文章编号:1002-2082(2009)01-0044-06

光谱辐射照度标准灯的数据插值与曲线拟合方法研究

黄　勃, 代彩红, 于家琳
(中国计量科学研究院 光学与激光计量科学研究所, 北京 100013)

摘　要: 介绍了多种插值方法与曲线拟合方法, 对光谱辐射照度标准灯在所需波长间隔上的照度值进行内插运算, 包括这些方法的模型建立、参数计算及误差分析过程。得到了效果较好的插值方法及分段普朗克曲线拟合模型,其中拟合模型较好地体现了光谱辐射照度标准灯的灯丝发射率及灯壳的光谱透射比。最终结果的相对偏差接近国家级计量院提供标准灯的最佳不确定度0.2%。

关键词: 光谱辐射照度标准灯; 插值法; 曲线拟合函数; 相对偏差
中图分类号: TH744.1　　　　**文献标志码**: A

Data interpolating and curve fitting for standard lamps of spectral irradiance

HUANG Bo, DAI Cai-hong, YU Jia-lin
(Optical Division, National Institute of Metrology, Beijing, 100013, China)

Abstract: Several methods of the data interpolating and curve fitting are introduced. The interpolating operation of the illumination values at the wavelength intervals required by the spectral irradiance standard lamp was performed, in which the establishment of mathematical model, calculation of parameters and analysis of errors were involved. The satisfactory interpolating method and curve fitting model are obtained, and its relative deviations are close to the best uncertainty of the spectral irradiance standard lamp provided by National Institute of Metrology, which is 0.2%.

Key words: standard lamp of spectral irradiance; interpolating method; curve fitting function; Plank formula; relative deviation

引言

宽波段紫外辐射照度工作基准装置的量值直接溯源到国家光谱辐射照度标准灯,它是保存和传递光谱辐射照度量值的重要计量器具,波长覆盖紫外、可见和近红外范围。光谱辐射照度标准灯的每一个波长数据的获得要耗时约3 min,而为了确保实验期间系统的灵敏度不发生漂移,要求紫外、可见与近红外3波段的采集实验时间均小于30 min,因此波长的采样间隔不能太小,通常的取样间隔是:紫外范围为10 nm;可见范围为50 nm;近红外范围为100 nm。但在量值溯源和量值复现的实际应用中,上述波长间隔的数据是远远不够的,常常需要的最小间隔是1 nm甚至0.1 nm,这样从标准灯的原始采样数据到要求波长间隔的数据就需要用数据插值或曲线拟合的方法得到,并且要求所用方法的误差越小越好。

收稿日期:2008-08-01; 修回日期:2008-10-30
基金项目:国家技术监督检验检疫总局技改项目-紫外辐射照度工作基准装置技术改造(AJG0608)
作者简介:黄勃(1981—),男,湖南株洲人,在读硕士研究生,主要从事光谱辐射度学及紫外辐射等方面的研究工作。
E-mail:seasky_10@163.com

本文分析研究了不同的数据插值方法及曲线拟合方法,在以光谱辐射计Spectro320直接测量标准灯F06的光谱辐射照度数据和通过普朗克公式计算标准灯F06的光谱辐射照度数据的基础上进行数值运算,并通过误差分析评价不同方法的误差大小。

1 理论及方法

插值法与曲线拟合方法研究的基础是节点数据,为了进行比较与旁证,分别采用光谱辐射计测量和普朗克公式计算两种方法来获得节点数据。普朗克公式如下:

$$L(\lambda,T)=\frac{c_1}{\pi\cdot\lambda^5}\cdot\frac{1}{\exp(\frac{c_2}{\lambda\cdot T})-1} \tag{1}$$

1.1 插值法

标准灯的光谱辐射理论上满足黑体辐射公式即普朗克公式,从(1)式中可以看出普朗克公式存在指数因子项,因此它应该是无限阶可导且连续的式子,因为指数函数的泰勒展开[1-2]如下:

$$e^x=1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+\cdots\cdots \tag{2}$$

从理论上来说插值多项式的次数越高插值效果越好,也越接近实际情况。但是高次插值存在致命缺陷即龙格现象,当$n\to\infty$时,插值多项式不一定收敛于原函数,因此通常不用高次插值,而用分段低次插值。本文使用了分段三次拉格朗日插值法、分段三次埃尔米特插值法、分段三次样条插值法。

