

# 一类带有不确定性的时滞系统的 控制器设计\*

杨青 李树荣

(中国石油大学信息与控制工程学院, 东营 257061)

**摘要** 针对一类带有不确定性的单输入单输出的时滞非线性系统, 提出了一种鲁棒非线性控制算法. 利用反步设计的迭代设计思想, 在每一步构造李亚普诺夫-克拉索夫斯基函数, 用放大不等式的方法获得控制器, 保证闭环系统的稳定性. 以连续搅拌化学反应器为例的仿真结果也验证了控制器具有良好的控制特性.

**关键词** 非线性系统, 时滞系统, 李亚普诺夫-克拉索夫斯基函数, 反步设计.

MR(2000) 主题分类号 93D09

## 1 引言

反步设计方法是设计反馈系统镇定控制器的有力工具之一. 在过去的十几年中, 针对不带时滞的下三角结构的非线性系统的反步设计方法得到了广泛的研究<sup>[1-3]</sup>. 反步设计方法是一种迭代设计的过程, 在每一步构造李亚普诺夫函数, 通过严格的放大不等式得到控制器的表达式, 以保证系统的稳定性.

然而针对带有时滞的非线性系统的反步设计方法的研究还是很少见的. 尽管有一些文献<sup>[4-5]</sup>也提出了用反步设计方法研究单输入单输出下三角结构非线性时滞系统的鲁棒控制器设计问题, 但是它们的主要结论都是错误的<sup>[6-7]</sup>. 本文解决了文献[4]的不足, 提出了一类带有不确定性的单输入单输出的时滞非线性系统的控制器设计方法, 并通过对两级连续搅拌化学反应器的仿真研究验证了我们的控制器的性能.

## 2 系统描述

考虑一类单入单出非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + g(x)u + \Psi(x(t-\tau)), \\ y = h(x), \end{cases} \quad (1)$$

\* 国家 973(2004CB31800) 项目资助.

收稿日期: 2005-10-24.

其中,  $x = [x_1 x_2 \cdots x_n]^T \in R^n$  为状态向量;  $f(x)$  和  $g(x)$  为  $n$  维向量场  $\Delta f(x)$  为系统的不确定性;  $\Psi(x(t-\tau))$  为系统的时滞;  $u$  为输入变量;  $y = h(x)$  为输出变量. 称

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u, \\ y = h(x), \end{cases} \quad (2)$$

为系统 (1) 的标称系统. 如果标称系统 (2) 的相对阶为  $r$ , 则对于系统 (1) 则可利用微分同胚坐标变换

$$z_1 = h(x), z_2 = L_f h(x), \cdots, z_r = L_f^{r-1} h(x),$$

若  $r \neq n$ , 可以再选择  $n-r$  个坐标变换关系  $z_{r+1} = \eta_1(x), \cdots, z_n = \eta_{n-r}(x)$ , 使得  $z(x)$  在平衡点  $x_0$  处的雅可比矩阵为非奇异, 则可得到如下系统

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 + \gamma_1(z) + \xi_1(z(t-\tau)), \\ \dot{z}_2 &= z_3 + \gamma_2(z) + \xi_2(z(t-\tau)), \\ &\vdots \\ \dot{z}_r &= v + \gamma_r(z) + \xi_r(z(t-\tau)), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\dot{\eta} = q(z, \eta) + \chi(z) + \varpi(z(t-\tau)) + p(z, \eta)u, \quad (4)$$

$$y = z_1, \quad (5)$$

其中,  $v = L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x)u$ ;  $\gamma_1(z) = L_{\Delta f} h(x)$ ,  $\gamma_2(z) = L_{\Delta f} L_f h(x)$ ,  $\cdots$ ,  $\gamma_r(z) = L_{\Delta f} L_f^{r-1} h(x)$  以及  $\chi(z)$  是模型的不确定性;  $\xi_1(z(t-\tau)) = L_{\Psi} h(x)$ ,  $\xi_2(z(t-\tau)) = L_{\Psi} L_f h(x)$ ,  $\cdots$ ,  $\xi_r(z(t-\tau)) = L_{\Psi} L_f^{r-1} h(x)$  以及  $\varpi(z(t-\tau))$  为时滞. 假设

