

卫星角反射器有效衍射区域的研究*

周辉¹, 李松¹, 郑国兴¹, 高俊玲¹, 韩春俊²

(1 武汉大学 电子信息学院, 武汉 430079)

(2 国营红峰机械厂, 湖北 孝感 432000)

摘要: 本文基于角反射器的几何结构模型, 采用矢量形式的折反射定律, 推导了在不同入射条件下有效衍射区域的数学表达式. 通过数值模拟的方法分析了有效衍射区域的变化规律, 以及该规律对远场衍射光强空间分布的影响. 结果表明, 随着光束入射角的增加, 有效衍射区域逐渐减小, 进而导致角反射器衍射强度发散程度增加. 光束方位角的引入不会改变有效衍射区域的形状和衍射强度的总能量, 而只会使其各自分布旋转方位角的大小. 在不考虑大气效应的情况下, 根据不同入射条件对应的衍射强度分布, 并结合速差补偿理论, 提出了一种全新的角反射器口径设计方法.

关键词: 角反射器; 有效衍射区域; 远场衍射光强; 速差补偿

中图分类号: O436

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2009)08-1920-6

0 引言

角反射器是一种具有定向反射特性的光学元件^[1], 通常用做远程和超远程激光测距中的合作目标^[2-3], 以提高返回光束的强度, 增加作用距离并提高探测成功概率. 因此提高返回光束的强度是角反射器设计的重点. 在人卫激光测距系统中, 由于激光传输距离远大于角反射器口径, 则返回光束必然受到衍射效应的制约, 返回光束的强度分布不再是均匀分布, 而与角反射器的有效衍射区域有关. 事实上, 卫星上的角反射器工作时光束入射角的变化范围相当大, 不同的光束入射条件对应着不同的有效衍射区域^[4]. 有效衍射区域的变化将会导致返回光束的总能量和光强的空间分布发生改变, 直接对地面稳定接收回光信号构成影响.

目前, 国内外仅仅以角反射器有效反射面积作为衡量返回光束能量的标准^[5], 显然这是不够科学完善的. 本文首次建立了在不同入射条件下有效衍射区域的数学表达形式, 并采用数值模拟的方法分析了有效衍射区域对返回光束的总强度及光强的空间分布的影响规律, 结合速差补偿理论, 提出了一种全新的角反射器口径设计方法, 所得结论对于角反射器远场模式的计算分析和卫星角反射器的设计具有一定的指导意义.

1 角反射器的有效衍射区域

卫星角反射器是由三个互相垂直的直角面及底

面组成的实心四面体. 当入射光束倾斜于底面入射至角反射器内部时, 光线先后经过三个直角面的反射和底面的透射, 以 6 种不同次序从底面出射. 每种次序的光线在底面所占的区域与入射光方向及角反射器几何参量有关.

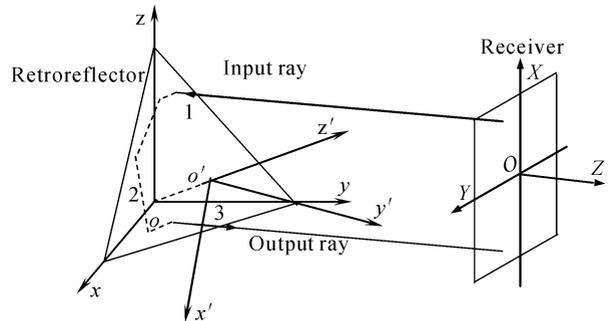


图 1 角反射器结构及坐标系

Fig. 1 Structure and coordinate systems for retroreflector

建立如图 1 所示的直角坐标系, 以角反射器的顶点为原点, 分别以角反射器的三条直角棱为 x 轴、 y 轴和 z 轴, 称 $o-xyz$ 坐标系为角反射器棱坐标系; 以角反射器顶点在底面的投影 o' 为原点, 以底面的法线方向为 z' 轴方向, 以 y 轴在底面的投影为 y' 轴, x' 轴方向由右手螺旋法则确定. 则 $o-xyz$ 坐标系与 $o'-x'y'z'$ 坐标系之间的转换关系为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a/3 \\ a/3 \\ a/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{6}/6 & \sqrt{3}/3 \\ 0 & \sqrt{6}/3 & \sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{6}/6 & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a/3 \\ a/3 \\ a/3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 M 为转换矩阵, a 为角反射器的棱长. 若角反射器底面采用圆形切割, 则 $a = \sqrt{6}r$, r 为角反射器底

* 国家航天项目资助

Tel: 15871822808

Email: abidingmyself@163.com

收稿日期: 2008-6-10

修回日期: 2008-09-04

面圆半径.

