

针板电极荷电液体射流不稳定性分析^{*}

汪朝晖 廖振方

(重庆大学机械工程学院, 重庆 400044)

【摘要】 基于荷电液体射流的模型和广义坐标下的 Lagrange 方程,建立了静电场作用下无粘性液体射流的色散方程,并对该方程进行了数值求解,分析了若干因素对荷电液体射流的轴对称模型和非轴对称模型的影响。研究表明:随着电场强度的增大,荷电液体射流的最大扰动增长率增大。低电压时静电场对轴对称射流的不稳定性有显著作用,电压逐渐升高时非轴对称模型逐渐占据主导地位,最终导致液滴的破碎;随着射流半径的减小,荷电液体射流的不稳定性增加,轴对称模型下射流半径的改变对射流不稳定性的影响比非轴对称模型小;不同的液体介质对荷电液体射流不稳定性的影响在非轴对称模型下表现得更为显著。

关键词: 液体射流 不稳定性 静电场 针板电极 色散方程

中图分类号: O361.4; S49

文献标识码: A

Analysis of Instability for Charged Liquid Jets with the Needle-plate Electrodes

Wang Zhaohui Liao Zhenfang

(Department of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract

Based on the models of charged liquid jets and Lagrange equation under the generalized coordinate, the dispersion equations of inviscid liquid jets in an electrostatic field were established and solved by using the numerical methods. According to analyzing the calculated values, the effects of different factors on axisymmetric models and non-axisymmetric models of charged liquid jets were studied. The results showed as follows. The maximum value of the disturbed growth rate of charged liquid jets is increased with the stronger electric field intensity. When the voltage is lower, the electrostatic field has a significant effect on the axisymmetric instability models. The non-axisymmetric instability models exert a dominant influence since the voltage is enhanced gradually in an electrostatic field and it leads the droplets to break up finally. Instability of charged liquid jets is increased as the jet radius reduces. The changes of the jet radius in the non-axisymmetric models have more effects on the instability of charged liquid jets than in the axisymmetric models. The effects of different liquid dielectrics on the non-axisymmetric charged liquid jets instability become very obvious.

Key words Liquid jets, Instability, Electrostatic field, Needle-plate electrodes, Dispersion equation

引言

应用静电雾化技术可有效地实现液体的微粒化,它可以降低雾滴尺寸,提高雾滴谱的均匀性和沉积效率,近年来已被广泛地应用在各种行业中。液体的雾化效果与静电场作用下液体射流的不稳定性

密切相关。Huebner 等^[1]针对针-圆筒形式的电极结构,分析了液体射流轴对称和非轴对称模型的不稳定性。Artana 等^[2-3]对同轴电极作用下的电场力,表面张力,速度和其他参数对射流不稳定性的影响作了深入分析,探讨了射流破碎过程中的复杂现象。Lopez-Herrera 等^[4]对导电射流轴对称不稳定性

收稿日期: 2008-11-11 修回日期: 2008-12-22

^{*} 重庆大学研究生科技创新基金项目(200811A1A0020291)和科技部国际科技合作项目(2008DFA70300)

作者简介: 汪朝晖, 博士生, 主要从事静电雾化的理论与实验研究, E-mail: wzhuiboy@yahoo.com.cn

性行为进行了数值模拟,并与实验作了比较,结果显示理论研究和实验结果存在一定误差。李芳^[5]建立了环形同轴电极结构下射流在径向电场作用下的线性稳定性模型,并在理论上预测了最有可能波长。

然而,针板电极电压不同于针-圆筒电极电压或同轴电极电压,目前对针板电极荷电液体射流不稳定性分析还没有进行深入研究。因此,本文建立针板电极荷电液体射流的色散方程,并根据其数值求解计算结果,从理论上分析不同因素对液体射流破碎的不稳定性影响,为推进荷电液体射流雾化机理的进一步研究和相关的工业应用提供参考依据。