- 1)  $L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$ ;
- 2)  $\gamma_i(0) = 0, \xi_i(0) = 0$ ;
- 3)  $|\gamma_i(z)| \leq \rho_i(z_1, z_2, \cdots, z_i)$ , 其中  $\rho_i(z_1, z_2, \cdots, z_i)$  为已知光滑非线性函数, 且  $\rho_i(0) = 0$ ;
- 4)  $|\xi_i(z(t-\tau))| \leq \kappa_i(z_1(t-\tau), z_2(t-\tau), \cdots, z_i(t-\tau))$ , 其中  $\kappa_i(z_1(t-\tau), z_2(t-\tau), \cdots, z_i(t-\tau))$  为已知光滑非线性函数, 且  $\kappa_i(0) = 0$ .

令

$$\begin{aligned} e_1 &= z_1, \\ e_2 &= z_2 - \phi_1(r_1), \\ &\vdots \\ e_r &= z_r(z) - \phi_{r-1}(r_{r-1}), \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $r_i = [e_1, e_2, \cdots, e_i]^T$ , 函数  $\phi_i, 1 \leq i \leq n-1$  是待确定的虚拟控制, 可以由反步设计得

到.  $e = [e_1, e_2, \dots, e_r]^T$  即为系统状态的跟踪误差. 则通过坐标变换 (6), 系统 (3) 变为

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 + F_1(r_1(t)) + H_1(r_1(t - \tau)) + \phi_1(t), \\ \dot{e}_2 &= e_3 + F_2(r_2(t)) + H_2(r_2(t - \tau)) + \phi_2(t) - \frac{\partial \phi_1(t)}{\partial e_1(t)} [e_2 + F_1(r_1(t)) + H_1(r_1(t - \tau)) + \phi_1(t)] \\ &\quad - \frac{\partial \phi_1(t)}{\partial e_1(t - \tau)} [e_2(t - \tau) + F_1(r_1(t - \tau)) + H_1(r_1(t - 2\tau)) + \phi_1(t - \tau)], \\ &\vdots \\ \dot{e}_r &= v + F_r(r_r(t)) + H_r(r_r(t - \tau)) - \sum_{j=0}^{r-1} \sum_{i=0}^{r-1} \frac{\partial \phi_{r-1}(t)}{\partial e_i(t - j\tau)} \dot{e}_i(t - j\tau), \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $F_i(r_i(t)), H_i(r_i(t - \tau))$  分别为函数  $\gamma_i, \xi_i$  在新坐标下的表达形式. 易得, 假设 3)-4) 在新的坐标系下可写为

$$5) |F_i(r_i(t))| \leq \sum_{j=1}^i |e_j| \rho_{ij}(r_j(t)), \text{ 其中 } \rho_{ij}(r_j(t)) \text{ 为已知光滑非线性函数};$$

6)  $|H_i(r_i(t - \tau))| \leq \sum_{j=1}^i |e_j(t - \tau)| \kappa_{ij}(r_i(t - \tau))$ , 其中  $\kappa_{ij}(r_i(t - \tau))$  为已知光滑非线性函数.

### 3 控制器的设计

根据反步设计思路, 分为  $r$  步来递推构造控制, 在每一步都会提出一个李亚普诺夫 - 克拉索夫斯基函数.

第 1 步 引入李亚普诺夫 - 克拉索夫斯基泛函  $V_1$

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2(t) + \sum_{i=1}^r \int_{t-i\tau}^t S_{1i}(e_1(\sigma)) d\sigma, \quad (8)$$

其中  $S_{1i}(e_1(\sigma))$  是一待定的正函数. 对  $V_1$  求导得

$$\dot{V}_1(e_1) = e_1[e_2 + F_1(r_1(t)) + H_1(r_1(t - \tau)) + \phi_1(t)] + \sum_{i=1}^r [S_{1i}(e_1(t)) - S_{1i}(e_1(t - i\tau))],$$

由三角不等式和假设 5), 6) 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(e_1) &\leq e_1^2(t) \rho_{11}(e_1(t)) + \frac{1}{2} e_1^2(t - \tau) + \frac{1}{2} e_1^2(t) \kappa_{11}^2(e_1(t - \tau)) + e_1(t)[e_2 + \phi_1(t)] \\ &\quad + \sum_{i=1}^r [S_{1i}(e_1(t)) - S_{1i}(e_1(t - i\tau))], \end{aligned}$$

