系 统 科 学 与 数 学
J. Sys. Sci. & Math. Scis.
29(3) (2009, 3), 315–322

一般增长曲线模型回归系数线性估计的可容许性*

刘 刚
(中国人民大学信息学院, 北京 100872)

张 尚 立
(北京交通大学理学院, 北京 100044)

摘要 在矩阵损失函数下, 讨论了一般增长曲线模型中回归系数线性估计的可容许性问题, 分别在齐次与非齐次估计类中给出了回归系数的线性估计是可容许估计的充要条件, 推广了以往文献的相关结论.

关键词 增长曲线模型, 线性估计, 可容许性.

MR(2000) 主题分类号 62C15, 62F30

1 引 言

对于一般线性模型 $(Y, X\beta, \sigma^2 V, V \geq 0)$, 吴启光 [1,2] 在矩阵损失下考虑了 $S\beta$ 的线性估计的可容许性, 得到了可容许的充要条件. 本文考虑一般增长曲线模型

$$\begin{cases} Y = ABC + \varepsilon, \\ E(\varepsilon) = 0, \\ \mathrm{Cov}(\vec{\varepsilon}) = \sigma^2 \Sigma \otimes V, \end{cases} \tag{1.1}$$

其中 Y 为 $p \times n$ 阶观测矩阵, A, C 分别为 $p \times q, k \times n$ 阶已知设计阵 $(q \leq p)$, 矩阵 $B_{q\times k}$ 及 $\sigma^2 > 0$ 是未知参数, $n \times n$ 阶矩阵 $\Sigma \geq 0$ 及 $p \times p$ 阶矩阵 $V \geq 0$ 均已知, ε 为误差矩阵, $\vec{\varepsilon}$ 表示将 ε 按列拉直所成向量, $\otimes$ 表示 Kronecker 乘积.

假定函数 $K_{t\times q} B L_{k\times l}$ 线性可估, 即 $\mu(K') \subseteq \mu(A')$ 且 $\mu(L) \subseteq \mu(C)$, 其中 $\mu(C)$ 表示矩阵 C 的列向量张成的线性空间 (下同), 取矩阵损失函数

$$L(d(Y), KBL) = (d(Y) - KBL)(d(Y) - KBL)', \tag{1.2}$$

* 国家自然科学基金 (10501052) 资助课题.
收稿日期: 2007-05-08, 收到修改稿日期: 2008-03-11.

相应的风险函数记为 $R(d(Y),B,\sigma^2)$.

定义 2.1 设 $d_1(Y)$ 和 $d_2(Y)$ 是 KBL 的任意两个估计，如果对一切 (B,σ^2), 均有

$$R(d_1(Y),B,\sigma^2)\le R(d_2(Y),B,\sigma^2),$$

且至少存在某组 (B_0,σ_0^2), 使得 $R(d_1(Y),B_0,\sigma_0^2)-R(d_2(Y),B_0,\sigma_0^2)\ne 0$, 则称 $d_1(Y)$ 一致优于 $d_2(Y)$. 如果在集合 Φ 中不存在任何估计一致优于 $d(Y)$, 则称 $d(Y)$ 在集合 Φ 中是可容许的，或者称 $d(Y)$ 是 KBL 在集合 Φ 中的可容许估计，记为 $d(Y)\overset{\Phi}{\sim}KBL$.

关于增长曲线模型，许多文献 [3−10] 均讨论过 KBL 的线性估计的可容许性. 潘建新 [3] 首先在模型 (1.1) 及损失函数 (1.2) 下，考虑了 $\Sigma=I_n,V=G>0$ 的情形，在估计类 $\mathcal{HL}^*$ 中得到了 DYF 是 KBL(其中 L' 列满秩) 的可容许估计的充要条件，这里

$$\mathcal{HL}^*=\{DYF:\,DYF\in\mathcal{HL},\,DA\ne K\text{ 但 }CF=L\},$$

$$\mathcal{HL}=\{DYF:\,D,F\text{ 分别为 }t\times p,n\times l\text{ 矩阵}\}.$$

张尚立 [6] 则将其结果推广到 $\Sigma\ge 0,V\ge 0$ 的一般情形 (注：仍要求 L' 列满秩). 孙六全 [7] 在 $\Sigma=I_n,V=G\ge 0$ 的情形下，考虑了相应的非齐次估计类 (L 为满秩方阵)

$$\mathcal{L}^*=\{DYF+M:\,DYF\in\mathcal{HL}^*,\,M\text{ 为 }t\times l\text{ 矩阵}\}$$

中的可容许性. 表面上看， L' 为列满秩阵或满秩方阵只是对估计类的限制，其实对模型也附加了严格限制 (如 L' 列满秩则 C 必须行满秩). 因此讨论 KBL 的线性估计，在无限制的一般模型下和更广泛的估计类中的可容许性是一个令人感兴趣的问题.