1 荷电液体射流的模型

射流在静电场中的运动相当复杂,为了方程推导和求解过程中的简便,本文对荷电射流模型作如下简化:假设一束不可压缩和无粘性圆柱液体射流以低速率通过一个静止的空气介质中,且带电射流在穿越空气过程中在空间产生的磁场力以及空气对射流的压力和自身重力均忽略不计。假设在未扰动的情况下,圆柱坐标系 (r, θ, z) 随着射流一起运动。在扰动存在的情况下,射流界面会出现类似正弦式的波动,当扰动增长到一定程度时,射流将会破碎形成液滴^[6]。

图 1 为荷电液体射流的轴对称模型(环向波数 $m=0$)和非轴对称模型(环向波数 $m=1$)。当 $m=0$ 时,射流的横截面是圆形的,它的半径沿射流轴线方向而改变;当 $m=1$ 时,射流的横截面仍然是圆形的,但是它的半径沿射流轴线方向保持不变。图中, a_0 为自定义半径, a 为射流未被扰动的半径, r_0 为射流被扰动的半径, r, z 和 θ 为圆柱坐标系的坐标系。

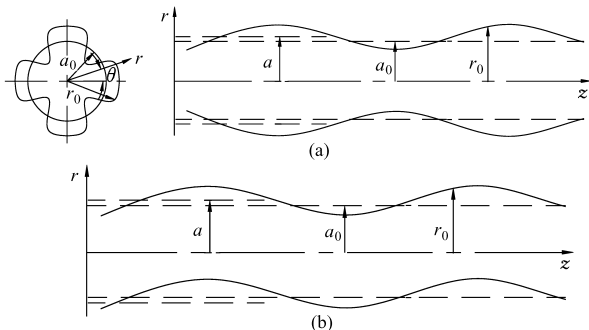


图 1 荷电液体射流模型

Fig.1 Modes of charged liquid jets

(a) 轴对称液体射流 (b) 非轴对称液体射流

2 针板电极荷电液体射流的色散方程

2.1 色散方程的建立

针板电极结构的示意图如图 2 所示,将高压电源的负极施加在锥形喷嘴的尖端针状电极上,钢板

接地。图 2 中, V_0 为外加电压, h 为喷嘴针状电极尖端到钢板的距离, r_c 为喷嘴针状电极的半径。

在静电场中,扰动的射流表面用圆柱坐标 (r, θ, z) 表示,其方程为

$$r_0 = a_0 + c \cos(m\theta) \cos(kz) \quad (1)$$

式中, c 为与射流圆柱形态发生无穷小的偏离幅度值, $c \ll a_0$, 且和 $e^{\omega t}$ 成比例; ω 是射流的扰动增长率,通常由实部 ω_r 和虚部 ω_i 来表示, $\omega = \omega_r + i\omega_i$; k 为轴向波数, $k = 2\pi/\lambda$, 正数; λ 为波长。

如果射流每个波长的体积保持不变,则 a_0 和 a 相互存在一定关系,即

$$\int_0^\lambda \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} r_0^2 d\theta dz = \pi a^2 \lambda \quad (2)$$

其中
$$a^2 = a_0^2 + \frac{1}{4} (1 + \sigma_m) c^2 \quad (3)$$

$$\sigma_m = \begin{cases} 1 & (m=0) \\ 0 & (m \geq 1) \end{cases}$$

通常,荷电液体射流附近任何点的电势 V 由两部分构成

$$V = V_c + V_p \quad (4)$$

式中 V_c ——未被扰动的液体圆柱表面附近的电势

V_p ——类似正弦式射流表面扰动产生的电势

假设未被扰动射流的表面电势是一个常数,并且等于外加电压,依据文献[7]所得电场强度和电势计算,可以求出距射流轴线 r 处未被扰动射流附近的电势 V_c 和射流表面扰动产生的电势 V_p ^[6],即