选择

$$S_{11}(e_1(\sigma)) = \frac{r(r+1)-1}{2} e_1^2(\sigma), \quad S_{1i}(e_1(\sigma)) = \left( \frac{i-1}{2} + \sum_{k=i+1}^r \frac{2k-1}{2} \right) e_1^2(\sigma), \quad i = 2, 3, \dots, r,$$

且

$$\begin{aligned}
 a_1(t) &= -c_1 - \frac{r^2 + 3r - 2}{4} - \frac{r^2 + r - 1}{2} - \sum_{i=2}^r \left( \frac{i-1}{2} + \sum_{k=i+1}^r \frac{2k-1}{2} \right) \\
 &\quad - \rho_{11}(e_1(t)) - \frac{1}{2} \kappa_{11}^2(e_1(t-\tau)), \\
 \phi_1(t) &= e_1(t) a_1(t),
 \end{aligned} \tag{9}$$

其中  $c_1$  为任意正常数, 则

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1(e_1) &\leq -\left( c_1 + \frac{r^2 + 3r - 2}{4} \right) e_1^2(t) - \frac{r^2 + r - 2}{2} e_1^2(t-\tau) \\
 &\quad - \sum_{m=2}^r \left[ \left( \frac{m-1}{2} + \sum_{k=m+1}^r \frac{2k-1}{2} \right) e_1^2(t-m\tau) \right] + e_1(t) e_2(t).
 \end{aligned} \tag{10}$$

第  $k$  步 ( $2 \leq k < r$ ) 选择李亚普诺夫 - 克拉索夫斯基泛函

$$V_k(r_k) = V_{k-1}(r_{k-1}) + \frac{1}{2} e_k^2 + \sum_{i=1}^r \int_{t-i\tau}^t S_{ki}(r_k(\sigma)) d\sigma, \tag{11}$$

由三角不等式和假设 5), 6) 得

$$\begin{aligned}
 e_k(t) F_k(r_k(t)) &\leq e_k^2(t) \left[ \rho_{kk}(r_k(t)) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{kj}^2(r_j(t)) \right] + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k-1} e_j^2(t), \\
 e_{k-1}(t) e_k(t) &\leq \frac{1}{2} e_{k-1}^2(t) + \frac{1}{2} e_k^2(t), \\
 e_k(t) H_k(r_k(t-\tau)) &\leq \frac{1}{2} e_k^2(t) \sum_{p=1}^k \kappa_{kp}^2(r_p(t-\tau)) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k e_j^2(t-\tau),
 \end{aligned}$$

对于  $i < k-1$  有

$$\begin{aligned}
 &e_k(t) \left\{ -\frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_i(t)} \left[ e_{i+1}(t) + \phi_i(t) + F_i(r_i(t)) + H_i(r_i(t-\tau)) \right] \right\} \\
 &\leq \frac{1}{2} e_{i+1}^2(t) + \frac{1}{2} e_i^2(t) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i e_j^2(t) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i e_j^2(t-\tau) + e_k^2(t) M_{ki},
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 M_{ki} &= \frac{1}{2} \left\{ \left[ \frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_i(t)} \right]^2 + \left[ \frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_i(t)} a_i(t) \right]^2 + \sum_{j=1}^i \left[ \frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_i(t)} \rho_{ij}(r_j(t)) \right]^2 \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{j=1}^i \left[ \frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_i(t)} \kappa_{ij}(r_j(t-\tau)) \right]^2 \right\};
 \end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned}
 &7e_k(t) \left\{ -\frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_{k-1}(t)} \left[ e_k(t) + \phi_{k-1}(t) + F_{k-1}(r_{k-1}(t)) + H_{k-1}(r_{k-1}(t-\tau)) \right] \right\} \\
 &\leq \frac{1}{2} e_{k-1}^2(t) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k-1} e_j^2(t) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k-1} e_j^2(t-\tau) + e_k^2(t) M_{k(k-1)},
 \end{aligned}$$

其中

$$M_{k(k-1)} = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_{k-1}(t)} + \left[ \frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_{k-1}(t)} a_{k-1}(t) \right]^2 + \sum_{j=1}^{k-1} \left[ \frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_{k-1}(t)} \rho_{(k-1)j}(r_j(t)) \right]^2 \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^{k-1} \left[ \frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_{k-1}(t)} \kappa_{(k-1)j}(r_j(t-\tau)) \right]^2 \right\};$$

