

# 遗传优化的最小二乘支持向量机 在开关磁阻电机建模中的应用

尚万峰, 赵升吨, 申亚京

(西安交通大学机械工程学院, 陕西省 西安市 710049)

## Application of LSSVM Optimized by Genetic Algorithm to Modeling of Switched Reluctance Motor

SHANG Wan-feng, ZHAO Sheng-dun, SHEN Ya-jing

(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, Shaanxi Province, China)

**ABSTRACT:** Considering the nonlinear flux-linkage characteristic of switched reluctance motor (SRM), least square support vector machine (LSSVM) optimized by adaptive genetic algorithm (AGA) and implemented it for modeling nonlinear characteristic of SRM. When the LSSVM is trained with sufficient sample data, AGA is applied to optimize super parameters of LSSVM via minimizing fitting errors between forecasted data and measured data. With the trained LSSVM, the forecasted data of the model are compared with measured data, and error analyses are given to evaluate performances of the proposed model. The experimental results demonstrate that LSSVM optimized by AGA performs better forecast accuracy and successful modeling of SRM.

**KEY WORDS:** switched reluctance motor; least square support vector machine; adaptive genetic algorithm; modeling; optimization

**摘要:** 针对开关磁阻电机的非线性磁链特性, 用最小二乘支持向量机(least square support vector machine, LSSVM)与自适应遗传算法相结合的方法精确构建开关磁阻电动机的磁链模型。在最小二乘支持向量机通过采样数据训练模型的过程中, 用自适应遗传算法评价拟合误差, 优化 LSSVM 模型的超参数, 进而优化开关磁阻电机的磁链模型。通过比较该模型的预测数据与实际测量数据, 可以得出用自适应遗传算法优化的最小二乘支持向量机构建的开关磁阻电机模型是可行的, 有较高的精度和较好的预测能力。

**关键词:** 开关磁阻电机; 最小二乘支持向量机; 自适应遗传算法; 建模; 优化

## 0 引言

开关磁阻电机(switched reluctance motor, SRM)以其结构简单、工作可靠、转矩惯量比大、效率高和成本较低等优点, 近年来被广泛应用于电气传动领域, 成为继交流电机和直流电机的又一强有力的竞争对手。但是, 由于该类电机定、转子采用的是双凸极结构, 磁路高度饱和, 使得其磁链特性和转矩特性均为转子位置角和绕组电流的高度非线性函数, 难以精确分析和计算磁特性, 而建立 SRM 准确的非线性模型是提高其调速系统性能的关键。

国内外学者对 SRM 模型进行了大量的研究。Stephenson、Pulle 和 Rahman 等<sup>[1-3]</sup>通过建立电流、转子角度和磁链或转矩之间的对应表格, 查找表中各个电流、转子角度以获得相应的磁链或转矩数据, 这种查表法通过插值或范围近似查找数据, 势必会造成计算不准确。Ruchkstadter 和 Narayan 等<sup>[4-5]</sup>提出有限元建模方法, 虽然三维有限元分析较二维有限元法精度有很大提高<sup>[6]</sup>, 但计算非常繁琐、耗时, 且有限元法只适于电机性能计算中。Torrey 和 Roux 等<sup>[7-10]</sup>用线性、准线性或解析函数法进行建模, 但也不能准确、有效地描述开关磁阻电机磁链特性。由于人工神经网络具有逼近任意复杂非线性函数的能力、并行处理信息的方式以及自学习、自适应的能力, Kohonen<sup>[11]</sup>、BP<sup>[12]</sup>和 RBF<sup>[13]</sup>等网络逐渐应用于 SRM 建模, 显示出一定的优越性。但是, 神经网络进行建模时存在先天性缺陷<sup>[14]</sup>: 网络过学习问题, 影响系统的泛化能力; 存在局部极小, 不能全局寻优; 对样本数据的质量、数量依赖性强, 当样

基金项目: 国家自然科学基金项目(50575175)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (50575175).

