系 统 科 学 与 数 学
J. Sys. Sci. & Math. Scis.
28(9) (2008, 9), 1173–1180

二阶时滞小波神经网络的全局指数稳定性分析*

肖 胜 中

(广东农工商学院, 广州 510507)

摘要 通过构造李雅谱诺夫泛函，对具有时滞的二阶神经网络的稳定性进行分析，利用 Razumikhin 定理得到了网络平衡点全局指数稳定的时滞相关与无关的充分条件，当衰减率依赖于时间时，得出了它们之间的一个线性关系，并进行了简明扼要的分析.

关键词 全局指数稳定，时滞，小波神经网络.

MR(2000) 主题分类号 92B05, 92D25

1 引 言

相对于一阶神经网络而言，二阶神经网络由于具有更好的逼近能力、更快的收敛速度、更大的储存量和更强的容错能力等而倍受人们的关注[1-5], 然而由于网络模型的硬件实现常会产生信号的滞后，因此，对具有时滞的二阶神经网络的稳定性进行分析是有意义的．一阶时滞 HOPFILD 型神经网络的稳定性分析已经得到了充分的研究[6-11], 本文对具有二阶时滞 HOPFILD 型小波神经网的稳定性进行分析，得到了几个重要的定理，得到了网络平衡点全局指数稳定的时滞相关与无关的充分条件，当衰减率依赖于时间时，我们得出它们之间的关系是一个线性关系.

2 问题描述

考虑下列具有时滞的二阶 H 型小波神经网的数学模型

$$C_i\frac{\mathrm{d}u_i(t)}{\mathrm{d}t}=-\frac{u_i(t)}{R_i}+\sum_{j=1}^{n}T_{ij}g_j(u_j(t-\tau))+\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}T_{ijk}g_j(u_j(t-\tau))g_k(u_k(t-\tau))+I_i. \quad (2.1)$$

其中 $i=1,2,\cdots,n$, $C_i>0$, $R_i>0$, I_i 外部输入， T_{ij}, T_{ijk} 分别为神经网络的一阶和二阶连接权, 时滞 τ 为正数, 初值为 $u_i(s)=\phi_i(s)$, $s\in[-\tau,0]$, 其中 $\phi_i(s)$:$[-\tau,0]\to R$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 为连续函数．假设小波函数 $g_i(u)$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 满足条件

* 国家自然科学基金 (10163008) 项目资助.
收稿日期：2005-05-31, 收到修改稿日期：2006-09-30.

i) $|g_i(u)| \le M_i,\ u \in R,\ i = 1, 2, \cdots, n;$

ii) $|g_i'(u)| \le d_i(1+u)^{-N},\ u \in R,\ i = 1, 2, \cdots, n.$

其中常数 M_i, d_N 均大于 0, N 是小波的正则指数. 设 $u^* = (u_1^*, u_2^*, \cdots, u_N^*)^{\mathrm{T}}$ 为 (2.1) 的平衡点， $f_i(x_i(t-\tau)) = g_i(u_i(t-\tau)) - g_i(u_i^*)$, $x_i(t) = u_i(t) - u_i^*$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$, 则易知

$$|g_i(z)| \le d_i|z|, \quad z \in R,\ i = 1, 2, \cdots, n. \tag{2.2}$$

那么 (2.1) 式可以写成如下的形式

$$C_i \frac{\mathrm{d}x_i(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{x_i(t)}{R_i} + \sum_{j=1}^{n}\left(T_{ij} + \sum_{k=1}^{n}(T_{ijk} + T_{ikj})\zeta_k\right) f_j(x_j(t-\tau)), \quad i = 1, 2, \cdots, n. \tag{2.3}$$

