

文章编号:1001-9081(2008)09-2281-04

# 基于 Gibbs 分布的盲图像修复

刘瑞华, 鲍政

(华东师范大学数学系, 上海 200062)

(lruih@sohu.com)

**摘要:**针对盲图像去卷积问题,首先建立了一个基于 Gibbs 分布加权算法模型,然后讨论了关于能量泛函极小解的存在性,最后导出了相应的热流。在计算机模拟中,除了某些限制条件外,即使对于点扩散函数和原始的真实图像没有更多精确的信息,此算法也运行得很好。为了进一步观察此算法的实效性,与全变差盲去卷积模型的实验结果进行了比较。

**关键词:**Gibbs 分布;全变差;点扩散函数;交替迭代算法;盲去卷积

**中图分类号:** TP391.41; TP751 **文献标志码:** A

## Blind image deconvolution based on Gibbs distribution

LIU Rui-hua, BAO Zheng

(Department of Mathematics, East China Normal University, Shanghai 200062, China)

**Abstract:** A weighted total variation algorithm was proposed for solving some blind deconvolution problems, and then we got the existence of energy functional minimum and deduced corresponding thermal flow. In computer simulations, the algorithm performs well even when we have no more accurate prior knowledge about point spread function and the original true image, besides some other constrains. Experiments show that the proposed algorithm is more effective and performs better than the total variation blind deconvolution method proposed.

**Key words:** Gibbs distribution; total variation; point spread function; AM algorithm; blind deconvolution

### 0 引言

盲图像去卷积是一个逆过程,即在点扩散函数( $h$ )不知道的情况下,包括尺寸和形状,从所观察到的降质图像( $z$ )中估计原始的真实图像( $u$ ),这是一个病态过程,于是修复图像( $u$ )和确定点扩散函数( $h$ )具有相当的难度<sup>[1-2,4-8]</sup>。

点源的图像被称为点扩散函数,表示为  $h$ ,所观察到的图像  $z$  可以看成点扩散函数  $h$  与真实图像  $u$  的卷积。模糊过程可以用卷积方程表示为:

$$z = h \cdot u + n \quad (1)$$

其中  $n$  表示加性噪声,例如均值为 0 的高斯白噪声,或椒盐噪声等。

在文献[9]中比较系统地介绍了 Gibbs 随机场理论。Gibbs 随机场理论是在研究格子邻域系统的基础上发展起来的。设一个定义在  $L$  上的随机场  $X = \{X_i\}$  是一个关于邻域系统  $\eta$  的 Gibbs 随机场(或随机场有 Gibbs 分布),当且仅当它的联合分布具有形式:

$$g(x) := P(X = x) = \frac{1}{Z} e^{-U(x)} \quad (2)$$

$$U(x) = \sum_{c \in C} V_c(x), Z := \sum_{x \in \Omega} e^{-U(x)} \quad (3)$$

其中: $L$  是将格子编号的集合,即  $L = \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $\eta$  是定义在有限格子系统  $L$  上的邻域系统。 $U(x)$  称为能量函数,  $V_c(x)$  是与簇  $c$  有关联的位势函数,  $Z$  是归一化函数,  $\Omega$  是随机场所有可能的结构  $x$  所构成的集合。

### 1 数学模型的建立

一般地,  $H^1$  范数,即  $\|\nabla u\|_{L^2(\Omega)}$  正则项,不能很好地保

持图像的边界信息,因为是各向同性扩散。 $TV$  模型,即  $\|\nabla u\|_{L^1(\Omega)}$  正则项,由于是各向异性扩散,虽然可以保持一部分图像的边界信息,但是,当  $\|\nabla u\| \rightarrow \infty$  时,这也可能是图像的边界信息,由于泛函极小化的原因,又把这些细节信息给剔除了。分析上述原因,结合第一小节的 Gibbs 随机场的理论介绍,提出了一个基于 Gibbs 分布加权的正则项来保持边界。记图像  $u$  的 Gibbs 分布函数为  $g_u(u)$ ,点扩散函数  $h$  的 Gibbs 分布函数为  $g_h(h)$ 。