本数据有限时, 预测结果偏差大。

支持向量机是由Vapnik建立的一种基于统计学习理论的机器学习新方法, 采用结构风险最小化原则, 可较好地解决小样本、非线性、高维数、局部极小值问题, 具有良好的泛化能力, 成功地弥补了人工神经网络的缺陷<sup>[15]</sup>。文献[15-17]分别通过典型实例论述和验证了支持向量机相对神经网络的优越性。其中文献[17]已将支持向量机用于SRM磁链模型的建立, 但是有较大预测误差, 并且没有具体的磁链数据。最小二乘支持向量机(LSSVM)是由Suykens J. A. K<sup>[18]</sup>提出的一种标准支持向量机的扩展, 将最小二乘线性函数引入到支持向量机中, 代替传统支持向量机二次规划方法来解决函数估计问题。至于支持向量机中超参数的选择问题, 最小二乘支持向量机并没有解决, 目前尚无统一的选择标准<sup>[18]</sup>。

本文首先使用实际采样的训练数据研究最小二乘支持向量机SRM建模, 并将自适应遗传算法AGA<sup>[19]</sup>嵌入到该模型中进行参数优化, 然后建立基于最小二乘支持向量机的预测模型, 最后通过测试数据与预测数据比较, 分析参数优化的最小二乘支持向量机用于SRM建模方法的可行性和高效性。

## 1 开关磁阻电机非线性磁特性

开关磁阻电机为定、转子双凸极可变磁阻无刷电机, 转子无绕组亦无永磁体, 定子极上绕有集中绕组。电机电流及磁链随时间呈单向性脉冲变化, 其气隙磁场是脉动的。这样的几何结构及磁路的非线性, 使得开关磁阻电机的绕组电感与磁链均是电流和转子位置的非线性函数。

根据电路定律, 可写出开关磁阻电机第 $k$ 相的电压平衡方程式:

$$U_k = R_k i_k + \frac{d\psi_k}{dt} \quad (1)$$

式中:  $U_k$ 为加入 $k$ 相的绕组电压;  $R_k$ 为 $k$ 相绕组的电阻;  $i_k$ 为 $k$ 相绕组的电流;  $\psi_k$ 为 $k$ 相绕组的磁链, 可表示为相电流和转子位置角的函数

$$\psi_k(i_k, \theta_k) = L(i_k, \theta_k) i_k \quad (2)$$

假设初始 $t=0$ 时 $k$ 相磁链值表示为 $\psi_k(0)$ , 则从式(1)可推导出瞬时的磁链

$$\psi_k(t) - \psi_k(0) = \int_0^t [U_k(t) - R_k i_k(t)] dt \quad (3)$$

若已知各相绕组工作状态的电阻值, 通过测量任意时刻相绕组的电流和端电压, 就可按照式(3)进行软件或硬件积分, 计算出任意瞬时的磁链值 $\psi_k$ ,

这就是直流激励采集法<sup>[20]</sup>, 即可利用式(3)原理获得任意时刻的采样数据。

## 2 AGA 优化的最小二乘支持向量机

### 2.1 最小二乘支持向量机模型

最小二乘支持向量机是支持向量机的一种改进, 它是将传统支持向量机中的不等式约束改为等式约束, 并将误差平方和损失函数作为训练集的经验损失, 这样就把解二次规划问题转化为求解线性方程组问题, 提高求解速度和收敛精度。当训练样本确定后, 最小二乘支持向量机的2个超参数惩罚因子 $C$ 和核函数参数 $\sigma^2$ 决定了模型的性能。与标准支持向量机相同的是, 最小二乘支持向量机用于函数回归预测时仍没有通用的超参数选择方法。

本文选择径向基核函数进行高维映射:

$K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \exp[-\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|^2 / (2\sigma^2)]$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ),  $\mathbf{x}$ 为 $N$ 个数据长度的模型输入。图1为最小二乘支持向量机用于SRM建模的磁链模型。关于支持向量机以及最小二乘支持向量机的理论推导可参阅文献[13,16]。

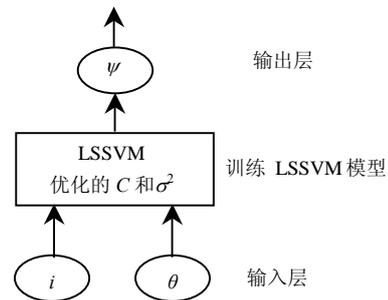


图1 SRM磁链模型结构 LSSVM  
Fig. 1 LSSVM architecture for modeling of SRM flux-linkage

### 2.2 AGA 优化 LSSVM 参数

遗传算法是基于 Darwin 的进化论发展起来的一种随机优化方法, 体现了生物进化过程中“适者生存”与“遗传变异”的特点, 具有很强的全局搜索能力, 并且这种搜索能力不依赖于特定的求解模型。自适应遗传算法是一种进化过程中变异概率和交叉概率随种群适应度, 按一定规律自动调整的遗传算法。它能够克服传统遗传算法中早熟和进化缓慢等问题, 从而为寻找全局最优解提供了保障, 为解决 LSSVM 的参数选取问题提供了一条有效的途径。

