包含光瞳内光强对数的梯度与波前梯度的点乘项, 该点乘项正是由于光强分布不均匀引起的。由于光强不均匀分布引入了点乘项, 该值等于光强对数的梯度与波前梯度的点乘。当入射光瞳内光强的量级在空间上不发生急剧变化时, 该点乘项是小量, 可以忽略。天文望远镜自适应光学系统中的信标光和光学度量的主动探测光, 在入瞳面内由于大气湍流或光学表面畸变的影响, 光强虽然有起伏, 但并没有量级上的变化, 这一点乘项可以忽略, 因此曲率波前传感技术中光强均匀的假设是合理的。但对于高斯分布的激光波前, 光强的量级发生了变化, 所以把曲率波前传感器应用于激光光束波前测

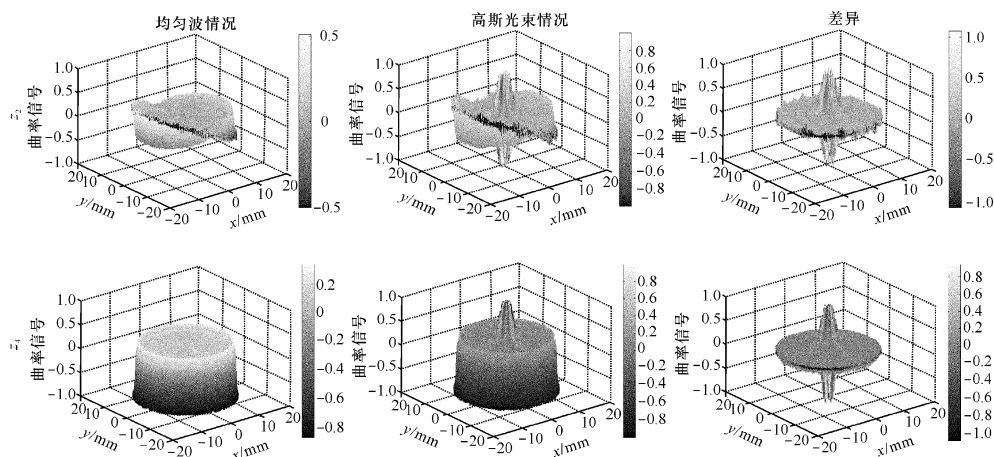
量等领域时, 会带来一定的误差。

### 3 数值分析

根据(2)式和(6)式计算均匀波和高斯光束2种情况下曲率波前传感器的探测信号, 并对比分析高斯光束所带来的误差。设光瞳半径为20 mm, 透镜  $L_1$  焦距  $f=100$  mm, 离焦量  $l=7$  mm, 光波长  $\lambda=1.65 \mu\text{m}$ , 均匀波和高斯光束的波前相位用 Zernike 多项式表示<sup>[2]</sup>, 高斯光束光强分布为

$$I(r) = I_0 \exp(-2r^2/\omega_z^2) \quad (7)$$

式中:  $\omega_z$  为高斯光束光斑半径;  $I_0$  为常数, 本文计算中取1。取  $\omega_z=43$  mm, 这时高斯光束边缘光强是中心光强的65%。图3给出了相位为2阶 ( $z_2 = r \cos \theta$ ), 4阶 ( $z_4 = 2r^2 - 1$ ) 和9阶 ( $z_9 = r^3 \cos 3\theta$ ) Zernike 多项式时的归一化强度曲率信号  $S(\mathbf{r})$ 。



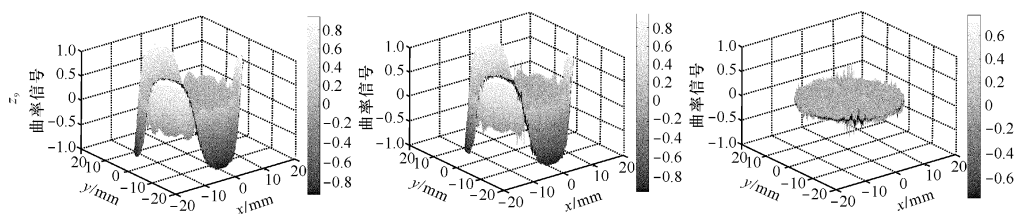


图3 均匀波、高斯光束的曲率信号及差异

Fig. 3 Curvature signals of uniform wave and Gaussian beam and error between them