其中 $\zeta_k = 2\max(g_k(u_k(t-\tau)), g_k(u_k^*))$. 令

$$\begin{aligned}
&C = \mathrm{diag}(C_1, C_2, \cdots, C_n), && R = \mathrm{diag}(R_1, R_2, \cdots, R_n),\\
&M = \mathrm{diag}(M_1, M_2, \cdots, M_n)^{\mathrm{T}}, && T = (T_{ij})_{n\times n},\\
&T_i = (T_{ijk})_{n\times n}, \quad i = 1, 2, \cdots, n, && \mathit{\Pi} = (T_1 + T_1^{\mathrm{T}}, T_2 + T_2^{\mathrm{T}}, \cdots, T_n + T_n^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}},\\
&\zeta = (\zeta_1, \zeta_2, \cdots, \zeta_n)^{\mathrm{T}}, && \mathit{\Gamma} = \mathrm{diag}(\zeta_1, \zeta_2, \cdots, \zeta_n).\\
&x(t) = (x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t))^{\mathrm{T}}, && D = \mathrm{diag}(d_1, d_2, \cdots, d_n),\\
&F(x(t-\tau)) = (f_1(x_1(t-\tau)), f_2(x_2(t-\tau)), \cdots, f_n(x_n(t-\tau)))^{\mathrm{T}}.
\end{aligned}$$

则 (2.3) 写成向量的形式为

$$C\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = -R^{-1}x(t) + (T + \mathit{\Gamma}^{\mathrm{T}}\mathit{\Pi})F(x(t-\tau)). \tag{2.4}$$

系统 (2.4) 的初值为 $x(t) = \phi(t), t \in [-\tau, 0]$. 其中

$$\phi(t) = (\phi_1(t), \phi_2(t), \cdots, \phi_n(t))^{\mathrm{T}}, \quad \phi_i(t) = \varphi_i(t) - u_i^*, \quad t \in [-\tau, 0].$$

文中约定，对于任意的向量 $y \in R^n$, $\|y\|_2 = \sqrt{y^{\mathrm{T}}y}$, $\|A\|_2 = \sqrt{\lambda_{\max}A^{\mathrm{T}}A}$. 考虑如下时滞泛函微分方程

$$x(t) = F(t, x_t), \tag{2.5}$$

式中 $x(t)$ 表示右导数， $x_t \in C([-\gamma, 0], R^n)$ 定义为 $x_t(\theta) = x(t+\theta), \theta \in [-\gamma, 0]$, 其中定义范数为 $\|\varphi\| = \sup\limits_{-\gamma\le\theta\le 0}\|\varphi(\theta)\|$.

记方程 (2.5) 的过 (t, φ), $\varphi \in ([-\gamma, 0], R^n)$ 的解为 $x_t(t, \varphi) = \varphi$. 为证明下面结论的需要，定义连续函数 $V : R \times R^n \longrightarrow R$ 对 (2.5) 的解的导数为

$$\dot V(t, \varphi(0)) = \overline{\lim_{h\to 0^+}}\frac{V(t+h, x(t,\varphi)(t+h)) - V(t, \varphi(0))}{h}.$$

引理 1[12] 设 $g : R \times C\ ([-\gamma, 0], R^n) \longrightarrow R^n$ 将 $R \times C\ ([-\gamma, 0])$ 中的有界集映成 R^n 中的有界集， $a, b, w : R^+ \longrightarrow R^+$ 为连续非减函数，当 $s > 0$ 时， $a(s), b(s), w(s)$ 均大于 0,

且 $a(0)=b(0)=0$，若存在连续非减函数 $p(s)>s,\ s>0$. 连续函数 $V: R\times R^n \longrightarrow R$ 使得 $a(\|x\|)\le V(t,x)\le b(\|x\|),\ t\in R, x\in R^n$, 且当 $V(t+\theta,\varphi(\theta))<p(V(t,\varphi(0))),\theta\in[-\gamma,0]$, 有 $V(t,\varphi(0))\le -\omega(\|\varphi(0)\|),\theta\in[-\gamma,0]$, 则方程 (2.5) 的平凡解 $x=0$ 是一致渐近稳定的，若 $s\longrightarrow\infty$ 时， $a(s)\longrightarrow\infty$, 则 $x=0$ 是 (2.5) 的一个全局吸引子.