若入射光在 $o'-x'y'z'$ 坐标系下的入射角为 φ , 方位角为 θ , 则入射光矢量方向为

$$\mathbf{R} = [-R_1, -R_2, -R_3]^T = [-\sin \varphi \cos \theta, -\sin \varphi \sin \theta, -\cos \varphi]^T \quad (2)$$

将该矢量转换到 $o-xyz$ 坐标系, 则入射光矢量方向可表示为

$$\mathbf{B} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{R} \quad (3)$$

入射光经过一次折射入射到角反射器内部, 由矢量形式的折射定律, 可以得到折射光线的矢量形

式^[6]为

$$\mathbf{A} = [-A_1, -A_2, -A_3]^T = \frac{1}{n}(\mathbf{B} + \tau \mathbf{N}_0) \quad (4)$$

式中, n 为角反射器的材料折射率; $\mathbf{N}_0 = -\frac{\sqrt{3}}{3}[1 \ 1 \ 1]^T$ 为角反射器底面的法线矢量;

$$\tau = \sqrt{n^2 - 1 + (\mathbf{B} \cdot \mathbf{N}_0)^2} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{N}_0.$$

折射光线经过 6 种不同的反射次序, 入射至角反射器底面, 经过推导, 可以得到光线与各面的交点坐标, 其坐标可以表示为

$$P = \begin{bmatrix} P y_{ijk} \\ P z_{ijk} \end{bmatrix} = \frac{M_P}{A_1} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix}; Q = \begin{bmatrix} Q x_{ijk} \\ Q z_{ijk} \end{bmatrix} = \frac{M_Q}{A_2} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix}; T = \begin{bmatrix} T x_{ijk} \\ T y_{ijk} \end{bmatrix} = \frac{M_T}{A_3} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中

$$M_P = \begin{bmatrix} A_2 p(i-2j)q(k-1) & A_1 p(j-2i)q(k-2) & 0 \\ A_3 p(i-3j)q(k-1) & 0 & A_1 p(j-3i)q(k-3) \end{bmatrix};$$

$$M_Q = \begin{bmatrix} A_2 p(i-2j)q(k-1) & A_1 p(j-2i)q(k-2) & 0 \\ 0 & A_3 p(i-3k)q(k-2) & A_2 p(i-2k)q(k-3) \end{bmatrix};$$

$$M_T = \begin{bmatrix} A_3 p(i-3j)q(k-1) & 0 & A_1 p(j-3i)q(k-3) \\ 0 & A_3 p(i-3k)q(k-2) & A_2 p(i-2k)q(k-3) \end{bmatrix};$$

$$p(m) = \begin{cases} -1 & m=0 \\ 1 & \text{其他} \end{cases}; q(m) = \begin{cases} 0 & m=0 \\ 1 & \text{其他} \end{cases}, \text{且 } i, j, k = 1, 2, 3.$$

点 P 、 Q 、 T 分别表示在 1, 2, 3 面上的交点坐标, x_k 、 y_k 和 z_k ($k=1, 2, 3$) 与折射光矢量 \mathbf{A} 和底面上的点 (x', y') 有关, 它们的表达式为