1.2 曲线拟合

曲线拟合是用连续的曲线近似地描述离散点组所表示的坐标之间的函数关系,它并不要求曲线过已知的数据点,只要求在一定条件下总体的误差最小,通常的做法有以下几种:

$$\begin{cases}\max\limits_{1\leqslant k\leqslant N}|f(x_k)-y_k|=\min\\ \frac{1}{N}\cdot\sum\limits_{k=1}^{N}|f(x_k)-y_k|=\min\\ (\frac{1}{N}\cdot\sum\limits_{k=1}^{N}|f(x_k)-y_k|^2)^{1/2}=\min\end{cases} \tag{3}$$

式中,第一种情况比较复杂;第二种情况不可导,求解比较困难;目前采用较多的方法是第三种方法,即最小二乘法。由于误差分析针对的是相对偏差,为了适应误差分析的需要,这里提出相对偏差的最小二乘法,即求解式:

$$E'_{\Delta}=\sum_{k=1}^{N}[\frac{f(x_k)-y_k}{y_k}]^2 \tag{4}$$

关于$c(1),c(2)\cdots\cdots$的各阶偏导数为0,由以此得到的方程组来确定$c(1),c(2)\cdots\cdots$,从而得到拟合多项式。这里的$c(1),c(2)\cdots\cdots$是拟合式$f(x_k)$中的待定系数。

曲线拟合方法需构造相应的拟合函数,这也是拟合方法好坏的关键。对于光谱辐射照度标准灯采用如下的拟合函数[3-4]:

$$f(\lambda)=\frac{c(1)}{\lambda^5}\cdot e^{c(2)+\frac{c(3)}{\lambda}} \tag{5}$$

$$f(\lambda)=(1+c(1)\cdot\lambda)\cdot\exp(c(2)+\frac{c(3)}{\lambda})\cdot\frac{1}{\lambda^5} \tag{6}$$

$$f(\lambda)=(c(1)+c(2)\cdot\lambda+c(3)\cdot\lambda^2+c(4)\cdot\lambda^3+c(5)\cdot\lambda^4+c(6)\cdot\lambda^5)\cdot\exp(c)7+\frac{c(8)}{\lambda})\cdot\frac{1}{\lambda^5} \tag{7}$$

$$\begin{cases}f(\lambda)=\dfrac{e^{c(1)+c(2)/\lambda}}{\lambda^5}\cdot e^{c(3)\lambda-c(4)|\frac{\lambda-\lambda_0}{500}|^{c(5)}} & (\lambda<450\ \text{nm})\\ f(\lambda)=\dfrac{e^{c(1)+c(2)/\lambda}}{\lambda^5}\cdot e^{c(3)\lambda+c(6)|\frac{\lambda-\lambda_0}{500}|^{c(7)}} & (\lambda\geqslant 450\ \text{nm})\end{cases} \tag{8}$$

式中$\lambda_0=450$。以上几种拟合函数中都包含一个共同的因子,即:$\exp(a+\frac{b}{\lambda})\cdot\frac{1}{\lambda^5}$,它是普朗克公式的简化式,体现了标准灯光谱的基本走势,并且消去了普朗克公式中的非线性参数,便于拟合运算。光谱辐射照度标准灯的拟合模型就是在普朗克公式简化式的基础上加上修正因子得到的,修正因子主要是对普朗克公式简化式中不同单调区间的曲线进行弧度修正使其更接近真实值。

1.3 曲线拟合函数中的参数运算

对于光谱辐射照度标准灯的曲线拟合函数中的参数计算,首先应该计算普朗克公式简化式中的参数,方法是先令修正因子项等于1[5],则有:

$$f(\lambda)=\exp(a+\frac{b}{\lambda})\cdot\frac{1}{\lambda^5} \tag{9}$$

其次通过对(9)式左右取对数将其转换成一次多

项式:

$$\ln(f(\lambda)\cdot\lambda^5)=a+\frac{b}{\lambda} \tag{10}$$

令 $y=\ln(f(\lambda)\cdot\lambda^5)$, $x=\dfrac{1}{\lambda}$,则有:

$$y=a+b\cdot x \tag{11}$$

对(11)式采用相对偏差的最小二乘法进行参数计算,即:

$$E_\Delta=\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{a+b\cdot x_k-y_k}{y_k}\right)^2 \tag{12}$$