3　本章的主要结果

定理 1　若存在对称正定矩阵 P, 以及常数 $\varepsilon_1>0,\varepsilon_2>0$ 使得

$$\begin{aligned}&\lambda_{\min}\Big[PC^{-1}R^{-1}+\big(PC^{-1}R^{-1}\big)^{\mathrm T}-\frac{1}{\varepsilon_1}PC^{-1}T\big(PC^{-1}T\big)^{\mathrm T}-\frac{1}{\varepsilon_2}\|M\|^2PC^{-2}P\Big]\\ >\ &\lambda_{\max}\big(\varepsilon_1 I_{n\times n}+\varepsilon_2\varPi^{\mathrm T}\varPi\big)\lambda_{\max}(D^2)\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)},\end{aligned}$$

则系统 (2.1) 的平衡点 u^* 是全局指数稳定的且衰减指数与时滞无关.

证　构造李雅谱诺夫函数 $V(t,x)=x^{\mathrm T}(t)Px(t), a(s)=\lambda_{\min}(P)s^2, b(s)=\lambda_{\max}(P)s^2$, 则当 $s\longrightarrow\infty$ 时， $a(s)\longrightarrow\infty$, 且显然 $a(\|x\|)\le V(t,x)\le b(\|x\|)$. 把 $V(t,x)$ 对 (2.4) 式的解求右导数得

$$\dot V(t,x)=-x^{\mathrm T}(t)\big(PC^{-1}R^{-1}+R^{-1}C^{-1}P\big)x(t)+2x^{\mathrm T}(t)\big(PC^{-1}TG+PC^{-1}\varGamma^{\mathrm T}\varPi\big)G(x(t-\tau)).$$

利用向量不等式 $2u^{\mathrm T}v\le\varepsilon u^{\mathrm T}u+\varepsilon^{-1}v^{\mathrm T}v,\quad u,v\in R^n,\ \varepsilon>0$ (ε 为任意的常数), 得

$$\begin{aligned}&2x^{\mathrm T}(t)\big(PC^{-1}T\big)G(x(t-\tau))\\ \le\ &\varepsilon_1^{-1}x^{\mathrm T}(t)PC^{-1}TT^{\mathrm T}C^{-1}Px(t)++\varepsilon_1G^{\mathrm T}(x(t-\tau))G(x(t-\tau)).\\ &2x^{\mathrm T}(t)\big(PC^{-1}\varGamma^{\mathrm T}\varPi\big)G(x(t-\tau))\\ \le\ &\varepsilon_2G^{\mathrm T}(x(t-\tau))\varPi^{\mathrm T}\varPi G(x(t-\tau))+\varepsilon_2^{-1}x^{\mathrm T}(t)\big(PC^{-1}\varGamma^{\mathrm T}\varGamma C^{-1}P\big)x(t).\end{aligned}$$

因为

$$\varGamma^{\mathrm T}\varGamma=\|\zeta\|^2I_{n\times n},\quad \|\zeta\|\le 2\|M\|,$$

所以

$$x^{\mathrm T}(t)PC^{-1}\varGamma^{\mathrm T}\varGamma C^{-1}Px(t)\le 4\|M\|^2x^2(t)PC^{-2}Px(t).$$

因此

$$V(t,x)\le -x^{\mathrm T}(t)\varPsi x(t)+G^{\mathrm T}(x(t-\tau))\big(\varepsilon_1I_{n\times n}+\varepsilon_2\varPi^{\mathrm T}\varPi\big)G(x(t-\tau)),$$

其中

$$\varPsi=PC^{-1}R^{-1}+R^{-1}C^{-1}P-\varepsilon_1^{-1}PC^{-1}TT^{\mathrm T}C^{-1}P-4\varepsilon_2^{-1}\|M\|^2PC^{-2}P.$$

取函数 $p(s)=qs$, 其中常数 $q>1$, 则显然 $p(s)>s,s>0$. 由文 [12] 中的 Razumikhin 定理，假设

$$V(t+\theta,\varphi(\theta))<p(V(t,\varphi(0))),\quad \theta\in[-\tau,0],$$

则有

$$\|x(t+\theta)\|^2 < q\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}\|x(t)\|^2, \quad \theta\in[-\tau,0].$$

