文章编号:1002-2082(2008)06-0995-04

# 长周期光纤光栅耦合模理论分析

#### 冯仙群,叶斌元

(广东机电职业技术学院,广东 广州 510515)

**摘 要:**长周期光纤光栅作为透射型光无源器件,以其在通信和传感领域具有广阔应用前景而引起人们的关注。要得到满足性能要求的光纤光栅,对其透射谱的分析是基础。通过耦合模方程确定了基模和一阶各次包层模之间的耦合常数。在设定的光纤光栅参数条件下,通过Matlab进行模拟得到了最终需要的长周期光纤光栅透射谱,并由此得出:长周期光纤光栅谐振波长出现的位置主要由光栅的周期决定,损耗大小可以通过调节光栅长度和折射率来实现。

**关键词**:长周期光纤光栅;模式耦合;耦合常数

**中图分类号**: TN253-34 **文献标志码**: A

## Analysis of mode-coupling theory on long-period fiber grating

FENG Xian-qun, YE Bin-yuan

(Guangdong Vocational College of Mechanical & Electrical Technology, Guangzhou 510515, China)

**Abstract**: As a transmissive and passive fiber-optic device, the long-period fiber grating is interested extensively due to its applications in fiber telecommunication and sensing technology. The transmission spectrum was analyzed to acquire the satisfactory fiber grating. The coupling constants between the fundamental mode and the first-order cladding modes were determined by a mode-coupling equation. With given parameters of the fiber grating, the transmission spectrum of the long-period fiber grating was obtained by simulation with Matlab. As a result, the position of the resonant wavelength of the long-period fiber grating is decided by the grating's period. The attenuation changes with the length and refractive index of the grating. **Key words**: long-period fiber grating; mode-coupling; coupling constant

## 引言

1995年, Vengsarkar 等人利用长周期光纤光 栅实现了带阻滤波以及掺铒光纤放大器的增益均 衡,标志着长周期光纤光栅的诞生。长周期光纤光 栅的模式耦合表现为前向传输的纤芯基模与同向 传输的各阶次包层模式之间的耦合,把前向的导波 模变为非导波的包层模,这些模沿光纤传播方向快 速衰减,实际上是在光纤系统中引入了波长相关的 损耗。长周期光纤光栅作为透射型光无源器件,以 其在通信和传感领域具有广阔应用前景而引起人 们的极大关注,尤其是它具有比Bragg 栅更灵敏的 传感特性<sup>[1]</sup>。目前对长周期光纤光栅理论及其在新 型技术领域的应用研究工作还远远不够完善,在应 用时如何才能得到合适的中心波长、带宽和损耗大 小是设计时需要解决的关键问题。本文通过对长周 期光纤光栅的耦合模理论进行分析,确定了基模和 一阶各次包层模之间的耦合常数,指出了以上关键 参数的取决因素,为长周期光纤光栅的应用性设

收稿日期:2008-03-23; 修回日期:2008-05-13

作者简介:冯仙群(1979-),女,湖北人,硕士,助教,主要从事光电子技术方面的研究。E-mail:fxq.23@163.com

计提出了参考性建议。

#### 1 理论分析

研究电磁场在光纤光栅中传播的基本理论是 耦合模理论<sup>[2]</sup>。对于长周期光纤光栅,其耦合模方 程<sup>[3]</sup>为

$$\frac{\mathrm{d}A_{\mu}}{\mathrm{d}z} = \mathrm{i}\sum_{v} A_{v}(K_{v\mu}^{t} + K_{v\mu}^{z}) \exp[\mathrm{i}(\beta_{v} - \beta_{\mu})z + \mathrm{i}\sum_{v} B_{v}(K_{v\mu}^{t} - K_{v\mu}^{z}) \exp[-\mathrm{i}(\beta_{v} + \beta_{\mu})z]$$

$$(1)$$

$$\frac{\mathrm{d}B_{\mu}}{\mathrm{d}z} = -\mathrm{i}\sum_{v}A_{\mu}(K_{v\mu}^{t} - K_{v\mu}^{z})\exp[\mathrm{i}(\beta_{v} + \beta_{\mu})z] - \mathrm{i}\sum_{v}B_{v}(K_{v\mu}^{t} + K_{v\mu}^{z}) \cdot \exp[-\mathrm{i}(\beta_{\mu} - \beta_{v})z]$$
(2)