图3中 $xy$ 平面为光瞳面, $z$ 轴为归一化曲率信号大小,图中标尺为归一化标尺,从左到右分别为均匀波曲率信号、高斯光束曲率信号以及它们之间的差异。从图3中可见:高斯光束的曲率信号在光瞳中心处往往较大,这样导致了探测高斯光束时,中心处存在一定误差,其他区域波前曲率基本为0,中心区域面积大约占整个光瞳面的15%,波前相位为2阶、4阶和9阶Zernike多项式时中心区域曲率信号误差分别为50%,60%和20%。笔者还计算了其他阶多项式的曲率信号,发现4阶多项式的误差最大,从(6)式也可以看出,相位为散焦(4阶)、光强为高斯分布时,(6)式中的光强对数的梯度与波前斜率的点乘项在径向具有极大值,这样就给曲率信号带来很大的误差。笔者还发现阶数越高(4阶除外),中心区域误差越小,这可能是由于较复杂的波前畸变分散了高斯光束中心光强带来的影响。

考虑到曲率传感器测量信号控制变形镜时,需要将测量信号进行分区平均,再用线性运算结果去

控制变形镜分立的驱动器,因此研究分区平均曲率信号更加贴近实际。对图3中的曲率信号进行分区平均运算,分区方式如图4所示,对每一个分区序号区域内进行平均运算。图5给出了相位为2、4、9阶多项式时,高斯光束与均匀波的曲率信号差的分区平均分布。从图5中可见:分区平均大大减弱了高斯光束中心光强带来的误差,波前相位为2阶、4阶和9阶Zernike多项式时,整体误差(区别于中心误差)分别为1%、1.8%和1.5%。

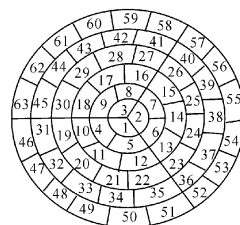


图4 光瞳面分区图

Fig. 4 Divisional diagram of pupil plane

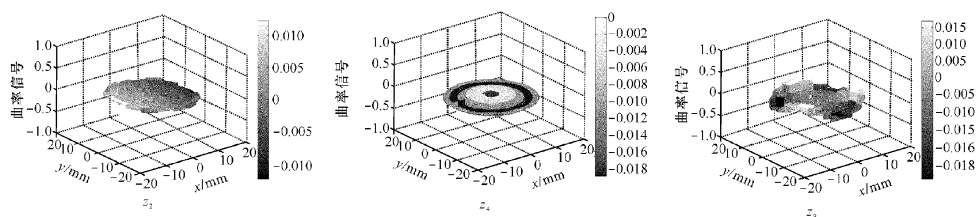


图5 均匀波与高斯光束的分区平均曲率信号差

Fig. 5 Error of divisional mean curvature signal between uniform wave and Gaussian beam

为了更加清楚每个分区的误差大小,图6给出了每一分区的曲率信号平均值的大小,横轴为图4中的分区序号,纵轴为每一分区的归一化平均曲率信号,图中给出了均匀波、高斯光束以及它们的差异。从图6中可见:相位为2阶多项式时每一分区的

误差大小差异不大,曲率信号较大的分区误差较大;相位为4阶多项式时,前16分区(光瞳中心区域,其半径占整个光瞳半径的一半)误差较大,这些分区面积占整个光瞳面积的25%,后35个分区的曲率信号误差较小;相位为9阶多项式时,误差较