本文我们将在模型 (1.1) 及矩阵损失 (1.2) 下，讨论齐次估计类

$$\mathcal{HL}_2=\{DYF:\,DYF\in\mathcal{HL},\,CF=L\}\tag{1.3}$$

与非齐次线性估计类

$$\mathcal{L}_2=\{DYF:\,DYF\in\mathcal{HL}_2,\,M\text{ 为 }t\times l\text{ 矩阵}\}\tag{1.4}$$

中的可容许性，分别得到了 KBL 的线性估计是可容许的充要条件，这里只要求 $L\ne 0$.

2 $\mathcal{HL}_2$ 中的可容许性

记

$$\Theta=\{(B,\sigma^2):B\in R^{q\times k},\,\sigma^2>0\},$$

容易验证

引理 2.1 对任意的 $DYF\in\mathcal{HL}_2$, $DYP_{C'}F\in\mathcal{HL}_2$, 且对一切 $(B,\sigma^2)\in\Theta$, 有

$$\begin{aligned}&R(DYF,B,\sigma^2)\\=&\sigma^2\mathrm{tr}(F'\Sigma F)DVD'+(DA-K)BLL'B'(DA-K)'\\\ge& R(DYP_{C'}F,B,\sigma^2)\\=&\sigma^2\mathrm{tr}(F'P_{C'}'\Sigma P_{C'}F)DVD'+(DA-K)BLL'B'(DA-K)'\\=&\sigma^2\mathrm{tr}(L'[(CE^+C')^+-I]L)DVD'+(DA-K)BLL'B'(DA-K)',\end{aligned}$$

且等号成立的充要条件为

$$\Sigma P_{C'}F = \Sigma F, \tag{2.1}$$

其中 $P_{C'} = E^{+}C'(CE^{+}C')^{+}C$, $E = \Sigma + C'C$.

引理 2.1 说明，所有满足条件 $\Sigma P_{C'}F = \Sigma F$ 的估计 DYF 构成一个完全类，且其可容许性与 F 的选择无关.

引理 2.2 设 $L_{k\times l} \neq 0$, S_1, S 均为 $t\times q$ 阶矩阵，则 $\forall B_{q\times k}$, $S_1BLL'B'S_1' \leq SBLL'B'S'$ 均成立的充要条件为 $S_1 = cS$, $|c| \leq 1$.

证　充分性显然，下证必要性．由于 $L = (l_1, l_2, \cdots, l_k)' \neq 0$, 不妨 $l_1 \neq 0$, 取 $B = (\beta, 0, \cdots, 0)$, β 为任意 q 维向量，注意到 $l_1'l_1 \neq 0$, 则有

$$\forall \beta_{q\times 1}, \quad S_1\beta\beta'S_1' \leq S\beta\beta'S'.$$

由文 [11] 的引理 3.2, 必有 $S_1 = cS$, $|c| \leq 1$.

引理 2.3 设 $\Sigma P_{C'}F = \Sigma F$, 则 D_1YF 一致优于 DYF 的充要条件是

$$D_1VD_1' \leq DVD', \tag{2.2}$$

$$\forall \beta_{q\times 1}, \quad (D_1A-K)\beta\beta'(D_1A-K)' \leq (DA-K)\beta\beta'(DA-K)', \tag{2.3}$$

且当 (2.2) 式中等号成立时，存在 $\beta \neq 0$ 使得 (2.3) 式成立不等号.

注 2.1　由引理 2.2 可知，(2.3) 式等价于

$$D_1A - K = c(DA-K), \quad |c| \leq 1.$$

注意到 (2.2), (2.3) 两式恰是在线性模型 $(Y, A\beta, \sigma^2V, V\geq 0)$ 下，$K\beta$ 的估计 D_1Y 一致优于 DY 的充要条件，结合引理 2.1, 我们可以得到

引理 2.4 $DYF \overset{\mathcal{HL}_2}{\sim} KBL$ 的充要条件为

$$\Sigma P_{C'}F = \Sigma F, \tag{2.4}$$

$$DY \sim K\beta. \tag{2.5}$$

由文 [1] 的定理 3.1 立即得到

定理 2.1 在模型 (1.1) 和损失函数 (1.2) 下，$DYF \overset{\mathcal{HL}_2}{\sim} KBL$ 的充要条件为

(1)　$\Sigma P_{C'}F = \Sigma F$, $DV = DP_AV$.