$$V_c = \frac{V_0}{\ln(4h/a)} \ln(4h/r) \quad (5)$$

$$V_p = [C_1 I_m(kr) + C_2 K_m(kr)] \cos(m\theta) \cos(kz) \quad (6)$$

式中 $I_m(kr), K_m(kr)$ ——修正的 Bessel 方程的第 1 种形式和第 2 种形式对应的导数式

为了计算的方便,本文选取 $C_1 = 0, C_2 = \frac{cV_0}{a \ln(4h/a) K_m(ka)}$

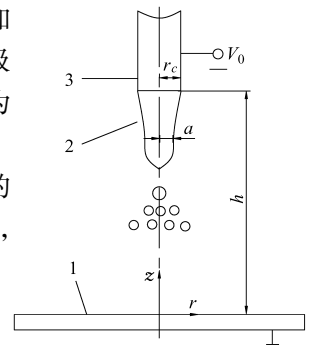


图 2 针板电极结构示意图

Fig.2 Schematic of the needle-plate electrodes configuration

1. 钢板 2. 液体射流 3. 喷嘴针状电极

因此,液体射流附近的电位为

$$V = \frac{V_0}{\ln(4h/a)} \left[\ln(4h/r) + \frac{cK_m(kr)}{aK_m(ka)} \cos(m\theta) \cos(kz) \right] \quad (7)$$

假设射流表面电荷密度 σ_s 在径向上发生改变,则扰动射流的单位长度电荷为^[8]

$$Q_p = \frac{1}{\lambda} \int_0^{2\pi} \int_0^\lambda \sigma_s dS = \frac{2\pi\epsilon_0 V_0}{\ln(4h/a)} \left[1 - \frac{c^2}{4a^2} - \frac{c^2 k K'_m(ka)}{4aK_m(ka)} \right] \quad (8)$$

式中 ϵ_0 ——液体射流周围的空气介电常数
 $K'_m(ka)$ ——修正的 Bessel 方程的第 2 种形式所对应的导数式

因此,荷电后射流得到的单位长度电势能为

$$P_p = \frac{1}{2} Q_p V_0 = \frac{\pi\epsilon_0 V_0^2}{\ln(4h/a)} \cdot \left[1 - \frac{c^2}{4a^2} - \frac{c^2 k K'_m(ka)}{4aK_m(ka)} \right] \quad (9)$$

未被扰动射流的单位长度电势能为

$$P_0 = \frac{1}{2} Q_0 V_0 = \frac{1}{2} \frac{2\pi\epsilon_0 V_0}{\ln(4h/a)} V_0 = \frac{\pi\epsilon_0 V_0^2}{\ln(4h/a)} \quad (10)$$

所以,荷电液体射流单位长度电势能的变化为

$$P_E = P_0 - P_p = \frac{\pi\epsilon_0 V_0^2}{4a^2 \ln(4h/a)} \cdot \left[1 + ka \frac{K'_m(ka)}{K_m(ka)} \right] (1 + \sigma_m) c^2 \quad (11)$$

此外,单位长度射流电势能的改变还归功于表面张力能 P_σ 和动能 K ^[9],即

$$P_\sigma = -\frac{\pi}{4} \frac{\sigma}{a} (1 - m^2 - k^2 a^2) (1 + \sigma_m) c^2 \quad (12)$$

$$K = \frac{\pi}{4} \frac{\rho a^2}{ka} \frac{I_m(ka)}{I'_m(ka)} (1 + \sigma_m) c^2 \quad (13)$$

式中 σ ——液体的表面张力 ρ ——液体的密度
 $I'_m(ka)$ ——修正的 Bessel 方程的第 1 种形式所对应的导数式

2.2 色散方程的求解

基于广义坐标的 Lagrange 方程为^[8]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{c}} \right) - \frac{\partial L}{\partial c} = 0 \quad (14)$$

其中 $L = K - P_\sigma - P_E$

化简后可以得到微分方程

$$\ddot{c} - \frac{\sigma}{\rho a^3} \frac{ka I'_m(ka)}{I_m(ka)} (1 - m^2 - k^2 a^2) c + \frac{\epsilon_0 V_0^2}{\rho a^4 \ln(4h/a)} \frac{ka I'_m(ka)}{I_m(ka)} \left[1 + ka \frac{K'_m(ka)}{K_m(ka)} \right] c = 0 \quad (15)$$

式中,因 $c \propto e^{\omega t}$,故可以得到最终荷电液体射流的色散关系式为

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho a^3} \frac{ka I'_m(ka)}{I_m(ka)} (1 - m^2 - k^2 a^2) - \frac{\epsilon_0 V_0^2}{\rho a^4 \ln(4h/a)} \frac{ka I'_m(ka)}{I_m(ka)} \left[1 + ka \frac{K'_m(ka)}{K_m(ka)} \right] \quad (16)$$