小,且多集中在前15分区。

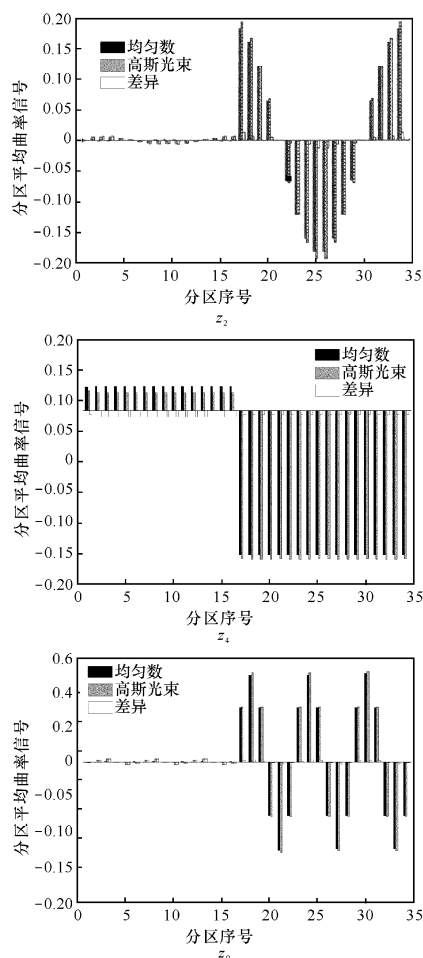


图6 均匀波与高斯光束分区平均曲率信号的比较

Fig. 6 Comparison of divisional mean curvature signal between uniform wave and Gaussian beam

#### 4 结束语

本文推导分析了光强不均匀情况下曲率波前传感器信号表达式,与光强均匀情况下对比,引入了光强对数的梯度和波前梯度的点乘项。利用光强均匀和不均匀情况下曲率信号的2个表达式,对高斯光束和均匀波2种情况下的曲率信号进行了数值分析,结果表明:曲率波前传感器探测高斯光束时会有一定误差,相位分布为4阶Zernike多项式

时,误差最大,且阶数越高,误差越小;分区平均曲率信号误差较小,一般在10%以下。

#### 参考文献:

- [1] FRANCOIS R. Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics[J]. Appl. Opt., 1988, 27(7):1223-1225.
- [2] 周仁忠,严吉祥,俞信,等. 自适应光学[M]. 北京:国防工业出版社,1996.  
ZHOU Ren-zhong, YNA Ji-xiang, YU Xin, et al. Adaptive optics [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1996. (in Chinese)
- [3] 邓罗根,陈新,鲁长宏. 自适应光学曲率波前传感器的衍射理论及其方案分析[J]. 光学技术, 2003, 29(4): 487-489.  
DENG Luo-gen, CHEN Xin, LU Chang-hong. Theoretical investigation and scheme analysis of the curvature wave-front sensor for adaptive optics[J]. Optical Technique, 2003, 29(4): 487-89. (in Chinese with an English abstract)
- [4] BLANCHARD P M, GREENAWAY A H. Simultaneous multiplane imaging with a distorted with diffraction grating[J]. Appl. Opt., 1999, 38(32): 6692-6699.
- [5] BLANCHARD P M, FISHER D J, WOODS S C, et al. Phase diversity wave-front sensing with a distorted diffraction grating[J]. Appl. Opt., 2000, 39(35): 6649-6655.
- [6] 刘若凡,沈锋. 曲率波前传感器波前重构算法的研究[J]. 光电工程, 2005, 32(10): 6-9.  
LIU Ruo-fan, SHEN Feng. Study on algorithms for wavefront reconstruction of curvature sensor [J]. Opto-Electronic Engineering, 2005, 32(10): 6-9. (in Chinese with an English abstract)
- [7] 沈洪斌,许晓军,刘泽金,等. 光栅型波前曲率传感器原理与相位恢复研究[J]. 军械工程学院学报, 2007, 19(2): 33-36.  
SHEN Hong-bin, XU Xiao-jun, LIU Ze-jin, et al. Theory and algorithm of phase retrieval for a new wavefront curvature sensor[J]. Journal of Ordnance Engineering College, 2007(19)2: 33-36. (in Chinese with an English abstract)
- [8] TEAGUE MR. Deterministic phase retrieval: a Green's function solution[J]. J. Opt. Soc. Am., 1983, 73(11):1434-1441.