(2)　$DA = K$ 或者 $DA \neq K$, 对任意 $a \in (0,1)$, 有

$$g(a, D) = DAHA'D' - KHK' + a(DA-K)H(DA-K)' \geq 0$$

不成立，其中 $P_A = A(A'T^{+}A)^{+}A'T^{+}$, $H = (A'T^{+}A)^{+} - I$, $T = V + AA'$.

注 2.2　若 $C = F = L = I$, 可以得到多元模型 $(Y, XB, \sigma^2\Sigma\otimes V)$ 下，$DY \sim SB$ 的充要条件.

定理 2.2 若 $\mu(L) \subseteq \mu(C)$ 但 $\mu(K') \nsubseteq \mu(A')$, 此时 KBL 不可估，则 $DYF \overset{\mathcal{HL}_2}{\sim} KBL$ 的充要条件是

$$\Sigma P_{C'}F = \Sigma F, \quad DV = DP_AV.$$

证 必要性由引理 2.1 得到. 下证充分性, 只须证明任一估计 $D_1YP_{C'}F_1$ 不能一致优于 DYF 即可. 由引理 2.3, 若 $D_1A-K\neq c(DA-K)$, $|c|\le 1$, $D_1YP_{C'}F_1$ 不能一致优于 DYF; 另一方面, 由于 $\mu(K')\not\subseteq\mu(A')$, $DA\neq K$, $D_1A\neq K$, 关于 D_1 的线性方程

$$D_1A-K=c(DA-K)\,\text{即}\,D_1=cDA+(1-c)K,$$

仅当 $c=1$ 时才有解, 而此时 $R(D_1YP_{C'}F_1,B,\sigma^2)\equiv R(DYF,B,\sigma^2)$.

3 $\mathcal{L}_2$ 中的可容许性

引理 3.1 对任意的 $DYF+M\in\mathcal{L}_2$, $DYP_{C'}F+MP_{L'}\in\mathcal{L}_2$, 且对一切 $(B,\sigma^2)\in\Theta$, 有

$$\begin{aligned}&R(DYF+M,B,\sigma^2)\\=&R(DYF,B,\sigma^2)+MM'+(DA-K)BLM'+ML'B'(DA-K)'\\\ge&R(DYP_{C'}F+MP_{L'},B,\sigma^2)\\=&R(DYP_{C'}F,B,\sigma^2)+MP_{L'}M'+(DA-K)BLM'+ML'B'(DA-K)',\end{aligned}$$

且等号成立的充要条件为

$$\Sigma P_{C'}F=\Sigma F\,\text{且}\,M=MP_{L'}. \tag{3.1}$$

引理 3.2 设 S,G 分别为 $t\times q$, $k\times t$ 阶矩阵, 记 $H=SBG+G'B'S'$, 则存在 $q\times k$ 阶矩阵 $B\neq 0$, 使得 $H\neq 0$ 的充要条件是 $S\neq 0$ 且 $G\neq 0$.

证 必要性显然, 往证充分性, 只需证明存在 $B_0\neq 0$, 使得 SBG 非反对称阵即可. 由于 $S_{t\times q}=(s_1,s_2,\cdots,s_t)'\neq 0, G_{k\times t}=(g_1,g_2,\cdots,g_t)\neq 0$, 若存在 i, 使得 $s_i\neq 0, g_i\neq 0$, 取 $B_0=s_i\cdot g_i'\neq 0$, 则有

$$e_i'SB_0Ge_i=e_i'S\cdot(s_ig_i')\cdot Ge_i=s_i's_i\cdot g_i'g_i\neq 0.$$

若否, 必存在 $i\neq j$, 使得 $s_i\neq 0, g_j\neq 0$ 且 $s_j=0, g_i=0$, 取 $B_0=s_i\cdot g_j'\neq 0$, 则有

$$e_i'SB_0Ge_j=e_i'S\cdot(s_ig_j')\cdot Ge_j=s_i's_i\cdot g_j'g_j\neq 0,$$

$$e_j'SB_0Ge_i=e_j'S\cdot(s_ig_j')\cdot Ge_i=s_j's_i\cdot g_j'g_i=0,$$

即有 $e_i'SB_0Ge_j\neq -e_j'SB_0Ge_i$, 故 SBG 非反对称.