盲去卷积问题可以转化为求下面泛函的极小化问题,模型如下:

$$\min_{u,h} F(u,h) = \frac{1}{2} \|z - h \cdot u\|_{L^2}^2 \quad (4)$$

同时要求:

$$\min E(\Phi(|\nabla u|)) = \int_{\Omega} g_u(u) \Phi(|\nabla u|) dx \quad (5)$$

$$\min E(\Phi(|\nabla h|)) = \int_{\Omega} g_h(h) \Phi(|\nabla h|) dx \quad (6)$$

为了保持能量守恒,对模糊算子  $h$  进行约束:

$$h(x) \geq 0, \sum_{x \in \Omega} h(x) = 1 \quad (7)$$

其中:  $\Phi[0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ , 凸的增函数  $\Phi(0) = 0$ , 且  $\lim_{|p| \rightarrow +\infty} \Phi(|p|) = +\infty$ 。式(5)表示  $\Phi(|\nabla u|)$  的期望,即图像边界的期望最小,式(6)表示  $\Phi(|\nabla h|)$  的期望,即点扩散函数边界的期望最小。

利用 Lagrange 乘数法,则有下面极小化泛函:

$$\min_{u,h} F(u,h) = \frac{1}{2} \|z - h \cdot u\|_{L^2}^2 + \alpha \int_{\Omega} g_u(u) \Phi(|\nabla u|) dx +$$

收稿日期:2007-09-12;修回日期:2008-01-17。

作者简介:刘瑞华(1975-),男,湖南永州人,博士,主要研究方向:微分几何、图像处理; 鲍政(1981-),男,江苏新沂人,博士研究生,主要研究方向:图像处理。

$$\beta \iint_{\Omega} g_h(h) \Phi(|\nabla h|) dx \quad (8)$$

其中  $\alpha, \beta$  为大于零的正常数。

### 2 极小化泛函(8)极小解的存在性

因为图像函数  $u$  与点扩散函数  $h$  不一定连续与可微, 于是在  $BV(\Omega)$  中讨论这两个函数, 以及极小化问题(8)的解。

$$\min_{\substack{u \in BV(\Omega) \\ h \in BV(\Omega)}} F(u, h) = \frac{1}{2} \|z - h \cdot u\|_{L^2}^2 + \alpha \iint_{\Omega} g_u(u) \Phi(Du) + \beta \iint_{\Omega} g_h(h) \Phi(Dh) \quad (9)$$

其中  $\int_{\Omega} \Phi(Dp) = \int_{\Omega} \Phi(|\nabla p|) dx + c_0 \int_{\Omega} |D_s p|$ ,  $D_s p$  表示奇异的部分<sup>[1]</sup>,  $c_0 = \lim_{|\nabla p| \rightarrow \infty} \frac{\Phi(|\nabla p|)}{|\nabla p|}$ ,  $p = u, h$ 。

**引理 1**<sup>[3]</sup> 设  $\forall f \in L^p(\Omega), g \in L^q(\Omega), p, q > 0$ , 则:

$$\|f \cdot g\|_{L^r} \leq \|f\|_{L^p} \|g\|_{L^q}$$

其中  $r^{-1} = p^{-1} + q^{-1} - 1, r > 0$ 。

**引理 2** 设  $\int_{\Omega} h dx = 1, h(x) \geq 0$ , 记  $h \cdot f = h \cdot f$ , 则  $h \cdot 1 = 1$ , 即  $h$  作用在常数上, 还是原来的常数。

**证明** 设  $f = c, c$  是常数, 则有:

$$h \cdot c = h \cdot f = \int_{\Omega} h(x) f(y-x) dx = c \int_{\Omega} h(x) dx = c$$