本文利用自适应遗传算法来优化LSSVM的参数, 避免人为选择参数的盲目性, 同时提高支持向量机的推广预测能力。通过建立性能指标函数作为

优化目标，设定惩罚因子 $C$ 和核函数参数 $\sigma^2$ 的取值范围，利用遗传算法的全局搜索能力进行优化 $C$ 和 $\sigma^2$ 。AGA的详细参数设置，如表 1 所示。

表 1 AGA 参数设置

Tab. 1 AGA parameters setting		
项目	设置	
遗传代数	100	
种群大小	20	
编码方式	实数	
选择方式	轮盘赌选择	
交叉方式	均匀交叉	
变异方式	多点变异	
交叉概率	自适应概率，如公式(5)	
变异概率	自适应概率，如公式(6)	
判断终止精度	0.01%	
核变量范围	$C$	[10, 1000]
	$\sigma^2$	[0.001, 10]

图 2 是 LSSVM 模型训练过程中 AGA 优化参数的程序流程，其它操作设置如表 1 所示。

确定适应度函数。图 2 中适应度函数为输出磁链负的平均绝对百分误差(mean absolute percentage error, MAPE)，表达式为

$$e_{ma} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100\% \quad (4)$$

式中： $y_i$  和  $\hat{y}_i$  分别为实际值和模型预测值； $N$ 为训练数据的总组数。

确定本代交叉概率 $P_c$ 。交叉算子主要用来产生新个体，实现算法全局搜索。交叉概率应随进化过程逐渐变小，最后趋于某一稳定值，以免算法不能收敛

或收敛过程加长。为此，每代交叉概率表达式取为

$$P_c = \begin{cases} P_{c1} - \frac{(P_{c1} - P_{c2})(f' - f_{avg})}{f_m - f_a}, & f' \geq f_a \\ P_{c1}, & f' < f_a \end{cases} \quad (5)$$

式中： $P_{c1}=0.9$ ； $P_{c2}=0.6$ ； $f_a$ 为当代种群的平均适应度值； $f'$ 为交叉的 2 个体中较大的适应度值； $f_m$ 为当代种群中个体最大适应度值。

确定本代变异 $P_m$ 。变异算子主要用来维持群体多样性，防止出现未成熟收敛。变异概率应随进化过程逐渐变大，来维持群体的多样性，同一代群体中个体的变异概率应随个体的优劣而变化。为此，取与个体适应度相关的自适应变异概率为

$$P_m = \begin{cases} P_{m1} - \frac{(P_{m1} - P_{m2})(f_m - f)}{f_m - f_a}, & f \geq f_a \\ P_{m1}, & f < f_a \end{cases} \quad (6)$$

式中： $P_{m1}=0.1$ ； $P_{m2}=0.001$ ； $f$ 为要变异个体的适应度值。

2.3 基于优化的最小二乘支持向量机的 SRM 建模  
文中运用优化的最小二乘支持向量机建立 SRM 磁链模型的过程主要包括以下几个步骤：

- 1) 确定建模所用的输入、输出变量。
- 2) 对现场采集的实际数据进行预处理，得到用于 LSSVM 训练和测试的样本数据。
- 3) AGA 优化 LSSVM，参数设置如表 2 所示。首先产生初始种群，即初始 LSSVM 模型，然后训练模型，通过多代进化获得优化的 LSSVM 参数，建立 LSSVM 预测模型，实施流程如图 2 所示。
- 4) 用步骤 3) 得到的模型预测 SRM 的磁链特性。
- 5) 分析模型精度，若不符合精度要求，重新设定 AGA 参数，返回步骤 3) 重新训练。