另外, 对于  $i \leq k-1, m \leq k-1$

$$e_k(t) \left\{ -\frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_i(t-m\tau)} [e_{i+1}(t-m\tau) + \phi_i(t-m\tau) + F_i(r_i(t-m\tau)) + H_i(r_i(t-(m+1)\tau))] \right\} \\ \leq \frac{1}{2} e_{i+1}^2(t-m\tau) + \frac{1}{2} e_i^2(t-m\tau) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i e_j^2(t-m\tau) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i e_j^2(t-(m+1)\tau) + e_k^2(t) D_{kmi},$$

其中

$$D_{kmi} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_i(t-m\tau)} + \left[ \frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_i(t-m\tau)} a_i(t-m\tau) \right]^2 + \sum_{j=1}^i \left[ \frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_i(t-m\tau)} \rho_{ij}(r_j(t-m\tau)) \right]^2 \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^i \left[ \frac{\partial \phi_{k-1}(t)}{\partial e_i(t-m\tau)} \kappa_{ij}(r_j(t-(m+1)\tau)) \right]^2 \right\}.$$

那么, 选择

$$S_{km}(r_k(\sigma)) = \left[ \frac{1}{2} + \sum_{i=k+1}^r (i-k+1) \right] e_k^2(\sigma), \quad m = 1, 2, \dots, k-1, \\ S_{km}(r_k(\sigma)) = \left[ \sum_{i=k+1}^r (i-k+1) \right] e_k^2(\sigma), \quad m = k, \\ S_{km}(r_k(\sigma)) = \left[ \frac{m-k}{2} + \sum_{i=m+1}^r (i-k+1) \right] e_k^2(\sigma), \quad m = k+1, k+2, \dots, r,$$

令

$$a_k(t) = - \left\{ c_k + \left( \frac{5}{2} + \sum_{i=k+2}^r \frac{i-k+3}{2} \right) + \sum_{m=1}^{k-1} \left[ \frac{1}{2} + \sum_{i=k+1}^r (i-k+1) \right] + \sum_{i=k+1}^r (i-k+1) \right. \\ \left. + \sum_{m=k+1}^r \left[ \frac{m-k}{2} + \sum_{i=k+1}^r (i-k+1) \right] + \rho_{kk}(r_k(t)) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{kj}^2(r_j(t)) + \frac{1}{2} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{p=1}^k \kappa_{kp}^2(r_p(t-\tau)) + \sum_{i=1}^{k-1} M_{ki} + \sum_{m=1}^{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} D_{kmi} \right\},$$

其中  $c_k$  为任意的正常数,

$$\phi_k(t) = e_k(t) a_k(t), \quad (12)$$

则

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_k \leq & e_k(t)e_{k+1}(t) - \left[ c_1 + \frac{(r-k+1)(k+r+3)}{4} \right] e_1^2(t) - \left[ c_k + \frac{5}{2} + \sum_{l=k+2}^r \frac{l-k+3}{2} \right] e_k^2(t) \\
 & - \sum_{i=2}^{k-1} \left[ c_i + \sum_{l=k+1}^r \frac{l-i+3}{2} \right] e_i^2(t) - \left[ \frac{(k+r+1)(r-k)}{2} \right] e_1^2(t-\tau) \\
 & - \sum_{m=2}^k \sum_{l=k}^r \frac{2l-1}{2} e_1^2(t-m\tau) - \sum_{m=k+1}^r \left( \frac{m+1}{2} + \sum_{l=m+1}^r \frac{2l-1}{2} \right) e_1^2(t-m\tau) \\
 & - \sum_{i=2}^k \left\{ \sum_{m=1}^k \sum_{l=k+1}^r (l-i+1) e_i^2(t-m\tau) \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{m=k+1}^r \left[ \frac{m-i}{2} + \sum_{l=m+1}^r (l-i+1) \right] e_i^2(t-m\tau) \right\} \quad (13)
 \end{aligned}$$

第  $r$  步 选择李亚普诺夫 - 克拉索夫斯基泛函

$$V_r(r_r) = V_{r-1}(r_{r-1}) + \frac{1}{2}e_r^2 + \sum_{i=1}^r \int_{t-i\tau}^t S_{ri}(r_r(\sigma))d\sigma, \quad (14)$$