证毕。

**定理 1** 极小化问题(9)存在极小解  $\hat{u} \in BV(\Omega), \hat{h} \in BV(\Omega)$ 。

**证明** 由式(2)、(3)可知,  $0 \leq g_u(u) \leq 1, 0 \leq g_h(h) \leq 1$ , 取极小化序列  $\{u_n, h_n\}$ , 于是泛函(9)一致有界, 根据  $\Phi$  的定义以及凸性, 所以有:

$$\begin{aligned} |Du_n|(\Omega) &:= \int_{\Omega} |Du_n| = \int_{\Omega} |\nabla u_n| dx + \int_{\Omega} |D_s u_n| \leq M \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} |Dh_n|(\Omega) &:= \int_{\Omega} |Dh_n| = \int_{\Omega} |\nabla h_n| dx + \int_{\Omega} |D_s h_n| \leq M \end{aligned} \quad (11)$$

$$\|h_n \cdot u_n - z\|_{L^2} \leq M \quad (12)$$

其中  $M > 0$  是广义的一致界。

记  $\bar{u}_n = \int_{\Omega} u_n dx$ , 根据广义的 Poincare-Wirtinger 不等式, 结合式(10), 有:

$$\|u_n - \bar{u}_n\|_{L^2} \leq |Du_n| \leq M \quad (13)$$

因为式(7), 所以有  $\|h_n\|_{L^1} \leq M$ , 又由引理 1 和 2, 有:

$$\begin{aligned} \|h_n \cdot u_n - \bar{u}_n\|_{L^2} &= \|h_n \cdot (u_n - \bar{u}_n)\|_{L^2} \leq \|h_n\|_{L^1} \|u_n - \bar{u}_n\|_{L^2} \leq M \end{aligned} \quad (14)$$

由式(12)有:

$$\begin{aligned} M \geq \|h_n \cdot u_n - \bar{u}_n + \bar{u}_n - z\|_{L^2} &= \|h_n \cdot (u_n - \bar{u}_n) + \bar{u}_n - z\|_{L^2} \geq \|\bar{u}_n - z\|_{L^2} - \|h_n \cdot (u_n - \bar{u}_n)\|_{L^2} \end{aligned} \quad (15)$$

结合式(14), 有:

$$\|\bar{u}_n\|_{L^2} \leq M \quad (16)$$

再结合式(13), 于是有:

$$\|u_n\|_{L^2} \leq M, \|u_n\|_{L^1} \leq M \quad (17)$$

又由于有式(10), 所以  $u_n$  在  $W^{1,1}(\Omega)$  中一致有界, 因为  $W^{1,1}(\Omega)$  可以嵌入到  $BV(\Omega)$  中, 于是在  $BV(\Omega)$  中也一致有界, 所以存在子列, 仍记为  $u_n$ , 以及  $\hat{u} \in BV(\Omega)$ , 使得:

$$u_n \xrightarrow{BV-W} \hat{u}, u_n \xrightarrow{L^2} \hat{u} \quad (18)$$

因为  $\bar{h}_n = \int_{\Omega} h_n dx = 1$ , 所以根据(11)以及广义的 Poincare-Wirtinger 不等式, 有:

$$\|h_n\|_{L^2} \leq M, \|h_n\|_{L^1} \leq M \quad (19)$$

因而  $h_n$  在  $W^{1,1}(\Omega)$  中一致有界, 而  $W^{1,1}(\Omega)$  可嵌入到  $BV(\Omega)$  中, 于是在  $BV(\Omega)$  中也一致有界, 所以存在子列, 仍记为  $h_n$ , 以及  $\hat{h} \in BV(\Omega)$ , 使得:

$$h_n \xrightarrow{BV-W} \hat{h}, h_n \xrightarrow{L^1} \hat{h} \quad (20)$$

结合式(18)、(20), 又有  $h_n \cdot u_n \xrightarrow{L^2} \hat{h} \cdot \hat{u}$ , 因为:

$$\begin{aligned} \|h_n \cdot u_n - \hat{h} \cdot \hat{u}\|_{L^2} &= \|h_n * u_n - \hat{h} \cdot u_n + \hat{h} \cdot u_n - \hat{h} \cdot \hat{u}\|_{L^2} \leq \|(h_n - \hat{h}) \cdot u_n\|_{L^2} + \|\hat{h} \cdot (u_n - \hat{u})\|_{L^2} \leq \|h_n - \hat{h}\|_{L^1} \|u_n\|_{L^2} + \|\hat{h}\|_{L^1} \|u_n - \hat{u}\|_{L^2} \leq M \end{aligned} \quad (21)$$