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{A_1} \begin{bmatrix} -\frac{A_2}{\sqrt{2}} & \frac{2A_1 + A_2}{\sqrt{6}} \\ -\frac{A_1 + A_2}{\sqrt{2}} & \frac{A_3 - A_1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} + \frac{a}{3A_1} \begin{bmatrix} A_1 - A_2 \\ A_1 - A_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{2A_1 + A_2}{\sqrt{6}A_2} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{2A_3 + A_2}{\sqrt{6}A_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} + \frac{a}{3A_2} \begin{bmatrix} A_2 - A_1 \\ A_2 - A_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{A_3} \begin{bmatrix} -\frac{A_3 + A_1}{\sqrt{2}} & -\frac{A_3 - A_1}{\sqrt{6}} \\ \frac{A_2}{\sqrt{2}} & \frac{2A_3 + A_2}{\sqrt{6}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} + \frac{a}{3A_3} \begin{bmatrix} A_3 - A_1 \\ A_3 - A_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

对于不同反射次序的光线而言, 只有当它们与各反射面的交点坐标都大于 0, 并且其对应的入射和出射光线与底面的交点在角反射器口径范围内时, 该光线所处的区域才有意义.

取圆形切割的角反射器口径为 33 mm, 材料折射率为 1.46, 按照上述数学模型, 可以绘制出不同光束入射条件下 6 种反射次序的光线在底面所占的区域.

图 2 给出的计算结果显示, 当光束垂直入射到角反射器底面时, 6 种不同反射次序的光线在底面内所占的区域面积相等, 并且次序相反的两种光线 (如 123 和 321) 所占区域关于角反射器底面中心对称. 随着光束入射角的增加, 6 种反射次序的光线在底面所占的区域面积减小, 除次序相反的 3 对光线所占区域面积仍然两两相等并且相互对称之外, 其余光线所占区域面积各不相同; 光束方位角的引入不会改变光线在底面所占区域的总面积, 仅使区域的分布方位旋转 θ 角.

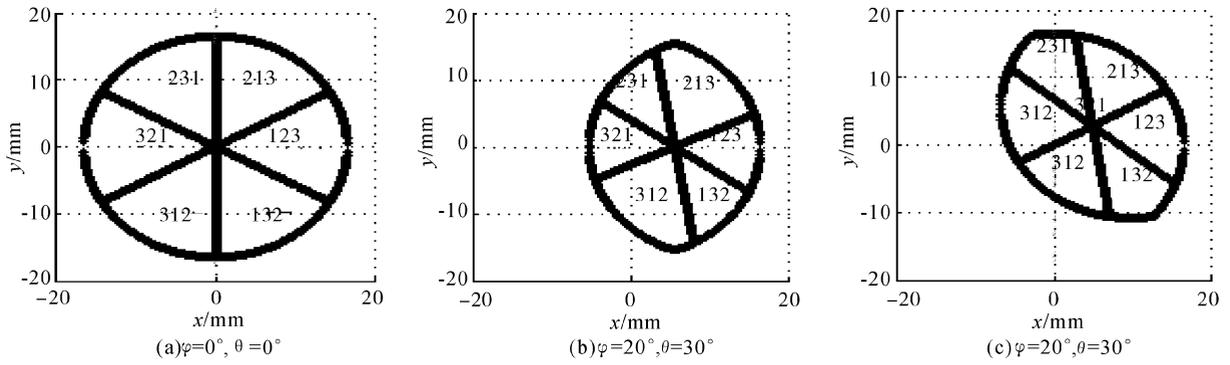


图 2 不同光束入射条件下的角反射器有效衍射区域
Fig. 2 The effective diffraction region of retroreflector for different incidence condition

2 角反射器的远场衍射强度

2.1 远场衍射强度公式

考虑到角反射器的定向反射特性,则衍射光场的接收方向应该与入射光方向平行.因此,图 1 给出的远场衍射接收屏坐标系 $O-XYZ$ (接收屏坐标系原点 O 与底面中心 o' 在入射光方向上的距离为观测距离 H , Z 轴方向与理想的出射光方向重合, Y 轴为 y' 轴在接收屏内的投影, X 轴方向由右手螺旋法则确定)与 $o'-x'y'z'$ 坐标系之间的转换关系为

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_3}{\sqrt{R_1^2+R_3^2}} & \frac{-R_1R_2}{\sqrt{R_1^2+R_3^2}} & R_1 \\ 0 & \sqrt{R_1^2+R_3^2} & R_2 \\ \frac{-R_1}{\sqrt{R_1^2+R_3^2}} & \frac{-R_2R_3}{\sqrt{R_1^2+R_3^2}} & R_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中, $R_i (i=1, 2, 3)$ 的含义已由表达式(2)给出.