引理 3.3 设 $DA=K$, 则 $DYF+M\overset{\mathcal{L}_2}{\sim}KBL$ 的充要条件是

$$\Sigma P_{C'}F=\Sigma F,\quad DV=DP_AV, \tag{3.2}$$

$$M=0. \tag{3.3}$$

证 必要性是显然的, 只需注意到

$$\begin{aligned}&R(DP_AYP_{C'}F,B,\sigma^2)\\=&\sigma^2\mathrm{tr}(L'[(CE^+C')^+-I]L)K[(A'T^+A)^+-I]K'\\\le&\sigma^2\mathrm{tr}(F'\Sigma F)DVD'+MM'\\=&R(DYF+M,B,\sigma^2),\end{aligned}$$

不然 $DP_AYP_{C'}F$ 将一致优于 DYF.

下证充分性，只须证明任一估计 $D_1P_AYP_{C'}F_1+M$ 不能一致优于 $DYF+M$ 即可.

$$\begin{aligned}&R(D_1P_AYP_{C'}F_1+M_1,B,\sigma^2)\\&=\sigma^2\mathrm{tr}(L'[(CE^+C')^+-I]L)D_1P_AVP_A'D_1'+M_1M_1'+(D_1A-K)BLL'B'(D_1A-K)'\\&\quad+(D_1A-K)BLM_1'+M_1L'B'(D_1A-K)'.\end{aligned}$$

若 $D_1A\neq K$, 易证 $D_1P_AYP_{C'}F_1+M_1$ 不能一致优于 $DYF+M$; 若 $D_1A=K$, 则有

$$\begin{aligned}&R(D_1P_AYP_{C'}F_1+M_1,B,\sigma^2)\\&=\sigma^2\mathrm{tr}(L'[(CE^+C')^+-I]L)K[(A'T^+A)^+-I]K'+M_1M_1'.\end{aligned}$$

显然若 $M_1\neq 0$, 则 $D_1P_AYP_{C'}F_1+M_1$ 不能一致优于 $DYF+M$; 若 $M_1=0$, 则

$$R(D_1P_AYP_{C'}F_1+M_1,B,\sigma^2)\equiv R(DYF+M,B,\sigma^2).$$

引理 3.4 设 $DA\neq K$, 则 $DYF+M\overset{\mathcal{L}_2}{\sim}KBL$ 的充要条件是

$$\varSigma P_{C'}F=\varSigma F\text{ 且 }M=MP_{L'},\tag{3.4}$$

$$DYF\overset{\mathcal{HL}_2}{\sim}KBL.\tag{3.5}$$

证 由引理 3.1, (3.4) 式是必要的，故可在 (3.4) 成立的情况下，证明

$$DYF+M\overset{\mathcal{L}_2}{\sim}KBL\iff DYF\overset{\mathcal{HL}_2}{\sim}KBL.$$

必要性. 若对一切 $(B,\sigma^2)\in\varTheta$, 有

$$R(D_1YP_{C'}F_1,B,\sigma^2)\le R(DYF,B,\sigma^2),$$

则必有

$$D_1VD_1'\le DVD',\tag{3.6}$$

$$\forall B_{q\times k},\quad (D_1A-K)BLL'B'(D_1A-K)'\le(DA-K)BLL'B'(DA-K)'.\tag{3.7}$$

由引理 2.2, $D_1A-K=c(DA-K)$, $|c|\le 1$, 则有

$$\begin{aligned}&R(D_1YP_{C'}F_1+cM,B,\sigma^2)\\&=\sigma^2\mathrm{tr}(L'[(CE^+C')^+-I]L)D_1VD_1'+c^2[(DA-K)BL+M][(DA-K)BL+M]'\\&\le\sigma^2\mathrm{tr}(L'[(CE^+C')^+-I]L)DVD'+[(DA-K)BL+M][(DA-K)BL+M]'\\&=R(DYF+M,B,\sigma^2).\end{aligned}$$