取最小值时的 a 与 b,分别对(12)式求关于 a 与 b 的偏导数,令其为 0,可以得到如下方程组:

$$\begin{cases}\left(\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{1}{y_k^2}\right)\cdot a+\left(\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{x_k}{y_k^2}\right)\cdot b=\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{1}{y_k}\\ \left(\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{x_k}{y_k^2}\right)\cdot a+\left(\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{x_k^2}{y_k^2}\right)\cdot b=\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{x_k}{y_k}\end{cases} \tag{13}$$

若令 $f_1(x_k)=1$, $f_2(x_k)=x_k$,则方程组变为

$$\begin{cases}\left(\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}\right)\cdot a+\left(\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}\right)\cdot b=\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)}{y_k}\\ \left(\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}\right)\cdot a+\left(\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}\right)\cdot b=\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)}{y_k}\end{cases} \tag{14}$$

令 $$\Delta=\begin{vmatrix}\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}\\ \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}\end{vmatrix} \tag{15}$$

那么根据克莱姆法则有:

$$\begin{cases}a=\dfrac{1}{\Delta}\cdot\begin{vmatrix}\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)}{y_k}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}\\ \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)}{y_k}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}\end{vmatrix}\\ b=\dfrac{1}{\Delta}\cdot\begin{vmatrix}\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)}{y_k}\\ \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)}{y_k}\end{vmatrix}\end{cases} \tag{16}$$

这样便计算出普朗克公式简化式中的参数。

普朗克公式简化式确定之后接着应计算修正因子中的参数,如果修正因子是线性因子,即该因子是多项式的形式,如(6)式与(7)式,则仍可以通过以上方法求解。以(7)式为例,由于普朗克公式简化式中的参数已确定,即 $c(7)$ 与 $c(8)$ 已知,则将简化式移到式左边,有:

$$\frac{f(\lambda)\cdot\lambda^5}{\exp(a+b/\lambda)}=c(1)+c(2)\cdot\lambda+c(3)\cdot\lambda^2+c(4)\cdot\lambda^3+c(5)\cdot\lambda 4+c(6)\cdot\lambda^5 \tag{17}$$

令 $y=\dfrac{f(\lambda)\cdot\lambda^5}{\exp(a+b/\lambda)}$, $x=\lambda$,则有:

$$y=c(1)+c(2)\cdot x+c(3)\cdot x^2+c(4)\cdot x^3+c(5)\cdot x^4+c(6)\cdot x^5 \tag{18}$$

若

$$\Delta=\begin{vmatrix}\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_3(x_k)}{y_k^2}, & \cdots\\ \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_3(x_k)}{y_k^2}, & \cdots\\ \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_3(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_3(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_3(x_k)\cdot f_3(x_k)}{y_k^2}, & \cdots\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\end{vmatrix} \tag{19}$$

则有:

$$
\begin{cases}
c(1)=\dfrac{1}{\Delta}\cdot\begin{vmatrix}
\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)}{y_k}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_3(x_k)}{y_k^2}, & \cdots\\
\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)}{y_k}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_3(x_k)}{y_k^2}, & \cdots\\
\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_3(x_k)}{y_k}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_3(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_3(x_k)\cdot f_3(x_k)}{y_k^2}, & \cdots\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{vmatrix}\\[2ex]
c(2)=\dfrac{1}{\Delta}\cdot\begin{vmatrix}
\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)}{y_k}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_3(x_k)}{y_k^2}, & \cdots\\
\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)}{y_k}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_3(x_k)}{y_k^2}, & \cdots\\
\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_3(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_3(x_k)}{y_k}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_3(x_k)\cdot f_3(x_k)}{y_k^2}, & \cdots\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{vmatrix}\\[2ex]
c(3)=\dfrac{1}{\Delta}\cdot\begin{vmatrix}
\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_1(x_k)}{y_k}, & \cdots\\
\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_2(x_k)}{y_k}, & \cdots\\
\sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_3(x_k)\cdot f_1(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_3(x_k)\cdot f_2(x_k)}{y_k^2}, & \sum\limits_{k=1}^{N}\dfrac{f_3(x_k)}{y_k}, & \cdots\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{vmatrix}\\[2ex]
c(4)=\cdots\\
c(5)=\cdots\\
c(6)=\cdots
\end{cases}
\tag{20}
$$