所以由 (2.2) 得

$$\begin{aligned}\dot V(t,\varphi(\theta)) &\le -x^{\mathrm T}(t)\Psi x(t)+\lambda_{\max}\big(\varepsilon_1 I_{n\times n}+\varepsilon_2\Pi^{\mathrm T}\Pi\big)G^{\mathrm T}(x(t-\tau))G(x(t-\tau)),\\ &\le -\lambda_{\min}(\Psi)\|x(t)\|^2+\lambda_{\max}\big(\varepsilon_1 I_{n\times n}+\varepsilon_2\Pi^{\mathrm T}\Pi\big)\max_{1\le i\le n}\{d_{i_i}\}^2\|x(t-\tau)\|^2\\ &\le \lambda_{\min}(\Psi)\|x(t)\|^2+\lambda_{\max}\big(\varepsilon_1 I_{n\times n}+\varepsilon_2\Pi^{\mathrm T}\Pi\big)\lambda_{\max}(D^2)q\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}\|x(t)\|^2\\ &= -\eta\|x(t)\|^2,\end{aligned}$$

其中

$$\eta=\lambda_{\min}(\Psi)-\lambda_{\max}\big(\varepsilon_1 I_{n\times n}+\varepsilon_2\Pi^{\mathrm T}\Pi\big)\lambda_{\max}(D^2)q\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}.$$

由定理的条件知，存在常数 $q>1$ 使得 $\eta>0$. 若取函数 $w(s)=\eta s^2$, 则当

$$V(t+\theta,\varphi(\theta))<p(V(t,\varphi(0))), \quad \theta\in[-\tau,0],$$

此时有

$$\dot V(t,x)\le-\eta\|x(t)\|^2=-w(\|\varphi(0)\|)<0.$$

由引理 1 知系统 (2.4) 的零解是全局一致渐近稳定的. 即系统 (2.1) 的平衡点 u^* 是全局一致渐近稳定.

更进一步，我们容易得出

$$\begin{aligned}&\dot V(t,x)\le-\eta\|x(t)\|^2\le\frac{-\eta}{\lambda_{\max}(P)}V(t,x),\\ &\lambda_{\min}(P)\|x(t)\|^2\le V(t,x)\le V(x(0))\mathrm e^{-\frac{\eta}{\lambda_{\max}(P)}t},\\ &\|x(t)\|^2\le\frac{V(x(0))}{\lambda_{\min}(P)}\mathrm e^{-\frac{\eta}{\lambda_{\max}(P)}t}\le\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}\|x(0)\|^2\mathrm e^{-\frac{\eta}{\lambda_{\max}(P)}t},\\ &\|x(t)\|\le\bigg(\frac{V(x(0))}{\lambda_{\min}(P)}\mathrm e^{-\frac{\eta}{\lambda_{\max}(P)}t}\bigg)^{\frac12}\le\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}\|x(0)\|\mathrm e^{-\frac{\eta}{2\lambda_{\max}(P)}t},\end{aligned}$$

其中对任意的 $t>0$. 由此可见，平衡点是全局指数稳定的. 衰减指数为 $\frac{\eta}{2\lambda_{\max}(P)}$, 它是与时滞无关的. 尽管衰减指数与时滞无关，有一定的优越性，但我感到这样比较粗糙，为此我先做如下假设：若令

$$H(x(t-\tau))=\mathrm{diag}\bigg[\frac{g_1(x_1(t-\tau))}{x_1(t-\tau)},\frac{g_2(x_2(t-\tau))}{x_2(t-\tau)},\cdots,\frac{g_n(x_n(t-\tau))}{x_n(t-\tau)}\bigg].$$

则 (2.4) 又可以写成

$$\dot{x}(t) = -C^{-1}R^{-1}x(t) + C^{-1}\big(T + \mathit{\Gamma}^{\mathrm{T}}\mathit{\Pi}\big)H(x(t-\tau))x(t-\tau). \tag{3.1}$$