地面激光测距系统发出的激光经过远距离的传输后,入射到角反射器表面的光斑远大于角反射器的口径,因此,入射到角反射器底面的光波可看作平面波,假设其复振幅分布为 1. 考虑到入射光倾斜入射至角反射器底面,则衍射光场的计算公式可通过基尔霍夫衍射公式得到^[7]

$$E(X, Y) = \frac{\cos \varphi}{i\lambda H} \iint_{\Sigma} \exp(ikr) dx' dy' \quad (10)$$

式中, Σ 因子为角反射器的有效衍射区域, $r = \sqrt{(X' - x')^2 + (Y' - y')^2 + Z'^2}$, 且向量 (X', Y', Z') 与接收屏上的平面坐标 $(X, Y, 0)$ 之间的转换关系如式(9). 因此,角反射器远场衍射强度可以表示为 $I(x, y) = |E(x, y)|^2$.

2.2 远场衍射强度的数值模拟

取接收屏至角反射器底面的距离 $H=500$ km, 角反射器底面圆半径 $r=16.5$ mm. 图 3 是数值计算绘制出的不同光束入射条件下衍射光强分布.

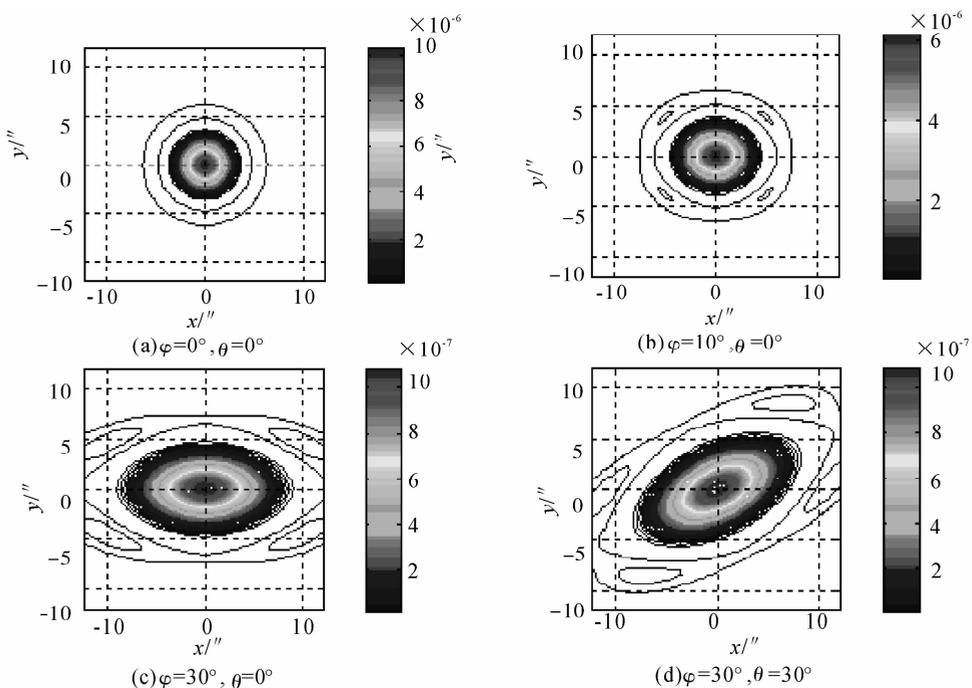


图 3 不同光束入射条件下的远场衍射分布
Fig. 3 The far field diffraction intensity distribution for different incidence condition

图 3 显示,角反射器远场衍射强度分布与光束入射条件有关.当光束垂直入射到角反射器表面时,衍射强度图样是爱里斑(Airy).随着光束入射角的增加,衍射强度分布变得更加弥散,导致衍射中心点强度和总强度值下降.光束方位角的引入不会改变衍射光斑的总强度,仅仅使得衍射强度图样旋转 θ 角.