式中: $A_v, A_\mu, B_v, B_\mu$ 分别为模式v和 $\mu$ 在 + z轴和 - z轴方向的慢变幅值分量; $K_{v\mu}^t(z)$ 为模式的横 向耦合系数,以圆柱坐标表示; $K_{v\mu}^z(z)$ 为模式的 轴向耦合系数,远小于横向耦合系数,可以忽略。另 外,分析模式之间的耦合时不考虑包层模与包层模 之间的耦合以及自耦合,只考虑基模与包层模这 2 种模式的耦合。模式的横向耦合系数为

$$\begin{split} K_{v\mu}^{t}(z) &= \frac{\omega}{4} \int_{0}^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_{0}^{\infty} r \mathrm{d}r \Delta \varepsilon(r,z) \overline{E}_{v}^{t}(r,\varphi) \cdot \\ & \overline{E}_{\mu}^{t}(r,\varphi) \end{split}$$
(3)

式中:  $\omega$  为光波频率;  $\Delta \varepsilon(r,z)$  表示介电扰动的强 弱,与方位角无关,对于光纤光栅,与纤芯折变量有 关,具体表达式为  $\Delta \varepsilon(r,z) \approx 2\varepsilon_0 n_1 \cdot \Delta n(z)$ ,其中  $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$  表示真空介电常数, $n_1$  为纤芯 的折射率; $E_0^t$  和 $E_{\mu}^t$  描述 2 个模式 v 和  $\mu$  的横向电 场分布。由上述可见耦合系数与光纤结构、介电扰 动的强弱、参与耦合的模式模场分布有关。光纤光 栅的纤芯、包层以及涂覆层折射率随 z 方向周期性 变化可表示为

$$n(r,z) = \begin{cases} n_1 \{1 + \sigma(z) [1 + m\cos(\frac{2\pi}{\Lambda}z)]\} & (r \leq a_1) \\ \\ n_2 & (a_1 < r \leq a_2) \\ \\ n_3 & (r > a_2) \end{cases}$$

式中: $a_1$ 和 $a_2$ 分别为纤芯和包层的半径; $n_2$ 为包 层的折射率; $n_3$ 为空气介质的折射率; $\sigma(z)$ 为光 栅折射率的缓变包络, $\sigma(z) \ll 1$ ;m为调制系数(0 < m < 1)。对于均匀周期光栅来说, $\sigma(z)$ 为常数:

 $\sigma(z) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n$ 

在耦合系数的基础上进一步提出耦合常数的 概念,两者间的关系为

$$K_{v\mu}^{t}(z) = k_{v\mu}(z) \left[ 1 + m\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\Lambda\right) \right]$$
(4)

式中*k<sub>w</sub>*定义为模式v和 µ之间的耦合常数。耦合常数描述了模式耦合在一个周期内的平均效应。由以上耦合模方程可化简得到。

$$\frac{\mathrm{d}A^{\mathrm{co}}}{\mathrm{d}z} = \mathrm{i}k^{\mathrm{co-co}}_{01-01}A^{\mathrm{co}} + \mathrm{i}\sum_{\mu}\frac{m}{2}k^{\mathrm{cl-co}}_{1\mu-01}A^{\mathrm{cl}}_{\mu} \cdot \exp\left(-\mathrm{i}2\delta^{\mathrm{cl-co}}_{1\mu-01}z\right)$$
(5)

$$\frac{\mathrm{d}A_{\mu}^{\mathrm{cl}}}{\mathrm{d}z} = \mathrm{i}\,\frac{m}{2}k_{1\mu-01}^{\mathrm{cl-co}}A^{\mathrm{co}}\exp(\mathrm{i}2\delta_{1\mu-01}^{\mathrm{cl-co}}z) \tag{6}$$

式中:  $A^{co}$  为纤芯基模 + z 向的幅值分量;  $A^{cl}_{\mu}$  为 一阶  $\mu$  次包层模式 + z 向的幅值分量;  $k^{co-co}_{01-01}$  和  $k^{cl-co}_{1,\mu-01}$  分别表示纤芯基模之间、纤芯基模与一阶  $\mu$  次 包层模式的耦合常数,上标为发生耦合的 2 个光纤 层(可以相同也可以不同),下标为对应的模式阶 次;  $\delta^{cl-co}_{1,\mu-01}$  是基模与一阶  $\mu$  次包层模式间的解调参 量(detuning parameter),定义如下:

$$\delta_{1\mu\text{-}01}^{\text{cl-co}} = \frac{1}{2} (\beta_{01}^{\text{co}} - \beta_{1\mu}^{\text{cl}} - \frac{2\pi}{\Lambda}) = \pi \Delta n_{\text{eff}} (\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{\rho}})$$
(7)