表 2 开关磁阻电机实验所得磁链数据

Tab. 2 Measured flux-linkage data of SRM

$i/A$	$\psi/Wb$					
	$\theta=0^\circ$	$\theta=5^\circ$	$\theta=10^\circ$	$\theta=15^\circ$	$\theta=20^\circ$	$\theta=22.5^\circ$
10	0.086 6	0.106 7	0.438 2	0.768 7	0.995 7	1.050 8
20	0.169 5	0.215 1	0.547 6	0.882 1	1.118 3	1.156 8
30	0.256 3	0.313 0	0.638 3	0.958 0	1.183 9	1.218 3
40	0.339 3	0.4112	0.722 1	1.018 8	1.224 6	1.252 6
50	0.425 8	0.504 8	0.795 2	1.077 2	1.252 1	1.280 3
60	0.509 8	0.593 9	0.863 6	1.128 1	1.275 4	1.303 4
70	0.595 6	0.677 3	0.9319	1.172 6	1.297 6	1.322 0
80	0.680 8	0.754 2	0.994 1	1.211 7	1.315 4	1.341 5
90	0.765 4	0.828 3	1.046 6	1.238 4	1.336 2	1.358 1
100	0.851 6	0.902 4	1.097 0	1.263 4	1.350 8	1.373 0

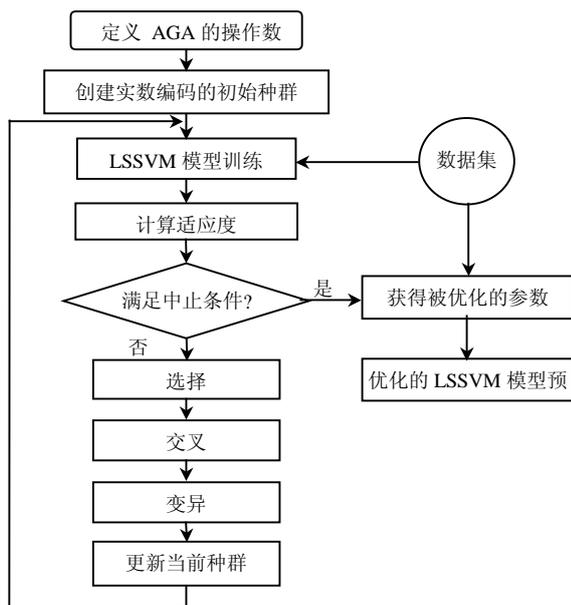


图 2 AGA 优化 LSSVM 参数的流程图

Fig. 2 Flowchart for AGA optimizing parameters of LSSVM

### 3 实验结果分析

#### 3.1 获得训练和测试的数据集

本文以 15 kW、1 500 r/min、三相 12/8 极的开关磁阻电机为研究对象, 转子位置角度测试范围为 0~22.5°, 电流的测试范围为 0~100 A。通过在同一相的定子凸极中心和转子凹槽中心对齐位置与定转子凸极中心完全对齐位置之间的区域, 不同位置反复测量, 然后按照式(3)获得该电机的磁链值。 $\theta_k$ 和  $i_k$ 的采样间隔分别是 2°和 2 A, 并与对应时该获得的磁链值  $\psi_k$ 一起, 作为训练数据集。而将采样间隔分别是 5°和 5 A的  $\theta_k$ 和  $i_k$ , 及此时的磁链值作为测试数据集。部分实验获得的采样数据如表 2 所示。

#### 3.2 AGA 优化 LSSVM 参数结果

由 2.2 节所述得 AGA 通过  $i/\theta/\psi$  训练数据集优化 LSSVM 参数, 获得优化的参数设置, 如表 3 所示。文中所有程序均在 3.0 GHz 中央处理器、因特奔腾 IV、1.0 G 内存、Windows XP 操作系统、Matlab 软件环境中通过调试。

表 3 AGA 和交叉验证优化参数对比  
Tab. 3 Comparing optimized parameters

优化方法	$C$	$\sigma^2$	训练时间/min
交叉验证	890.39	0.023 3	16
AGA	849.17	0.025 7	5

#### 3.3 模型评价

为测试新建模型的有效性, 将不同的电流值和转子角度值输入由优化的 LSSVM 建立的 SRM 模型, 可获得被预测的不同磁链值; 然后用预测值和相应输出的磁链值作比较分析。评价模型预测效果的性能指标取为输出量的 MAPE 值和绝对误差值 (absolute error, AE), 定义为

$$e_a = |y_i - \hat{y}_i|, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

图 3 为利用训练好的 LSSVM 建立的 SRM 模型预测得到  $\psi(\theta, i)$  特性曲线, 可以看出预测数据与实际采样数据得到的磁化曲线基本重合。