系统 (3.1) 的初值为

$$x(t) = \varphi(t), \quad t \in [-\tau, 0].$$

定理 2 若存在对称正定矩阵 P, 使得

$$\begin{aligned}
&\lambda_{\min}(PC^{-1}R^{-1} + (PC^{-1}R^{-1})^{\mathrm{T}}) \\
> &2(\|PC^{-1}T\| + \|PC^{-1}\|\|M\|\|\mathit{\Pi}\|) \\
&\cdot\|D\|\left\{1 + \tau[\|C^{-1}R^{-1}\| + (\|C^{-1}T\| + \|C^{-1}\|\|M\|\|\mathit{\Pi}\|)\|D\|]q\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}\right\}.
\end{aligned}$$

则系统 (2.1) 的平衡点是全局指数稳定的，衰减指数为 $\frac{\mu}{2\lambda_{\max}(P)}$, 它是与时滞相关的，且两者之间的关系是一个严格的线性关系．其中

$$\begin{aligned}
\mu = &\lambda_{\min}\Big(PC^{-1}R^{-1} + \big(PC^{-1}R^{-1}\big)^{\mathrm{T}}\Big) - 2\big(\|PC^{-1}T\| + \|PC^{-1}\|\|M\|\|\mathit{\Pi}\|\big)\|D\| \\
&-2\tau\big(\|PC^{-1}T\| + \|PC^{-1}\|\|M\|\|\mathit{\Pi}\|\big) \\
&\cdot\|D\|\big[\|C^{-1}R^{-1}\| + \big(\|C^{-1}T\| + \|C^{-1}\|\|M\|\|\mathit{\Pi}\|\big)\|D\|\big]q\sqrt{\tfrac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}.
\end{aligned}$$

证 当 $t \geq \tau$ 时，因为

$$\begin{aligned}
x(t-\tau) &= x(t) - \int_{t-\tau}^{t} \dot{x}(s)\mathrm{d}s \\
&= x(t) - \int_{t-\tau}^{t} \Big[C^{-1}\big(T + \mathit{\Gamma}^{\mathrm{T}}\mathit{\Pi}\big)H(x(s-\tau))x(s-\tau) - C^{-1}R^{-1}x(s)\Big]\mathrm{d}s.
\end{aligned}$$

将上式代入 (3.1) 得

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) = &C^{-1}[(T + \mathit{\Gamma}^{\mathrm{T}}\mathit{\Pi})H(x(t-\tau)) - R^{-1}]x(t) - C^{-1}((T + \mathit{\Gamma}^{\mathrm{T}}\mathit{\Pi}) \\
&\cdot H(x(t-\tau))\int_{t-\tau}^{t} \Big[C^{-1}(T + \mathit{\Gamma}^{\mathrm{T}}\mathit{\Pi})H(x(s-\tau))x(s-\tau) - C^{-1}R^{-1}x(s)\Big]\mathrm{d}s.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