但 $DYF+M\overset{\mathcal{L}_2}{\sim}KBL$, 必有 $D_1VD_1'=DVD'$ 且 $|c|=1$, 从而

$$R(D_1YP_{C'}F_1,B,\sigma^2)\equiv R(DYF,B,\sigma^2).$$

充分性. 若对一切 $(B,\sigma^2)\in\Theta$, 有

$$\begin{aligned}
&R(D_1YP_{C'}F_1+M_1,B,\sigma^2)\\
=&\sigma^2\mathrm{tr}(L'[(CE^+C')^+-I]L)D_1VD_1'+(D_1A-K)BLL'B'(D_1A-K)'\\
&+(D_1A-K)BLM_1'+M_1L'B'(D_1A-K)'+M_1M_1'\\
\le& R(DYF+M,B,\sigma^2)\\
=&\sigma^2\mathrm{tr}(L'[(CE^+C')^+-I]L)DVD'+(DA-K)BLL'B'(DA-K)'\\
&+(DA-K)BLM'+ML'B'(DA-K)'+MP_{L'}M', \qquad (3.8)
\end{aligned}$$

则必有

$$D_1VD_1'\le DVD',$$
$$\forall B_{q\times k},\quad (D_1A-K)BLL'B'(D_1A-K)'\le(DA-K)BLL'B'(DA-K)'.$$

同样由引理 2.2, $D_1A-K=c(DA-K),\quad |c|\le 1$, 则有

$$\begin{aligned}
&R(D_1YP_{C'}F_1,B,\sigma^2)\\
=&\sigma^2\mathrm{tr}(L'[(CE^+C')^+-I]L)D_1VD_1'+c^2(DA-K)BLL'B'(DA-K)'\\
\le&\sigma^2\mathrm{tr}(L'[(CE^+C')^+-I]L)DVD'+(DA-K)BLL'B'(DA-K)'\\
=&R(DYF,B,\sigma^2).
\end{aligned}$$

但 $DYF\overset{\mathcal{H}\mathcal{L}_2}{\sim}KBL$, 则必有 $D_1VD_1'\le DVD'$ 且 $|c|=1$. 下面只证 $c=1$ 的情形， $c=-1$ 的情形可类似进行.

$$\begin{aligned}
&R^*(B,\sigma^2)\\
\triangleq& R(D_1YP_{C'}F_1+M_1,B,\sigma^2)-R(DYF+M,B,\sigma^2)\\
=&(DA-K)BL(M_1-M)'+(M_1-M)L'B'(DA-K)'+M_1M_1'-MP_{L'}M. \qquad (3.9)
\end{aligned}$$

分两种情况讨论.

(1) $LM_1'\ne LM'$, 即 $L(M_1-M)'\ne 0$, 由引理 3.2, 存在 B_0, 使得

$$J=(DA-K)B_0L(M_1-M)'+(M_1-M)L'B_0'(DA-K)'\ne 0.$$

注意到 J 为对称阵，故必有 $\alpha_{t\times 1}\ne 0$, 使得 $\alpha'J\alpha\ne 0$, 此时若 $\alpha'J\alpha>0$, 取 $B=mB_0$; 若 $\alpha'J\alpha<0$, 取 $B=-mB_0$, 容易证明

$$\alpha'R^*(B,\sigma^2)\alpha\to+\infty,\quad m\to+\infty,$$

这与 (3.8) 式矛盾.

(2) $LM_1'=LM'$, 等价地 $P_{L'}M_1'=P_{L'}M'$. 若 $P_{L'}M'=0$, 则必有 $M_1=0$, 否则 $R^*(B,\sigma^2)=M_1M_1'\ge 0$ 与 (3.8) 式矛盾，而此时

$$R(D_1YP_{C'}F_1+M_1,B,\sigma^2)\equiv R(DYF+M,B,\sigma^2).$$

若 $P_{L'}M'\ne 0$, 由 $P_{L'}M_1'=P_{L'}M'$ 有 $M_1'=P_{L'}^-P_{L'}M'$, 注意到 $P_{L'}$ 为投影阵，存在正交阵 Q, 使得

$$P_{L'}=Q\begin{pmatrix}I_r&0\\0&0\end{pmatrix}Q',\quad P_{L'}^-=Q\begin{pmatrix}I_r&N_1\\N_2&N\end{pmatrix}Q',\quad r=rk(L),$$

其中 N_1, N_2, N 为适当阶数的矩阵. 容易计算

$$R^*(B,\sigma^2) = M_1M_1' - MP_{L'}M' = M(P_{L'}^- P_{L'})'(P_{L'}^- P_{L'})M' - MP_{L'}M'$$
$$= MQ\begin{pmatrix} N_2'N_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q'M' \geq 0.$$