图 4(a) 为转子分别在 0°、5°、10°、15°、20°、22.5° 位置角时, 各个电流采样点的预测磁链值和实际磁链值的 AE 值; 图 4(b) 为不同转子位置角预测磁链和实际磁链的 MAPE 值。

由图 4(a) 可以看出, 在不同转子位置角下, 预测磁链和实际磁链的绝对误差的变化规律是相似的, 这与由 SRM 的磁链特性曲线和 LSSVM 性能决定的。图 4(b) 显示出转子距饱和位置越近, MAPE 值越小, 这也是符合模型规律的, 因为饱和位置有

较大的磁感强度。模型测试中最大的 MAPE 值为 0.007 82%, 最大的 AE 值为  $8.697 3 \times 10^{-5}$ 。相比较于文献[12]、[17]中所建立的模型, 该模型预测误差较小、精度较高。

综合以上图 3、4 的分析, 可得出由优化的 LSSVM 建立 SRM 磁链模型有较好的预测性能, 并且可根据数据的不同自适应调整 LSSVM 2 个超参数的选择, 避开人为重复的试算或计算繁多的交叉运算。

由于 LSSVM 建模方法比神经网络等传统方法具有更好的泛化能力, 并且只需要较小规模的训练样本和 2 个调节参数, 因此在 SRM 建模过程中, AGA 优化的 LSSVM 方法能够在较少的时间内获得较高的建模精度。又由于非线性 LSSVM 建模方法

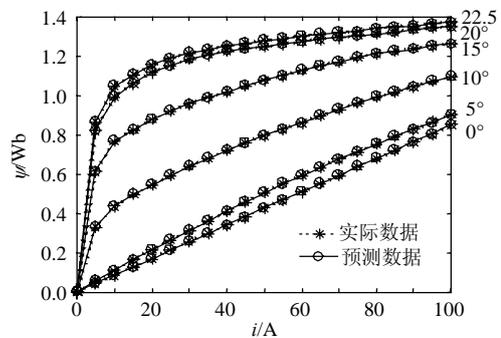
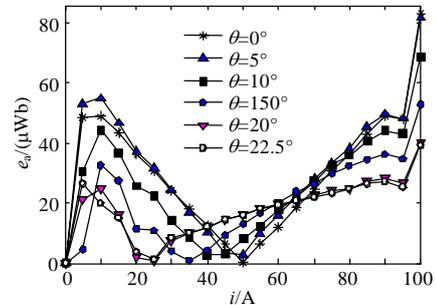
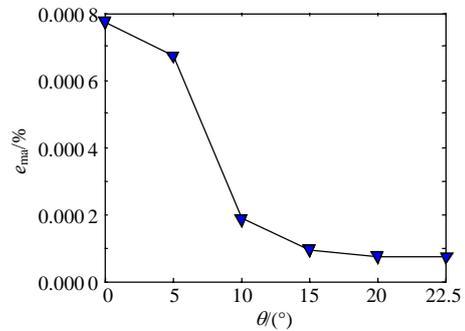


图 3 SRM 模型预测的和实际的磁链曲线

Fig. 3 Forecasted and measured flux-linkage of SRM



(a) AE 值



(b) MAPE 值

图 4 LSSVM 和 AGA 构建的 SRM 模型预测误差  
Fig. 4 Forecast error of SRM model with LSSVM and AGA

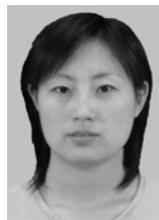
是基于离散的训练数据的, 所以本文提出的优化建模方法适用于不同规格的电机模型, 只是对于极对数不同的电机, 训练样本需按不同间隔的转子角度采样。

#### 4 结论

由于 LSSVM 的超参数对整个非线性模型的构建有重要影响, 且其选择往往需通过反复的实验人工选取, 需要付出较多的时间, 因此本文首先用自适应遗传算法优化 LSSVM 的超参数。在此基础上, 对训练好的 LSSVM 磁链模型输入成组  $i-\theta$  值预测对应的磁链值, 然后再通过预测数据和实测数据计算 MAPE 值分析该模型的精度。由实验结果分析可知, 基于小样本数据, 用 AGA 优化的 LSSVM 建立 SRM 模型的方法是可行、高效的, 并且获得的非线性模型比其它算法有更高的预测精度。