式中: $\beta_{01}^{co}$ 和 $\beta_{1\mu}^{cl}$ 分别是纤芯导模、一阶 $\mu$ 次包层模式的传播常数; $\Lambda$ 为长周期光纤光栅的周期; $\lambda_{\rho}$ 为设计的谐振波长,当满足 $\delta_{1\mu=01}^{cl-co} = 0$ (也叫相位匹配条件)时,则有:

$$\lambda_{p} = (n_{\rm eff}^{\rm co} - n_{p}^{\rm cl}) \bullet \Lambda = \Delta n_{\rm eff} \Lambda \tag{8}$$

由上式可知长周期光纤光栅谐振波长出现的位置 主要由光栅的周期 A 决定。在单模情况下,纤芯中 只有一个传导模,  $k_{01-01}^{co-co}$  可以忽略。由耦合常数的定 义并根据纤芯的导模电、磁场分布,可以推导出  $k_{1\mu-01}^{cl-co}$  为

$$k_{1\mu-01}^{\text{cl-co}}(z) = \sigma(z) \cdot \frac{2\pi}{\lambda} (\frac{\pi b}{Z_0 n_2 \sqrt{1+2b\Delta}})^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{n_1 u_1 a_1}{2} \cdot (1 + \frac{\sigma_2 \zeta_0}{n_1^2}) E_{1v}^{\text{cl}} \frac{1}{J_1(u_1 a_1)} \cdot [J_0^2(u_1 a_1) + J_1^2(u_1 a_1)]$$
(9)

在已知光纤结构参数并求得纤芯基模和包层 模有效折射率的基础上设定折变量<sup>[4]</sup>,根据(9)式 可以求得耦合常数 *k*<sup>cl-co</sup><sub>1/4-01</sub>。

对于2个模式,其耦合透过率为

$$T(L) = \frac{A_{co}(L/2)}{A_{co}(-L/2)} = 1 - \frac{\sin^{2} \left[k_{1v-01}^{cl-co}L\sqrt{1 + \left(\frac{\delta_{1v-01}^{cl-co}}{k_{1v-01}^{cl-co}}\right)^{2}}\right]}{1 + \left(\frac{\delta_{1v-01}^{cl-co}}{k_{1v-01}^{cl-co}}\right)^{2}}$$

从(10)式可以看到,在谐振波长处( $\delta_{1v-01}^{cl-co} = 0$ ) 有:

$$T(L) = 1 - \sin^2(k_{1v-01}^{\text{cl-co}}L)$$

 $k_{1r-01}^{\text{cl-co}}L = \frac{\pi}{2}$ 时, T(L) = 0,表明谐振波长处有最大交叉传输率,即能量完全从芯模转移到包层模。 通常在制作长周期光纤光栅时使  $k_{1r-01}^{\text{cl-co}}L < \frac{\pi}{2}$ 。

由此可以推导完全耦合时 $(k_{1r-01}^{el-co}L = \frac{\pi}{2}), 1/2$ 谱高度处的带宽公式:

$$\Delta \lambda = \frac{4\pi \lambda_{\rho}^2 \Delta n_{\text{eff}} L \sqrt{16 - \pi^2}}{4\pi^2 \Delta n_{\text{eff}}^2 L^2 - (16 - \pi^2) \lambda_{\rho}^2} \approx \frac{0.8\lambda_{\rho}^2}{\Delta n_{\text{eff}} L}$$
(11)

## 2 数据模拟及结果分析

在以上理论分析基础上,设定光纤光栅参数如下: $a_1 = 4.15 \mu m$ , $a_2 = 62.5 \mu m$ , $n_1 = 1.46$ , $n_2 = 1.45$ ,入射波长 $\lambda$ 为1550 nm,光栅纤芯折变量为2 $\times 10^{-4}$ ,光栅周期 $\Lambda = 200 \mu m$ ,光栅长度L = 40 mm。计算基模与一阶1~9次包层模的耦合常数,如表1和图1所示。