根据  $\Phi$  的凸性, 于是有:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \|z - \hat{h} * \hat{u}\|_{L^2}^2 + \alpha \iint_{\Omega} g_{\hat{u}}(\hat{u}) \Phi(D\hat{u}) + \beta \iint_{\Omega} g_{\hat{h}}(\hat{h}) \Phi(D\hat{u}) &\leq \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2} \|z - h_n * u_n\|_{L^2}^2 + \alpha \iint_{\Omega} g_{u_n}(u_n) \Phi(Du_n) + \beta \iint_{\Omega} g_{h_n}(h_n) \Phi(Dh_n) \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

所以极小化问题(9)存在极小解  $\hat{u}, \hat{h}$ 。证毕。

### 3 模型比较与算法

针对上面的泛函(8), 我们采用交替迭代算法 (AM algorithm)<sup>[2,6]</sup>, 即:

1) 固定  $h$ , 并求出关于  $u$  的 Euler-Lagrange 方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial u} &= -h(-s, -t) \cdot (z - h \cdot u) + \alpha [g'_u(u) \Phi(|\nabla u|) - g'_u(u) \Phi'(|\nabla u|) |\nabla u|] - \alpha g_u(u) \left[ \frac{\Phi'(|\nabla u|)}{|\nabla u|} u_{TT} + \Phi'(|\nabla u|) u_{NN} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

2) 固定  $u$ , 并求出关于  $h$  的 Euler-Lagrange 方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial h} &= -u(-x, -y) \cdot (z - h \cdot u) + \beta [g'_h(h) \Phi(|\nabla h|) - g'_h(h) \Phi'(|\nabla h|) |\nabla h|] - \beta g_h(h) \left[ \frac{\Phi'(|\nabla h|)}{|\nabla h|} h_{TT} + \Phi'(|\nabla h|) h_{NN} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

其中  $N(x) = \frac{\nabla u(x)}{|\nabla u(x)|}$ ,  $|\nabla u(x)| \neq 0, T(x) \perp N(x)$ , 且  $|T(x)| = 1, u_{TT}, u_{NN}$  分别表示关于  $u$  在  $T$ -方向与  $N$ -方向的二阶导数:

$$u_{TT} = \frac{1}{|\nabla u|^2} (u_{x_1}^2 u_{x_2 x_2} + u_{x_2}^2 u_{x_1 x_1} - 2u_{x_1} u_{x_2} u_{x_1 x_2}) \quad (25)$$

$$u_{NN} = \frac{1}{|\nabla u|^2} (u_{x_1}^2 u_{x_1 x_1} + u_{x_2}^2 u_{x_2 x_2} + 2u_{x_1} u_{x_2} u_{x_1 x_2}) \quad (26)$$

其中  $h_{TT}, h_{NN}$  也有类似于式(25)、(26)的形式。

下面针对式(23)、(24)进行分析, 文献[2,6]中提出的模型是本文提出的模型的一种特殊情况。

1) 在文献[2]中提出的全变差模型, 即 TV 模型:

$$\begin{aligned} g_p(p) &\equiv 1, \Phi(|\nabla p|) = |\nabla p|, \Phi'(|\nabla p|) = 1, \Phi''(|\nabla p|) = 0, p = u, h \end{aligned} \quad (27)$$

2) 在文献[6]中提出的各向异性扩散模型:

$$g_p(p) \equiv 1, \Phi''(|\nabla p|) = 0,$$

$$\frac{\Phi'(|\nabla p|)}{|\nabla p|} = \begin{cases} \frac{1}{T_p}, & |\nabla p| < T_p \\ \frac{1}{|\nabla p|}, & |\nabla p| \geq T_p \end{cases} \quad (28)$$

其中  $T_p(p = u, h)$  为阈值。

在本文的模型中,为了兼顾各向异性扩散,选用下面的  $\Phi$  函数:

$$\Phi''(|\nabla p|) = 0,$$

$$\frac{\Phi'(|\nabla p|)}{|\nabla p|} = \begin{cases} \frac{1}{T_p}, & |\nabla p| < T_p \\ \frac{1}{|\nabla p|}, & |\nabla p| \geq T_p \end{cases} \quad (29)$$