#### 参考文献

- [1] Stephenson J M, Corda J. Computation of torque and current in doubly salient reluctance motors from nonlinear magnetization data [J]. Proceedings of IEE, 1979, 126(5): 393-396.
- [2] Pulle D W J. New data base for switched reluctance drive simulation [J]. Proceedings of IEE, 1991, 138(6): 331-337.
- [3] Chancharoensook P, Rahman M F. Dynamic modeling of a four-phase 8/6 switched reluctance motor using current and torque look-up tables [C]. 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society, Sevilla, Spain, 2002.
- [4] Longya X, Ruchkstadter E. Direct modeling of switched reluctance machine by coupled field-circuit method[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 1995, 10(3): 446-454.
- [5] Fatima G S, Narayan K. Performance analysis of an 8/6 switched reluctance machine using finite-element method[C]. IEEE Power Engineering Society General Meeting, Tampa, FL, USA, 2007.
- [6] 孙玉坤, 吴建兵, 项倩雯. 基于有限元法的磁悬浮开关磁阻电机数学模型[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(12): 33-40.  
Sun Yukun, Wu Jianbing, Xiang Qianwen. The mathematic model of bearingless switched reluctance motor based on the finite-element analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(12): 33-40(in Chinese).
- [7] Torrey D A, Lang J H. Modeling a nonlinear variable reluctance motor drive[J]. IEEE Proceedings of Electric Power Applications, 1990, 137(5): 314-326.
- [8] Roux C, Morcos M M. A simple model for switched reluctance motors [J]. IEEE Power Engineering Review, 2000, 20(10): 49-52.
- [9] Kenji N, Koshiro K, Osamu I. Electromagnetic and motion-coupled analysis for switched reluctance motor based on reluctance network analysis[J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2005, 290-291(2): 1309-1312.
- [10] Vasquez H, Parker J K. A new simplified mathematical model for a switched reluctance motor in a variable speed pumping application [J]. Mechatronics, 2004, 14(9): 1055-1068.
- [11] Garside I J, Brown R H, Ruchti T L, et al. Modeling torque in a switched reluctance motor for adaptive control purposes using self-organizing neural networks[C]. First IEEE Conference on Control Applications, Dayton, OH, USA, 1992.
- [12] Elmas C, Sagiroglu S, Colak I, et al. Modeling of a nonlinear switched reluctance drive based on artificial neural networks[C]. IEEE Conference on Power Electronics and Variable-Speed Drives, Savog Place, London, England, 1994.
- [13] Xia Changliang, Chen Ziran, Xue Mei. Adaptive PWM speed control for switched reluctance motors based on rbf neural network [C]. WCICA, Dalian, China, 2006.
- [14] Ferhat D, Nurettin U, Kerim G. Phase inductance estimation for switched reluctance motor using adaptive neuro-fuzzy inference system[J]. Energy Conversion and Management, 2006, 47(5): 485-493.
- [15] Vapnik V, The nature of statistical learning theory[M]. New York: Springer-Verlag, 1995: 6-7.
- [16] Dibike Y B, Velickov S, Solomatine D, et al. Model induction with support vector machines introduction and applications[J]. ASCE Journal of Computing in Civil Engineering, 2001, 15(3): 208-216.
- [17] 司利云, 林辉, 刘震. 基于最小二乘支持向量机的开关磁阻电动机建模[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(6): 26-30.  
Si Liyun, Lin Hui, Liu Zhen. Modeling of switched reluctance motors based on LS-SVM[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(6): 26-30(in Chinese).
- [18] Suykens J A K, Vandewalle J. Least squares support vector machine classifiers[J]. Neural Processing Letters, 1999, 9(3): 293-300.
- [19] 王小平, 曹立明. 遗传算法: 理论、应用与软件实现[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2002: 73-74.
- [20] Krishnan P, Materu P. Measurement and instrumentation of a switched reluctance motor[C]. IEEE Industry Application Society Annual Meeting, San Diego, USA, 1989.



尚万峰

收稿日期: 2008-08-22.

作者简介:

尚万峰(1979—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为成型设备的优化设计及电机伺服控制, shangwanfeng@stu.xjtu.edu.cn;

赵升吨(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为机、电、液系统的计算机监控, 人工智能控制, 新型数控成形工艺与装备;

申亚京(1982—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为旋压设备的设计及控制。

(编辑 张玉荣)