选择  $S_{rm}(r_r(\sigma)) = \frac{1}{2}e_r^2(\sigma)$ ,  $m = 1, 2, \dots, r$ , 令

$$\begin{aligned}
 a_r(t) = & - \left\{ c_r + \frac{r}{2} + \rho_{rr}(r_r(t)) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{r-1} \rho_{rj}^2(r_j(t)) + \frac{1}{2} \sum_{p=1}^r \kappa_{rp}^2(r_p(t-\tau)) \right. \\
 & \left. + \sum_{i=1}^{r-1} \left[ M_{ri} + \sum_{m=1}^{r-1} D_{rmi} \right] \right\},
 \end{aligned}$$

其中  $c_r$  为任意的正常数,  $M_{ri}$  和  $D_{rmi}$  的定义同第  $k$  步,

$$v(t) = e_r(t)a_r(t), \quad (15)$$

从而

$$u(t) = \frac{e_r(t)a_r(t) - L_f^r h(x)}{L_g L_f^{r-1} h(x)}. \quad (16)$$

则, 根据前  $k$  步的推导过程, 同理我们可以得到

$$\dot{V}_r \leq - \sum_{l=1}^r [c_l e_l^2(t)] \leq 0. \quad (17)$$

由时滞系统的李亚普诺夫稳定性理论可知, 式 (17) 意味着变量  $e_l, l = 1, 2, \dots, r$  是指数稳定的. 由于

$$\begin{aligned}
 |z_1| &= |e_1|, \\
 |z_i| &= |e_i + \phi_i| \leq |e_i| + |\phi_i|, \quad i = 2, 3, \dots, r,
 \end{aligned}$$

而  $\phi_i(0) = 0$ , 所以  $z_i$  是渐近稳定的.

#### 4 两级 CSTR 动态模型仿真研究

本文以两级连续搅拌化学反应器为模型进行仿真研究 (如图 1). 在反应器中进行的是—阶不可逆的放热化学反应  $A \rightarrow B$ . 假定两个反应器的容量不变. 过程的动态模型可以描述如下

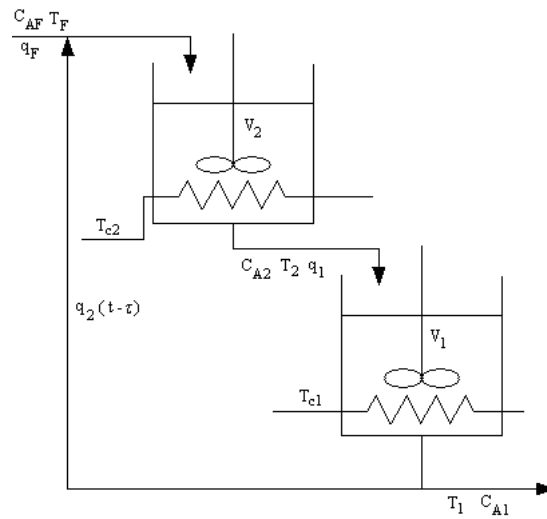


图 1 两级连续搅拌化学反应器流程图

$$\begin{aligned} \dot{C}_{A1} &= \frac{q_1}{V_1}(C_{A2} - C_{A1}) - k_0 e^{-\frac{E}{RT_1}} C_{A1} - \Delta k_0 e^{-\frac{E}{RT_1}} C_{A1}, \\ \dot{T}_1 &= \frac{q_1}{V_1}(T_2 - T_1) + \frac{\Delta H}{\rho c_p} k_0 e^{-\frac{E}{RT_1}} C_{A1} + \frac{UA}{V_1 \rho c_p} (T_{c1} - T_1) + \frac{\Delta H}{\rho c_p} \Delta k_0 e^{-\frac{E}{RT_1}} C_{A1}, \\ \dot{C}_{A2} &= \frac{q_F C_{AF} - q_1 C_{A2}}{V_2} - k_0 e^{-\frac{E}{RT_2}} C_{A2} - \Delta k_0 e^{-\frac{E}{RT_2}} C_{A2} + \frac{q_2 C_{A1}(t - \tau)}{V_2}, \\ \dot{T}_2 &= \frac{q_F T_F - q_1 T_2}{V_2} + \frac{\Delta H}{\rho c_p} k_0 e^{-\frac{E}{RT_2}} C_{A2} + \frac{UA}{V_2 \rho c_p} (T_{c2} - T_2) \\ &\quad + \frac{\Delta H}{\rho c_p} \Delta k_0 e^{-\frac{E}{RT_2}} C_{A2} + \frac{q_2 T_1(t - \tau)}{V_2}, \end{aligned}$$