系统 (3.2) 的初值为

$$x(s) = \varphi(s), \quad s \in [-2\tau, 0]. \tag{3.3}$$

由文 [12] 知，若系统 (3.2) 的零解渐近稳定，则系统 (3.1) 的零解渐近稳定．取

$$V(t, x) = x^{\mathrm{T}}(t)Px(t),$$

以及

$$a(s) = \lambda_{\min}(P)s^2, \quad b(s) = \lambda_{\max}(P)s^2,$$

则当 $s \longrightarrow \infty$ 时 $a(s) \longrightarrow \infty$, 且显然

$$a(\|x\|) \le V(t,x) \le b(\|x\|).$$

沿 (3.3) 的解对 $V(t,x)$ 求右导数，并由 (2.2) 得

$$\begin{aligned}
\dot V(t,x) = & -x(t)\big(PC^{-1}R^{-1}+R^{-1}C^{-1}P\big)x(t)\\
& +x^{\mathrm T}(t)\big[H(x(t-\tau))\big(T+\varGamma^{\mathrm T}\varPi\big)^{\mathrm T}C^{-1}P-PC^{-1}\big(T+\varGamma^{\mathrm T}\varPi\big)H(x(t-\tau))\big]x(t)\\
& -2x^{\mathrm T}(t)PC^{-1}\big(\big(T+\varGamma^{\mathrm T}\varPi\big)H(x(t-\tau))\big)\\
& \cdot\int_{t-\tau}^{t}\big[C^{-1}\big(T+\varGamma^{\mathrm T}\varPi\big)H(x(s-\tau))x(t-\tau)-C^{-1}R^{-1}x(s)\big]\mathrm ds\\
\le & -\lambda_{\min}\big(PC^{-1}R^{-1}+R^{-1}C^{-1}P\big)\|x(t)\|^2\\
& +2\big(\|PC^{-1}T\|+\|PC^{-1}\|\|\varGamma\|^{\mathrm T}\|\varPi\|\big)\|H(x(t-\tau))\|\|x(t)\|^2\\
& +2\|x(t)\|\big(\|PC^{-1}T\|+\|PC^{-1}\|\|\varGamma^{\mathrm T}\|\|\varPi\|\big)\|H(x(t-\tau))\|\\
& \cdot\bigg\|\int_{t-\tau}^{t}\big[C^{-1}\big(T+\varGamma^{\mathrm T}\varPi\big)H(x(s-\tau))x(s-\tau)-C^{-1}R^{-1}x(s)\big]\mathrm ds\bigg\|\\
\le & \Big[-\lambda_{\min}\Big(PC^{-1}R^{-1}+\big(PC^{-1}R^{-1}\big)^{\mathrm T}\Big)+2\big(\|PC^{-1}T\|+\|PC^{-1}\|\|M\|\|\varPi\|\big)\|D\|\Big]\\
& \cdot\|x(t)\|^2+2\|x(t)\|\big\{\big(\|PC^{-1}\|\|M\|\|\varPi\|\big)\|D\|\big[\|C^{-1}R^{-1}\|\\
& +\big(\|C^{-1}T\|+\|C^{-1}\|\|M\|\|\varPi\|\big)\|D\|\big]\big\}\tau\sup_{-2\tau\le\theta\le0}\|x(t+\theta)\|.
\end{aligned}$$

取函数 $ps=q^2s$，其中 $q>1$，则显然 $ps>s, s>0$. 由文 [12] 中 Razumikhun 定理，假设 $V((t+\theta),\varphi(\theta))<p(V(t,\varphi(0))),\theta\in[-2\tau,0]$，则

$$\|x(t+\theta)\|<q\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}\|x(t)\|,\quad \theta\in[-2\tau,0],$$

$$\begin{aligned}
\dot V(t,x)\le & [-\lambda_{\min}(PC^{-1}R^{-1}+(PC^{-1}R^{-1})^{\mathrm T})+2(\|PC^{-1}T\|+\|PC^{-1}\|\|M\|\|\varPi\|)\|D\|]\\
& \cdot\|x(t)\|^2+2\tau\Big\{(\|PC^{-1}T\|+\|PC^{-1}\|\|M\|\|\varPi\|)\|D\|[\|C^{-1}R^{-1}\|+\big(\|C^{-1}T\|\\
& +\|C^{-1}\|\|M\|\|\Pi\|\big)\|D\|]q\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}\Big\}\|x(t)\|^2\\
= & -\mu\|x(t)\|^2.
\end{aligned}$$

其中

$$\mu=\lambda_{\min}(PC^{-1}R^{-1}+(PC^{-1}R^{-1})^{\mathrm{T}})+2(\|PC^{-1}T\|+\|PC^{-1}\|\|M\|\|\varPi\|)\|D\|$$
$$-2\tau\bigg\{(\|PC^{-1}T\|+\|PC^{-1}\|\|M\|\|\varPi\|)\|D\|[\|C^{-1}R^{-1}\|$$
$$+(\|C^{-1}T\|+\|C^{-1}\|\|M\|\|\varPi\|)\|D\|]q\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}\ \bigg\}.$$