表1 基模与一阶各次包层模的耦合常数

 Table 1
 Coupling constants of fundamental mode

 to the first-order cladding modes

Order/次	1	2	3	4	5
耦合常数k	7.803 532 52	14.938 596 1	19.039 248 9	24.019 101 5	26.730 121 7
Order/次	6	7	8	9	
耦合常数k	24.793 011 16	28.154 882 4	26.518 171 5	25.530 834 3	



图1 一阶各次包层模的耦合常数

Fig. 1 Coupling constants of first-

order cladding modes

由图1可以看出耦合常数在一阶第7次包层 模处达到最大值,我们称之为饱和,即此时基模与 包层模的能量耦合作用最强,透射谱的衰减也最 大。若次数继续增大,耦合常数将会减小。光纤参 数以及折射率调制程度的不同会影响耦合常数达 到饱和的位置。

在其他参数不变的情况下,计算折变量取值为 0.0004 时各包层模的耦合常数。很容易发现在折 变量为0.0004 时,耦合常数在3 次包层模处已经达 到饱和,所以可以得出折射率调制愈深,基模与包 层模的耦合愈容易达到饱和。

表 2 折变量为 0.0004 时的一阶各次包层模的耦合常数

Table 2Coupling constants of first-order cladding modeswhen variance of refractive index is 0.0004

Order/次	1	2	3	4	5
耦合常数 <i>k</i>	15.127 763 25	29.847 295 61	30.305 631 46	28.591 898 98	23.491 557 77

根据(10)式,光纤参数设置如前,计算基模与 一阶  $1\sim5$  次包层模耦合后的透射谱,各次包层模 的谐振波长分别为  $1.27 \mu m$ , $1.30 \mu m$ , $1.35 \mu m$ ,  $1.42 \mu m$ , $1.51 \mu m$ ,衰减量依次为 0.50 dB, 1.64 dB,3.22 dB,4.98 dB,6.54 dB。在Matlab 平 台上进行模拟得到基模与一阶  $1\sim5$  次包层模耦合 后的透射谱,如图 2 所示。



图 2 基模与一阶 1~5 次包层模耦合后的透射谱

Fig. 2 Transmission spectrum after coupling of fundamental mode to first-order  $1 \sim 5$  cladding modes

由(11)式可以看出,改变光栅长度L的大小可 以改变光纤光栅的光谱特性。峰值损耗达到饱和之 前,当光栅的长度增加而其他条件不变时,光栅的 中心损耗增加,带宽较小,同时损耗峰的边峰增强, 而且随光栅长度的增加而向中心靠拢。图3为其他 条件相同情况下,光栅长度L分别为 20 mm, 30 mm 和40 mm 时计算得到的一阶5次包层模的 谐振波长。 • 998 •

应用光学 2008,29(6)



图 3 谐振峰值大小与光栅长度的关系 Fig. 3 Resonant peak value versus length of grating

3 结论

综上所述,我们可以根据需要对长周期光纤光 栅进行设计。长周期光纤光栅谐振波长出现的位置 主要由光栅的周期决定,得到基模和各次包层模的 有效折射率就可由(8)式解得长周期光纤光栅的谐 振波长。在写入光栅时,利用折射率变化引起的波 长移动可以进行微调。损耗大小的改变可以通过调 节光栅长度和折射率来实现。 参考文献:

[1] 叶梅,冯仙群,叶虎年.关于镀有LB膜长周期光纤 光栅的谐振波长的研究[J].应用光学,2004,25(5): 43-46.

YE Mei, FENG Xian-qun, YE Hu-nian. The study of the resonant wavelengths of long-period fiber grating with Langmuir-Blodgett thin-film overlay [J]. Journal of Applied Optics, 2004,25(5):43-46. (in Chinese)

- [2] YARIV A. Coupled-mode theory for guided-wave optics[J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1973,QE-9(9):919-933.
- [3] ERDOGAN T. Cladding-mode resonances in shortand long-period fiber grating filters [J]. Journal of the Optical Society of America A, 1997, 14(8): 1760-1773.
- [4] 李新碗,杜超鹏,叶爱伦.长周期光纤光栅耦合特性 及模拟分析[J].电子学报,2000,28(11):68-71.
   LI Xin-wan, DU Chao-peng, YE Ai-lun. The analysis and simulation on the mode-coupling characteristics of long-period fiber grating[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28 (11): 68-71. (in Chinese)