其中,  $C_{AF}$  是进料中反应物 A 的含量,  $q_F$  是进料的流量,  $T_F$  是进料的温度,  $C_{A2}$  是反应器 2 出口的反应物 A 的含量,  $q_2$  是回流的流量,  $T_2$  是反应器 2 出口的温度,  $V_2$  是反应器 2 的容量,  $T_{c2}$  是反应器 2 的冷却水的温度,  $C_{A1}$  是反应器 1 出口的反应物 A 的含量,  $q_1$  是反应器 1 的流量,  $T_1$  是反应器 1 出口的温度,  $V_1$  是反应器 1 的容量,  $T_{c1}$  是反应器 1 的冷却水的温度. 指前因子  $k_0 = k_{0e} + \Delta k_0$  会随着操作条件和外界环境的不同而变化, 是一个不确定的参数. 在通常的控制器设计研究中, 都会忽略  $k_0$  的变化. 这样虽然可以简

化问题, 但是却影响了控制器的性能. 在本文中,  $k_{0e}$  为  $k_0$  的额定值,  $\Delta k_0$  为一不确定的变化量. 取状态变量  $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [C_{A1}, T_1, C_{A2}, T_2]^T$ , 控制变量  $u = T_{c1}$ , 输出变量  $y = C_{A1} = x_1$ . 易得系统的相对阶为 2, 采用坐标变换  $z = [h(x), L_f h(x), x_3, x_4]^T$ , 由零动态稳定性理论易证明, 系统的零动态是稳定的.

一个具体的 CSTR 参数在稳态工作点的取值如表 1 所示

表 1 一组两级 CSTR 的稳态工作点参数值

$q_1$	$C_{AF}$	$C_{A2}$	$V_1$	$\frac{E}{R}$	$\Delta H$
100l/min	1mol/l	0.639mol/l	100l	8750K	$5 \times 10^4$ J/mol
$q_F$	$C_{A1}$	$k_{0e}$	$V_2$	$\rho$	$UA$
60l/min	0.496mol/l	$7 \times 10^{10}$ min <sup>-1</sup>	100l	1000g/l	$5 \times 10^4$ J/minK
$c_p$	$T_{c1}$	$T_1$	$T_F$	$T_{c2}$	$T_2$
0.239J/gK	320K	333.425K	350K	310K	331.562K

在存在模型误差的情况下, 我们分别采用了传统的反馈线性化控制器和本文提出的时滞系统控制器进行仿真. 仿真中, 系统的不确定性为  $\Delta k_0 = 0.2 \times 10^{10}$ . 假设我们已知系统的不确定性  $|\Delta k_0| \leq 0.3 \times 10^{10}$ , 由于实际生产的限制  $T_1 \leq 350$ K,  $T_2 \leq 350$ K, 则我们可选取

$$\rho_1(z_1) = 0.05|z_1|, \quad \rho_2(z_1, z_2) = 0.2|z_1| + 0.05|z_2|, \quad \kappa_2(z_1, z_2) = 0.4|z_1 - \tau|.$$

由上一节的控制器设计方案可得

$$\begin{aligned} v_r &= -(z_r - (c_1 + 5.05)(z_1 - y_d)) \\ &\quad \cdot (c_2 + 1.15 + (-0.5(c_1 + 5.05) + 0.00125(c_1 + 5.05)^2 + 0.5(c_1 + 5.05)^4)), \\ u &= \frac{v_r - L_f^2 h(x)}{L_g L_f h(x)}, \end{aligned}$$

其中,  $y_d$  为期望输出,  $c_1 > 0$ ,  $c_2 > 0$  为设计参数.

传统的反馈线性化控制器, 对系统的不确定性是无法处理的, 只能把系统按照确定性系统来处理, 采用的控制策略为

$$u = \frac{v_r - L_f^2 h(x)}{L_g L_f h(x)},$$

其中,  $v$  可由极点配置的方法得到

$$v = -\alpha_1(x_1 - y_d) - \alpha_2 L_f h(x),$$

其中,  $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$  为设计参数.