式中:$f_1(x_k)=1$,$f_2(x_k)=x_k$,$f_3(x_k)=x^2k$,$f_4(x_k)=x^3k$,$f_5(x_k)=x_k^4$,$f_6(x_k)=x_k^5$。这样便求得了非线性因子中的参数,从而确定了整个曲线拟合函数。

对于修正因子是非线性因子的,即不能够化为多项式形式,如(8)式,参数解法大致思路如下:依然先确定普朗克公式的简化式,得到之后将其移到函数表达式的左边,以(8)式为例,有:

$$
\begin{cases}
\dfrac{f(\lambda)\cdot\lambda^5}{e^{a+b/\lambda}}=e^{c(3)\lambda-c(4)\left|\frac{\lambda-\lambda_0}{500}\right|^{c(5)}} & (\lambda<450\ \mathrm{nm})\\
\dfrac{f(\lambda)\cdot\lambda^5}{e^{a+b/\lambda}}=e^{c(3)\lambda+c(6)\left|\frac{\lambda-\lambda_0}{500}\right|^{c(7)}} & (\lambda\geqslant 450\ \mathrm{nm})
\end{cases}
\tag{21}
$$

等式两边取对数,有:

$$
\begin{cases}
\lambda<450\ \mathrm{nm},\ \ln\left(\dfrac{f(\lambda)\cdot\lambda^5}{e^{a+b/\lambda}}\right)=\\
\qquad c(3)\cdot\lambda-c(4)\left|\dfrac{\lambda-\lambda_0}{500}\right|^{c(5)}\\
\lambda\geqslant 450\ \mathrm{nm},\ \ln\left(\dfrac{f(\lambda)\cdot\lambda^5}{e^{a+b/\lambda}}\right)=\\
\qquad c(3)\cdot\lambda+c(6)\left|\dfrac{\lambda-\lambda_0}{500}\right|^{c(7)}
\end{cases}
\tag{22}
$$

若令等式左边为 y,等式右边为 $L(\lambda)$,同样采用相对偏差的最小二乘法进行参数计算,即要求解出:

$$
E_\Delta=\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{L(\lambda_k)-y_k}{y_k}\right)^2 \tag{23}
$$

取最小值时的 $c(3)$,$c(4)$,$c(5)$,$c(6)$,$c(7)$。

由于存在非线性参数 $c(5)$ 与 $c(7)$,因此不能由(19)式计算,需要通过数值方法来求解,这里提出区间极值寻点法,即先在不同的小区间内给定各参数初值 $c(3)_0$,$c(4)_0$…… 及相应的变化步长 $\Delta_{c(3)}$,$\Delta_{c(4)}$……,通过迭代法求出在该区间内使 E_Δ 取最小值的 $c(3)_i$,$c(4)_i$……。当该 $E_{\Delta\min}\leqslant E_0$($E_0$ 是认定的某个相对偏差最小值,如:10^{-2})时,则认为这组 $c(3)_i$,$c(4)_i$…… 是可信的,再在所有认为是可信的 $c(3)_i$,$c(4)_i$…… 中取 E_Δ 为最小的那一组,即认为是所要求的参数[6-7]。

2　误差计算

由于用光谱辐射计以 1 nm 为间隔测量标准灯光谱辐射照度数据时,波长两端范围内数据漂移比较大

(250 nm ~ 400 nm 及 1 600 nm ~ 2 500 nm),因此在误差分析时不考虑以上 2 区间。常用的误差计算公式有[8]:

最大相对偏差:

$$E_{\infty}(f)=\max_{1\leqslant k\leqslant N}\left\{\left|\frac{f(x_k)-y_k}{y_k}\right|\right\} \tag{24}$$

平均相对偏差:

$$E_1(f)=\frac{1}{N}\cdot\sum_{k=1}^{N}\left|\frac{f(x_k)-y_k}{y_k}\right| \tag{25}$$

均方根相对偏差:

$$E_2(f)=\left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left|\frac{f(x_k)-y_k}{y_k}\right|^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{26}$$

以上 3 种方法均是离散型的,即只对插值点的误差进行计算,而实际上光谱是连续的,插值点之外的点也存在误差,所以连续的误差计算方法精确度应该更高,以下是新提出来的连续相对偏差计算方法 —— 积分相对偏差算法:

$$E_s=\frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}L(\lambda)\cdot\mathrm{d}\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}\mathrm{d}\lambda} \tag{27}$$