2.3 角反射器口径的选择

卫星角反射器在激光测距过程中,由于受到速差效应的影响,入射至角反射器表面的激光束,经角反射器反射后,出射光线与入射光线之间存在着角偏差^[8]

$$\alpha = \frac{2v}{c} \sqrt{1 - (\mathbf{V} \cdot \mathbf{L})^2} \quad (11)$$

式中, v 为卫星相对于地球运动的切向速度, c 为光速, \mathbf{V} 和 \mathbf{L} 分别表示卫星速度和光束方向的单位矢量.角偏差值并不是固定的,它随着光束入射条件的改变而发生变化.

由于角偏差的出现,使得地面激光测站接收器并不位于角反射器衍射强度的中心,因此,这可能导致测站接收的激光强度较弱,影响探测概率.对于单个角反射器而言,其主要设计思想就在于补偿速差效应的影响,使测站接收到足够强的激光能量.

当角反射器的二面角加工误差和面形误差^[9]满足以下分布时,角反射器远场衍射强度主要受它的口径值限制^[10]

$$\delta \leq 0.374 \frac{\lambda}{2Hr} \quad N \leq \frac{\lambda}{10} \quad (12)$$

式中, δ 和 N 分别表示角反射器的二面角和面形误差, r 为角反射器底面圆半径, λ 为入射激光波长, H 为卫星轨道高度.

Minott 和范建兴都分析了角反射器口径确定的方法^[11],但均是在光束垂直入射至角反射器表面并且其远场衍射强度分布满足爱里斑形式下进行的.事实上,由于角反射器安置在卫星仓板表面,地面测站发射的激光在大弧段范围对卫星进行跟踪和测量,因此,激光束与角反射器之间始终不可能保持垂直状态.

通常情况下,角反射器安置面的法线方向指向地心,并且角反射器上的另一个坐标轴与卫星速度方向一致.角反射器坐标系与地球、测站及光束入射方向之间的关系如图 4 所示.图 4 中: Z_R 轴指向地心, X_R 轴方向与卫星切向速度方向一致, Y_R 轴服从右手螺旋法则.考虑单个角反射器工作的情况,则 $O_R-X_R Y_R Z_R$ 坐标系与 $o'-x'y'z'$ 坐标系重合.

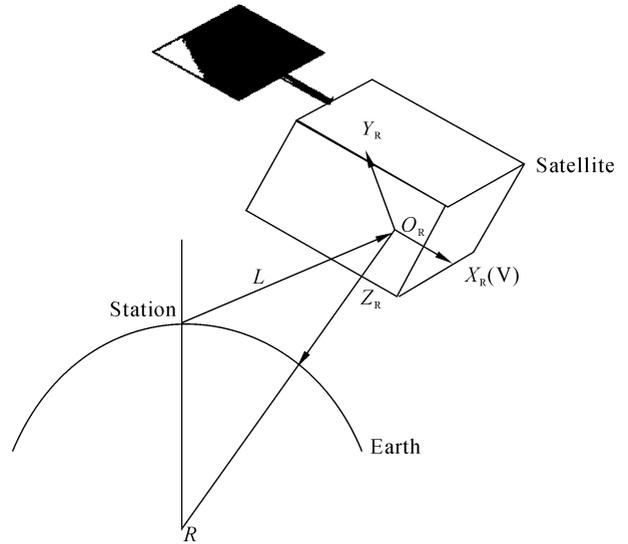


图 4 卫星角反射器坐标系
Fig. 4 Satellite retroreflector coordinate system

根据不同入射条件下的远场衍射强度分布和地面测站的位置,为了补偿速差效应的影响,则必须更加合理地选择角反射器的口径值.考虑卫星轨道高度为 500 km,在忽略大气效应的情况下,模拟绘制了不同入射条件下,衍射光斑的总强度分布曲线以及地面测站点所接收到的衍射强度值与角反射器口径之间的关系曲线.分别如图 5 和图 6.