设计参数  $c_1 = 0.3, c_2 = 0.3, \alpha_1 = 0.5, \alpha_2 = 0.6$ . 在期望输出为 0.45mol/l 时, 仿真曲线如图 2 所示 (- - - 为本文提出的控制器输出曲线, - - - - 为传统的反馈线性化控制器输出曲线). 由图 2 可知, 由于存在模型误差, 传统的反馈线性化控制器不能使输出跟踪期望的稳态值, 而本文提出的控制器能很好地克服模型误差, 快速跟踪期望输出.



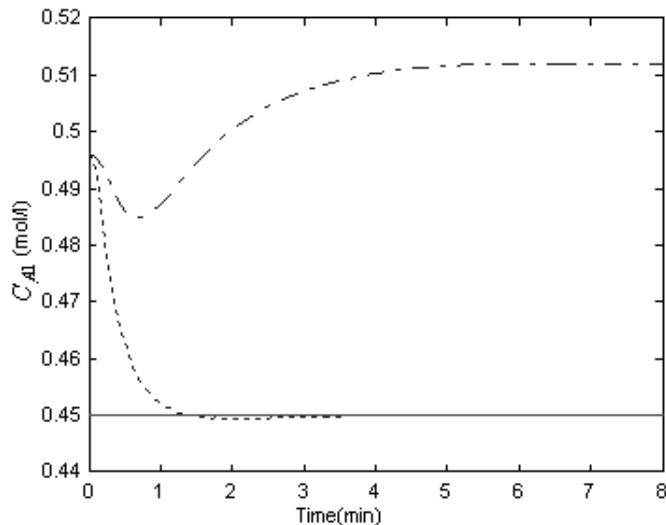


图 2 仿真结果比较图

## 5 结 论

本文主要解决了一类带有不确定性的单入单出时滞非线性系统的控制器设计问题. 首先用反馈线性化的方法将不确定时滞系统部分线性化, 然后我们基于反步设计的迭代设计思想, 构造李亚普诺夫-克拉索夫斯基函数, 得到控制器, 该控制器与系统的  $t, t-\tau, t-n\tau$  时刻的状态有关. 如果反馈线性化系统的零动态是稳定的, 则我们所设计的控制器即可保证闭环系统的稳定性. 根据实际例子的仿真结果验证了我们提出的控制器的良好的控制性能.

## 参 考 文 献

- [1] Kanellakopoulos I, Kokotovic P V and Morse A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1991, **36**(11): 1241-1253.
- [2] Kokotovic P V and Sussman H J. A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems. *Syst. Control Lett.*, 1989, **13**(2): 125-133.
- [3] Zhang T, Ge S S and Hang C C. Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design. *Automatica*, 2000, **36**(12): 1835-1845.
- [4] Nguang S K. Robust stabilization of time-delay nonlinear systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2000, **45**(4): 756-761.
- [5] Fu Y, Tian Z and Shi S. State feedback stabilization for a class of stochastic time-delay nonlinear systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2003, **48**(2): 282-286.

- [6] Zhou S S, Feng G and Nguang S K. Comments on “ Robust stabilization of time-delay nonlinear systems”. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2002, **47**(9): 1586–1586.
- [7] Li G W, Zang C Z and Liu X P. Comments on “ Robust stabilization of time-delay nonlinear systems”. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2003, **48**(5): 908–908.

## CONTROLLER DESIGN FOR A CLASS OF TIME DELAY SYSTEMS WITH UNCERTAINTY

YANG Qing     LI Shurong

(*College of Information and Control Engineering, University of Petroleum, Shandong 257061*)

**Abstract** A nonlinear robust controller is proposed for a class of single input single output time-delay nonlinear systems with system uncertainty. Based on an iterative procedure known as backstepping, the Lyapunov-Krasovskii functions are constructed at each step. By magnifying inequation at each step, a robust controller can be acquired, and the corresponding closed loop system is stable. The simulation result of two stage CSTR shows that the controller proposed in this paper has well control behavior.

**Key words** Nonlinear systems, time delay, Lyapunov-Krasovskii function, backstepping.