其中  $T_p(p = u, h)$  为阈值。

则对于式(23)、(24) 右边的第二项与第三项可以分别合并为:

$$R(u) = \begin{cases} (1 - \frac{|\nabla u|}{T_u}) |\nabla u| g'_u(u) - \frac{1}{T_u} g_u(u) u_{TT}, & |\nabla u| < T_u \\ -\frac{1}{|\nabla u|} g_u(u) u_{TT}, & |\nabla u| \geq T_u \end{cases} \quad (30)$$

$$R(h) = \begin{cases} (1 - \frac{|\nabla h|}{T_h}) |\nabla h| g'_h(h) - \frac{1}{T_h} g_h(h) h_{TT}, & |\nabla h| < T_h \\ -\frac{1}{|\nabla h|} g_h(h) h_{TT}, & |\nabla h| \geq T_h \end{cases} \quad (31)$$

其中  $T_u, T_h$  为阈值。

对于上面的交替迭代算法,分别对  $u$  和  $h$  采用最速下降法,结合方程(23)、(24)、(30)、(31),可以得到演化方程:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau_u} = h(-s, -t) * (z - h * u) - \alpha R(u) \quad (32)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \tau_h} = u(-x, -y) * (z - h * u) - \beta R(h) \quad (33)$$

### 4 点扩散函数支集的估计

下面给出点扩散函数  $h$  支集的初始估计。在文献[6-8]中能部分或者全部地知道原始点扩散函数  $h$  的支集。在文献[2]中,假设初始的点扩散函数是  $\delta$ -函数,因为这个初始的点扩散函数的支集与我们所观察的图像的支集一样,并且在以后的计算中,尺寸大小不变,这样在实验时将耗费大量的时间与计算机内存。

假设观察的降质图像的像素大小是  $m \times n$ ,大多数的情况下,模糊程度不会特别严重,所以假设初始的点扩散函数  $h_0$  的支集是所观察图像的支集的  $\frac{1}{10}$ ,且假设  $h_0$  是一个直径为  $d$  圆盘,且  $d = \frac{\min\{m, n\}}{10}$ 。

### 5 离散格式实现

设  $u_{ij}$  表示离散图像函数,  $D_x u_{ij} = \frac{(u_{i+1,j} - u_{i-1,j})}{2}, D_y u_{ij} = \frac{(u_{i,j+1} - u_{i,j-1})}{2}$ , 利用有限差分格式,记  $|\nabla u^n| = \sqrt{(D_x u_{ij}^n)^2 + (D_y u_{ij}^n)^2}$ , 对于点扩散函数  $h$  也有类似的形式。则方程组(27)、(28) 可以写为:

$$R(u^n) = \begin{cases} (1 - \frac{|\nabla u^n|}{T_{u^n}}) |\nabla u^n| g'_{u^n}(u^n) - \frac{1}{T_{u^n}} g_{u^n}(u^n) u_{TT}^n, & |\nabla u^n| < T_{u^n} \\ -\frac{1}{|\nabla u^n|} g_{u^n}(u^n) u_{TT}^n, & |\nabla u^n| \geq T_{u^n} \end{cases} \quad (34)$$

$$R(h^n) = \begin{cases} (1 - \frac{|\nabla h^n|}{T_{h^n}}) |\nabla h^n| g'_{h^n}(h^n) - \frac{1}{T_{h^n}} g_{h^n}(h^n) h_{TT}^n, & |\nabla h^n| < T_{h^n} \\ -\frac{1}{|\nabla h^n|} g_{h^n}(h^n) h_{TT}^n, & |\nabla h^n| \geq T_{h^n} \end{cases} \quad (35)$$

其中  $g_{u^n}(u_n), g_{h^n}(h_n)$  按照方程(2)、(3) 的形式所给,  $T_{u^n}, T_{h^n}$  为阈值。

设  $\tau_u, \tau_h$  分别是关于  $u, h$  的时间步长,假设已知  $u^n, h^n$ , 则方程组(17)、(18) 可以写为:

$$u^{n+1} = u^n + \tau_u [h^n(-s, -t) \cdot (z - h^n * u^n) - \alpha R(u^n)] \quad (36)$$

$$h^{n+1} = h^n + \tau_h [u^{n+1}(-x, -y) \cdot (z - h^n \cdot u^{n+1}) - \beta R(h^n)] \quad (37)$$

在实验中,初始值选定  $u^0 = z, h^0 = h_0$  其中  $h_0$  是一个直径为  $d = \frac{\min\{m, n\}}{10}$  的圆盘。交替迭代算法具体执行的顺序为: (36)  $\rightarrow$  (37)  $\rightarrow$  (36)  $\rightarrow$  (37)  $\rightarrow$  ...