显然若 $N_2 \neq 0$, 则与 (3.8) 式矛盾；而当 $N_2 = 0$ 时，有

$$R(D_1YP_{C'}F_1 + M_1, B, \sigma^2) \equiv R(DYF + M, B, \sigma^2).$$

定理 3.1 在模型 (1.1) 和损失函数 (1.2) 下， $DYF + M \overset{\mathcal{L}_2}{\sim} KBL$ 的充要条件是
i) $P_{C'}F = F,\ DV = DP_AV$;
ii) $DA = K, M = 0$ 或者 $DA \neq K, M = MP_{L'}$, 且对任意 $a \in (0,1)$, 有

$$g(a,D) = DAHA'D' - KHK' + a(DA-K)H(DA-K)' \geq 0$$

不成立.

注 3.1 若 $C = F = L = I$, 可得到多元模型 $(Y, XB, \sigma^2\Sigma \otimes V)$ 下， $DY + M \sim SB$ 的充要条件. 特别地，取 $C = F = L = 1$, 可以得到文 [2] 的定理 1.

定理 3.2 若 $\mu(L) \subseteq \mu(C)$ 但 $\mu(K') \not\subseteq \mu(A')$, 此时 KBL 不可估，则 $DYF + M \overset{\mathcal{L}_2}{\sim} KBL$ 的充要条件是

$$\Sigma P_{C'}F = \Sigma F,\ DV = DP_AV \text{ 且 } M = MP_{L'}.$$

注 3.2 这里采用的证明方法刻划了增长曲线模型与线性模型，非齐次估计与齐次估计之间可容许性的联系，定理 2.1 与文 [1, 6] 形式上完全一致，而定理 3.1 与文 [2, 7] 基本一致，只是增加了条件 $M = MP_{L'}$, 这一条件很重要 [7]. 容易知道，若 L' 列满秩，此条件是必须的；而当 L' 行满秩时，条件自然满足，这时的结果形式上保持一致.

参 考 文 献

[1] 吴启光. 一般的 Gauss-Markoff 模型中回归系数的线性估计的可容许性. 应用数学学报，1986, **9**: 251–256.
[2] 吴启光. 矩阵损失下回归系数的非齐次线性估计的可容许性. 应用数学学报， 1987, **10**: 428–433.
[3] 潘建新. 增长曲线模型回归系数线性估计的可容许性. 应用数学学报， 1989, **12**: 456–465.
[4] Wang Xueren, Guo Minzhi and Pan Jianxin. Admissibility of Linear Estimates of Regression Coefficients in Growth Curve Model Under the Matrix Loss Function. Kunmin: The Fourth Chinese-Japan Symposium on Statistics, 1991.
[5] 覃红. 增长曲线模型回归系数线性估计的泛容许性. 应用概率统计， 1994, **10**: 265–271.
[6] 张尚立. 一般增长曲线模型回归系数线性估计的可容许性. 北方交通大学学报， 1992, **16**: 96–104.
[7] 孙六全. 一般增长曲线模型回归系数线性估计的可容许性. 应用数学学报， 1994, **17**: 628–630.
[8] 伍长春. 二次损失下增长曲线模型回归系数线性估计可容许特征. 数学物理学报， 1994, **14**: 385–392.
[9] 艾明要. 一般的增长曲线模型均值矩阵线性估计的泛容许性. 华中师范大学学报， 1999, **33**: 31–36.

[10] 刘刚，谢民育．增长曲线模型回归系数线性估计的可容许性．数学物理学报， 1995, **15**: 12–19.
[11] 朱显海，鹿长余．线性模型中参数的线性估计的可容许性．数学年刊， 1987, **8**: 220–226.
[12] Xie Minyu and Zhang Yaoting. General optimality and general admissibility of linear estimates on the mean matrix. *Chinese Science Bulletin*, 1993, **38**: 1071–1074.

ADMISSIBILITY FOR LINEAR ESTIMATES OF THE REGRESSION COEFFICIENTS IN THE GENERAL GROWTH CURVE MODEL

LIU Gang

(*School of Information, Renming University of China, Beijing* 100872)

ZHANG Shangli

(*School of Science, Beijing Jiaotong University, Beijing* 100044)

Abstract In this paper, the admissibility for linear estimates of regression coefficients in the general growth curve model is discussed under the matrix loss function, necessary and sufficient conditions for linear estimates to be admissible are obtained for some homogenous and nonhomogenous linear estimates class, respectively, which extend some results in literatures.

Key words Growth curve model, linear estimator, admissibility.