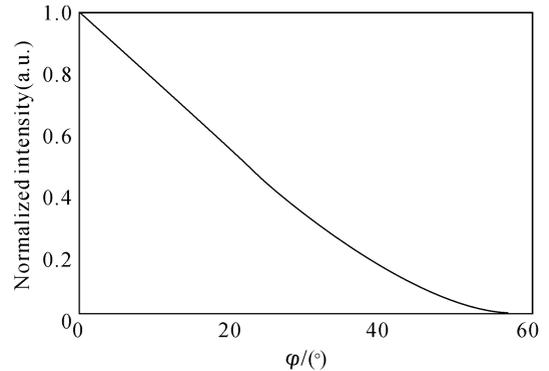


图 5 衍射强度总和与入射角的关系
Fig. 5 The relationship between total diffraction intensity and incidence angle

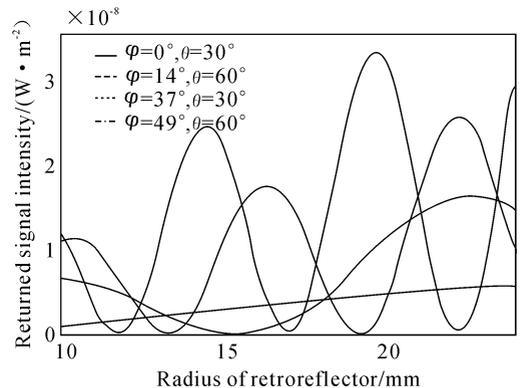


图 6 在不同的光束入射条件下,角反射器半径与测站接收强度的关系
Fig. 6 The relationship between radius of retroreflector and received intensity of station with different incidence condition

从图5中可以看出,随着光束入射角的增加,衍射光斑的总强度值(即代表了激光反射率)迅速减小,这种变化趋势与有效区域在光线方向的投影面积的变化趋势相吻合.但是事实上,在卫星激光测距中的衍射光斑尺寸远大于接收望远镜的口径,接收机处的强度分布仅为衍射光斑中的微小部分.也就是说,接收强度应该以测站点的强度为衡量标准,而不是仅考察总的强度值,即不应该只以有效面积作为接收强度的标准.

图6结果表明,随着角反射器口径的变化,测站接收强度发生了波浪型的起伏改变,这种改变规律与地面测站的观测条件有关.若仅仅只依据某一观测条件来优化选取角反射器口径,则会导致其他观测条件下测站接收强度急剧下降.依据Minott和范建兴的角反射器补偿理论,优化口径值选取在接收强度最大对应的位置,则 $r=19.7\text{ mm}$.但是,从图5中可以看出,在光束入射角为 14° 、方位角为 60° 时,该口径的角反射器反射到测站的能量仅为垂直入射时的5%左右,这大大削弱了这种观测条件下测站的探测成功概率.

较为科学合理的方法是:1)根据地面测站接收强度的探测阈值要求,选取不同观测条件下优化角反射器口径的集合;2)所有观测条件下角反射器口径集合的交集即为最优化的角反射器口径;3)若单个角反射器无法满足强度探测要求,则必须考虑将若干角反射器组成阵列形式,以增强测站的接收强度.

3 结论

本文系统分析了在不同光束入射条件下衍射有效区域的变化规律,并给出了完整的数学描述.同时,详细讨论了衍射有效区域的变化对角反射器远场衍射强度分布的影响,并采用数值分析的方法模拟给出了衍射光斑总强度及测站点强度与光束入射角和角反射器口径的关系.结果表明,衍射光斑强度分布不呈现均匀分布,接收望远镜接收到的光强值不应该仅以有效面积作为衡量因素,应该综合考虑接收机位置处的强度分布.在不考虑大气闪烁和湍流影响的情况下,结合实际卫星测距系统中所关注的速差补偿问题,分析了角反射器二面角和面形误差在容限范围内时,用角反射器半径补偿速差的方法.与国内外已经采用的角反射器半径补偿方法相比,该方法更为合理,为卫星角反射器的设计提供了有力的依据.