式中 $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}L(\lambda)\cdot\mathrm{d}\lambda$ 用数值积分的方法求得。

下列表 1 与表 2 分别是 3 种插值法与实测数据值及普朗克公式计算值相对偏差的计算结果。

表 1　3 种插值法与实测数据相对偏差的计算结果

Table 1　Calculated results of relative deviations of three interpolating methods from measured data

插值方法	误差/%		
	平均相对偏差	均方根相对偏差	积分相对偏差
三次 hermit	0.335	0.469	0.336
三次 Lagrange	0.292	0.401	0.293
三次样条	0.288	0.387	0.288

表 2　3 种插值法与普朗克公式理论计算数据相对偏差的计算结果

Table 2　Calculated results of relative deviations of three Interpolating Methods from Plank formula

误差计算方法	模型		
	三次 hermit 插值法	三次 Lagrange 插值法	三次样条插值法
平均相对偏差/%	0.057	0.011	0.002
均方根相对偏差/%	0.135	0.026	0.005
积分相对偏差/%	0.048	0.008	0.002

从表 1 与表 2 可以看出,不管是实测数据还是理论数据作为节点数据,三次样条插值法的误差计算结果都是最小的。

曲线拟合方法对节点数据的精度要求非常高,因为拟合函数具有高阶的连续性,即要求数据点的光滑性非常好,而光谱辐射计测量数据的漂移是较大的,因此作误差分析时应该选取连续性好的区域,以排除原始测量时带来的误差。误差分析结果如表 3 所示。

表 3　3 种曲线拟合方法的误差分析计算结果

Table 3　Calculated results of errors of three curve fitting methods

误差计算方法	模型		
	(6)式模型	(7)式模型	(8)式模型
平均相对偏差/%	2.376	1.313	0.306
均方根相对偏差/%	4.464	2.386	0.334
积分相对偏差/%	2.382	1.316	0.311

从上表中可以看出(8)式模型的曲线拟合方法误差最小。

3　结论

通过对光谱辐射照度标准灯做数据插值与曲线拟合运算,得到最好的三次样条插值方法在 400 nm~1 600 nm 的积分相对偏差为 0.288%,接近国家级计量院提供的标准灯最佳不确定度 0.2%。而曲线拟合方法对节点数据精度要求高,因此其误差评价要难于插值法,得到精度最好的分段模型在连续性较好的区域内各种误差平均约为 0.3%。

参考文献:

[1]　JOHN H, MATHEWS K, FINK D. 数值方法(Matlab 版)[M]. 第 4 版. 周璐,陈渝,钱方,等译. 北京:电子工业出版社,2005.
JOHN H, MATHEWS K, FINK D. Numerical methods using MATLAB [M]. 4th ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry,2005. (in Chinese)

[2]　姜健飞,胡良剑,唐俭. 数值分析及其 MATLAB 实验[M]. 北京:科学出版社,2004.
JIANG Jian-fei, HU Liang-jian, Tang Jian. Numerical analyzing methods and MATLAB experiments[M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese)

[3]　HUANG L K, CEBULA R P, HILSENRATH E.

New procedure for interpolating NIST FEL lamp irradiances[J]. Metrologia,1998,35(4):381-386.

[4] ANDOR G. Approximation function of spectral irradiance of standard lamps[J]. Metrologia, 1998, 35(4):427-429.

[5] WALKER J H, SAUNDERS R D, JACKSON J K, et al. NBS Special Publication 250-20. Spectral irradiance calibrations[S]. Washington, D C: US Government Printing Office,1987.

[6] **李庆扬,王能超,易大义. 数值分析(第4版)**[M]. **北京:清华大学出版社**, 2001.

LI Qing-yang, WANG Neng-chao, YI Da-yi. Numerical analyzing methods[M]. 4th ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2001. (in Chinese)

[7] **关冶, 陆金甫. 数值方法**[M]. **北京:清华大学出版社**, 2006.

GUAN Ye, LU Jin-fu, Numerical methods[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. (in Chinese)

[8] BEVINGTON P R. Data reduction and error analysis for the physical sciences[M]. New York: McGraw-Hill, 1969.