### 6 实验结果

本节将给出一些实验结果来说明基于 Gibbs 加权模型,比文献[2]中的全变差模型更加有效。本文所有的实验都是在一般的 PC 机上运行所得,花费时间大约是 1~2 min。在实验中,统一采用 8 点邻域或 24 点邻域。这里信噪比(简记 SNR)按照下面公式计算:

$$SNR = \frac{\int_{\Omega} (u - \bar{u})^2}{\int_{\Omega} (u_n - u)^2}, \bar{u} = \frac{\int_{\Omega} u}{|\Omega|} \quad (38)$$

其中  $u$  是真实的图像,  $u_n$  是带有噪声的图像。

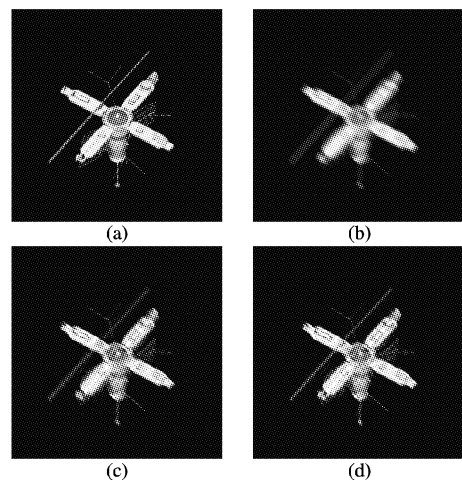


图 1 256 × 256 模糊卫星图像盲全变差修复与模型(8) 的比较

通过上面的两个实验可以看出:图 1(c)与图 1(d),图 3(c)与图 3(d)在信噪比上,本文的模型修复的效果比全变差模型修复的效果的信噪比要好。又通过图 2(d)与图 2(c),图 4(d)与图 4(c)中细节以及信噪比的比较,也可以看到图 2

(d)和图 4(d),部分地修复出了图 2(a)和图 4(a)中的细节特征,而全变差模型修复的细节效果在图 2(c)和图 4(c)中不能体现。通过实验的比较,本文基于 Gibbs 加权的盲图像修复模型的修复效果要比全变差模型修复的效果好。

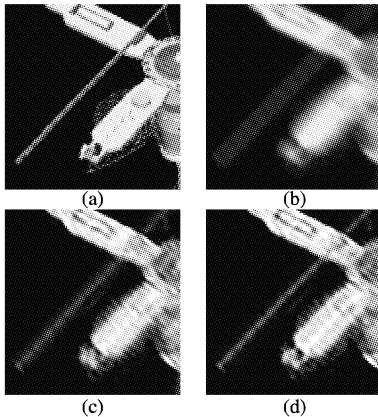


图 2 图 1 中对应图像的部分细节比较

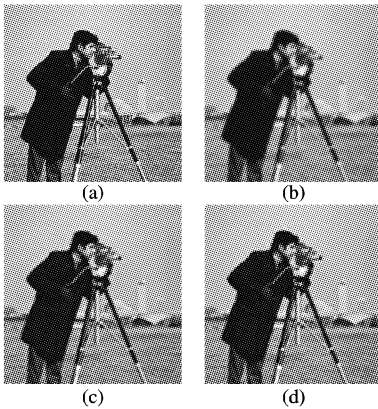


图 3 256 × 256 模糊照相机图像盲全变差修复与模型(8)的比较

## 7 结语

目前,对于已知点扩散函数的图像修复的研究已有了很大的进展,但是在点扩散函数未知的情况下的盲修复一直是研究的重点和难点。本文在 Gibbs 随机场理论基础上建立了一种加权盲图像修复模型,无需点扩散函数和真实图像的精