参考文献

- [1] ZHANG Wen-xi, XIANG Li-bin, YUAN Yan, *et al.* Ultra-rapid-scanning imaging interferometer [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(8): 1153-1155.
张文喜, 相里斌, 袁艳, 等. 高速转镜干涉成像光谱仪[J]. 光子学报, 2006, **35**(8): 1153-1155.
- [2] WAN Qiang, GUO Yan-long, WANG Xiao-bing, *et al.* Present status and progress of laser cooperative targets for SLR[J]. *Laser and Optoelectronics Progress*, 2005, **42**(5): 20-29.
万强, 郭延龙, 王小兵, 等. 卫星激光测距合作目标现状与进展[J]. 激光与光电子学进展, 2005, **42**(5): 20~29.
- [3] GAO Wei. Study on evaluation of jamming effectiveness on laser radars [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(8): 1400-1404.
高卫. 激光雷达干扰效果评估方法研究[J]. 光子学报, 2007, **36**(8): 1400-1404.
- [4] CAI Yan-min, FANG Zu-jie, CHEN Gan, *et al.* Effective reflection area of a cube-corner retroreflector [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2000, **B9**(5): 429-433.
- [5] WANG Yuan-ming, YANG Fu-min, CHEN Wan-zhen, *et al.* Calculation and measurement of the effective reflective area of space-born retro-reflectors [J]. *Opto • Electronic Engineering*, 2007, **34**(10): 25-29.
王元明, 杨福民, 陈婉珍, 等. 卫星激光反射器有效反射面积的计算与测试[J]. 光电工程, 2007, **34**(10): 25-29.
- [6] ZHOU Kun, LI Ji-tao, CHEN Zhen-pei. Applied optics [M]. Chengdu: Press of Sichuan University, 1995: 4-5.
周焜, 李继陶, 陈祯培. 应用光学 [M]. 成都: 四川大学出版社, 1995: 4-5.
- [7] LIANG Quan-ting. Physical optics [M]. Beijing: Machine Industry Press, 1986: 165-166.
梁铨廷. 物理光学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1986: 165-166.
- [8] NEUBERT R. Preliminary design of the laser retroreflector for the CHAMP satellite [C]. *Proc 10th Workshop on Laser Ranging Instrumentation, Shanghai, Nov. 1996*, 216-222.
- [9] ZHANG Jin-ye, LI Song, ZHOU Hui, *et al.* Testing errors for cube corner based on hartmann wavefront sensor [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(12): 2227-2230.
张金业, 李松, 周辉, 等. 基于哈特曼传感器的角锥棱镜误差测量[J]. 光子学报, 2007, **36**(12): 2227-2230.
- [10] MINOTT P O. Design of retrodirector arrays for laser ranging of satellites [R]. NASA TM-X-723-74-122. Goddard Space Flight Center, March, 1974. 6-7.
- [11] FAN Jian-xing. Design of satellite retroreflector and study of distribution effect [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2000. 57-65.
范建兴. 卫星激光反射器的设计和分布效应研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2000: 57-65.

Effective Diffraction Region for Satellite Retroreflector

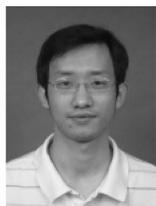
ZHOU Hui¹, LI Song¹, ZHENG Guo-xing¹, GAO Jun-ling¹, HAN chun-jun²

(1 *School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan 430079, China*)

(2 *Hong Feng Machinal Factory, Xiaogan, Hubei 432000, China*)

Abstract: Based on geometrical structure of retroreflector and vector form of reflection-refraction law, a mathematical model with EDR is built up for retroreflector. By the means of numerical simulation, the regularity of change for EDR and the impact of regularity on far field diffraction intensity (FFDI) are analysed. The simulated results show that EDR decreases with the increase of the divergence of FFDI with laser incidence angle. But, laser azimuth has no impact on shape of EDR and total diffraction intensity, which only makes their distributions rotate azimuth angle. When atmospheric effects are ignored, in terms of FFDI distribution with different incidence condition and velocity aberration theory, the new way for designing retroreflector radius is put forward. The investigation of EDR provides important approach to calculate FFDI and design satellite retroreflector.

Key words: Retroreflector; Effective diffraction region; Far field diffraction intensity; Velocity aberration compensation



ZHOU Hui received the Ph. D. degree in 2007 from School of Geodesy and Geomatics of Wuhan University. His research works focus on laser remote sensing and laser ranging technology.