由定理条件知，存在常数 $q>1$ 使得 $\mu>0$. 若取函数 $w(s)=\mu s^2$ ，则当 $\dot V(t+\theta,\varphi(\theta))<p(V(t,\varphi(0))),\theta\in[-2\tau,0]$ 时，有

$$\dot V(t,\varphi(0))\le-\mu\|x(t)\|^2=-w(\|\varphi(0)\|).$$

因此由引理 1 知系统 (3.3) 的零解全局一致渐近稳定，所以系统 (2.1) 的平衡点 u^* 全局一致渐近稳定，并且与时滞是相关的． 更进一步，我们容易得出

$$\dot V(t,x)\le-\mu\|x(t)\|^2\le\frac{-\mu}{\lambda_{\max}(P)}V(t,x),$$

$$\lambda_{\min}(P)\|x(t)\|^2\le V(t,x)\le V(x(0))\mathrm{e}^{\frac{-\mu}{\lambda_{\max}(P)}t},$$

$$\|x(t)\|^2\le\frac{V(x(0))}{\lambda_{\min}(P)}\mathrm{e}^{\frac{-\mu}{\lambda_{\max}(P)}t}\le\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}\|x(0)\|^2\mathrm{e}^{\frac{-\mu}{\lambda_{\max}(P)}t},$$

$$\|x(t)\|\le\left(\frac{V(x(0))}{\lambda_{\min}(P)}\mathrm{e}^{\frac{-\mu}{\lambda_{\max}(P)}t}\right)^{\frac12}\le\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}\|x(0)\|\mathrm{e}^{\frac{-\mu}{2\lambda_{\max}(P)}t}.$$

其中对任意的 $t>0$, 这个不等式都成立.

由此可见，平衡点是全局指数稳定的. 衰减指数为 $\frac{\mu}{2\lambda_{\max}(P)}$, 它是与时滞相关的，并且与时滞是严格的线性关系.

参 考 文 献

[1] Kosmatopoulos E B, Polycarpou M M, Christodolou M A and Ioannou P A. High-order neural networks structures for identification of dynamical systems. *IEEE Trans. On Neural Networks*, 1995, **6**(2): 422–431.

[2] Zhang T, Ge S S and Hang C C. Neural- based direct adaptive control for a class of general nonlinear systems. *International Journal of Systems Science*, 1997, **28**(10): 1011–1020.

[3] Su J, Hu A and He Z. Solving a kind of nonlinear programming problems via analong neural networks. *Neural-Computing*, 1998, **18**(1): 1–9.

[4] 关治红，孙德宝．高阶 H 型神经网络的定性分析．电子学报， 2000, **28**(3): 77–80.

[5] 廖晓昕，肖东梅．具有变时滞的 H 型神经网络的全局指数稳定性分析．电子学报， 2000, **28**(4): 88–90.

[6] Arisk S. Stability analysis of delayed neural networks. *IEEE Trans. Circuit Syst. I*, 2000, **47**(7): 1089–1092.

[7] Ye H and Michel A N. Robust stabiliy of nonlinear time-delay systems with applications to neural networks. *IEEE Trans. Circuit Syst. I*, 1996, **43**(7): 532–543.

[8] Hu C H and Qian J X. Stability analysis for neural dynamics with time–varying delays. *IEEE Trans. Neural Networks*, 1998, **9**(1): 221–223.

[9] Cao Y J and Wu Q H. A note on stability of analog neural networks with time delays. *IEEE Trans. Neural networks*, 1996, **7**(6): 1533–1535.

[10] Michel A N, Farrel J A and Porod W. Qualitative analysis of neural networks. *IEEE Trans. Circuit Syst. I*, 1989, **36**(2): 229–243.

[11] Li J H and Michel A N. Qualitative analysis of a class of neural networks. *IEEE Trans. Circuit Syst. I*, 1988, **35**(8): 976–985.

[12] Hale J K. Theory of Functional Differential Equations. New York: Springer-Verlag, 1977.

GLOBAL EXPONENTIAL STABILITY FOR TWO-ORDER WAVELET NEURAL NETWORK WITH TIME DELAYS

XIAO Shengzhong

(*Guangdong AIB Tech-College, Guangzhou* 510507)

Abstract Global exponential stability of equilibrium point for two-order wavelet neural network with time delays is studied by Lyapunov method. The sufficient conditions of delay-dependent and delay-independent for global exponential stability of the equilibrium point are obtained by Razumikhin theory.

Keywords Global exponential stability, wavelet neural network, time delay.