确先验信息。数值实验结果表明,算法是实用有效的,并且优于文献[2]的全变差盲去卷积算法。下一步的研究工作是进一步改进模型并给出演化方程解的存在性理论证明。

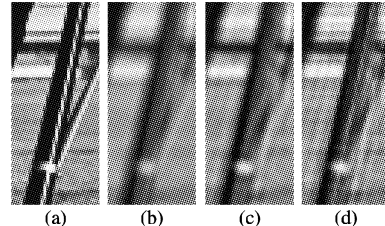


图 4 图 3 中对应图像的部分细节比较

## 参考文献:

- [1] AUBERT G, KORNPBST P. Mathematical problems in image processing: partial differential equations and the calculus of variations[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2001: 36 - 127.
- [2] CHAN T F, WONG C K. Total variation blind deconvolution[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 370 - 395.
- [3] SAITOH S, TUAN V K, YAMAMOTO M. Reverse convolution inequalities and applications to inverse heat source problems [EB/OL]. [2008 - 01 - 01]. [http://www.emis.de/journals/JIPAMimages/029\\_02\\_JIPAM/029\\_02.pdf](http://www.emis.de/journals/JIPAMimages/029_02_JIPAM/029_02.pdf).
- [4] JUSTEN L, RAMLAU R. A noniterative regularization approach to blind deconvolution[J]. Inverse Problems, 2006, 22(3): 771 - 800.
- [5] VOGEL C R, CHAN T, PLEMMONS R. Fast algorithms for phase diversity - based blind deconvolution[J]. Proceedings of the SPIE Conference on Adaptive Optical System Technologies, 1998, 3353: 994 - 1005.
- [6] YOU Y L, KAVEH M. Blind image restoration by anisotropic regularization[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1999, 8: 396 - 407.
- [7] YOU YU-LI, KAVEH M. A simple algorithm for joint blur identification and image restoration[J]. IEEE International Conference Image Processing, 1994(3): 167 - 171.
- [8] YOU YU-LI, KAVEH M. A regularization approach to joint blur identification and image restoration[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1996(5): 416 - 428.
- [9] 邹谋炎. 反卷积和信号复原[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001: 233 - 236.

(上接第 2280 页)

表 1 三维重建运行时间对比

图片类型	算法 1 运行时间/s (初始化 + 轮廓线重建)	本文算法运行时间/s (初始化 + 轮廓线重建)
MRI 图片	20.368	18.560
三维重建 股骨头	(0.953 + 19.415)	(0.732 + 17.828)
三维重建	24.853	20.282
三维重建	(1.328 + 23.525)	(1.038 + 19.246)

## 5 结语

本文算法利用构造辅助轮廓线的方法对一组切片图像进行三维重建,将多轮廓线连接的问题转换为单轮廓线的连接。实验结果表明,本文算法在保持重建图像质量的同时,降低了算法的复杂度,提高了算法的运行时间。今后的研究需要在辅助轮廓线的构造方面做改进,以进一步提高算法的运行效率。

## 参考文献:

- [1] PARK J S. Interactive 3D reconstruction from multiple images: A primitive-based approach[J]. Pattern Recognition Letters, 2005, 26(16): 2558 - 2571.
- [2] 石教英,蔡文立. 科学计算可视化算法与系统[M]. 北京: 科学出版社, 1996.
- [3] 唐泽圣. 三维数据场可视化[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.
- [4] 陈敏, 鲍旭东. 由任意形状轮廓线重建三维表面的方法研究[J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(12): 74 - 77.
- [5] 纪凤欣, 欧宗瑛, 秦绪佳. 基于 Delaunay 三角剖分的层析图像离散数据表面重建算法[J]. 工程图学学报, 2001, 22(2): 53 - 58.
- [6] GOLIAS N A, TSIBOUKIS T D. An approach to refine three dimensional tetrahedral meshes based on delaunay transformations[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1994, 37(5): 793 - 812.
- [7] 张艳君, 叶伯生, 曾理湛. 基于医学图像序列轮廓线重建三维表面的改进算法[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(13): 215 - 218.