因此,当射流模型为轴对称模型时($m=0$),色散方程为

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho a^3} \frac{ka I_1(ka)}{I_0(ka)} (1 - k^2 a^2) - \frac{\epsilon_0 V_0^2}{\rho a^4 \ln(4h/a)} \frac{ka I_1(ka)}{I_0(ka)} \left[1 - ka \frac{K_1(ka)}{K_0(ka)} \right] \quad (17)$$

当射流模型为非轴对称模型时($m=1$),色散方程变为

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho a^3} k^2 a^2 \left[1 - ka \frac{I_0(ka)}{I_1(ka)} \right] + \frac{\epsilon_0 V_0^2}{\rho a^4 \ln(4h/a)} \left[ka \frac{I_0(ka)}{I_1(ka)} - 1 \right] \frac{ka K_0(ka)}{K_1(ka)} \quad (18)$$

3 结果分析与讨论

3.1 色散方程的计算结果分析

3.1.1 未施加电场时的扰动增长率方程

在液体射流没有荷电的情况下,即施加电压 $V_0=0$ 时,射流轴对称模型和非轴对称模型扰动增长率分别能够从式(17)和(18)中获得。对于轴对称模型,扰动增长率方程为

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho a^3} \frac{ka I_1(ka)}{I_0(ka)} (1 - k^2 a^2) \quad (19)$$

从式(19)中可以看出:在没有施加电场的条件下,所得到的色散方程即为著名的 Rayleigh 特征方程。由此可见,本文推导的荷电液体射流的色散方程具有广泛的兼容性。

对于非轴对称模型,扰动增长率方程为

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho a^3} k^2 a^2 \left[1 - ka \frac{I_0(ka)}{I_1(ka)} \right] \quad (20)$$

3.1.2 施加电场时的扰动增长率方程

当施加电压 $V_0 \neq 0$ 时,荷电液体射流的色散方程给出了扰动增长率同液体喷射系统的几何形状和荷电液体射流物理属性之间的关系。如果 $\omega^2 < 0$,数值 ω 的实部 $\omega_r = 0$, ω 值只有虚部 ω_i 。由于扰动波偏离射流圆柱形态的幅度值 c 是同 $e^{\omega t}$ 成正比的,它即表示射流初始扰动的增长不再增加,此时液体射流变得比较稳定。同样,如果所得到的 $\omega^2 > 0$,数值 ω 就有一个正的实部 ω_r ,它代表了射流扰动的不断增长。随着射流的发展,扰动增长率不断增大,加大了射流表面的不稳定性,最终导致了液滴的产生。

为了研究问题的方便, 本文将 ω^2 和 ak 进行无量纲化处理, 取 $\omega^{*2} = \omega^2 \rho a^3 / \sigma$, $k^* = ak = 2\pi a / \lambda$, 同时, 令 $T = \epsilon_0 V_0^2 / (a\sigma)$, 并将其定义为电欧拉数^[10]。因此, 对于轴对称模型和非轴对称模型, 式(17)和(18)无量纲化后可简化为

$$\omega^{*2} = \frac{k^* I_1(k^*)}{I_0(k^*)} (1 - k^{*2}) + \frac{Tk^*}{\ln(4h/a)} \frac{I_1(ka)}{I_0(ka)} \left[k^* \frac{K_1(k^*)}{K_0(k^*)} - 1 \right] \quad (m=0) \quad (21)$$

$$\omega^{*2} = k^{*2} \left[1 - k^* \frac{I_0(k^*)}{I_1(k^*)} \right] + \frac{Tk^*}{\ln(4h/a)} \frac{K_0(k^*)}{K_1(k^*)} \left[k^* \frac{I_0(k^*)}{I_1(k^*)} - 1 \right] \quad (m=1) \quad (22)$$

3.2 影响不稳定性因素分析

计算中, 选取喷涂时自制的防锈油为液体介质, 其物理参数(室温)为: 密度 $\rho = 860 \text{ kg/m}^3$, 表面张力 $\sigma = 0.025 \text{ N/m}$, 液体的射流半径 $a = 0.2 \text{ mm}$, 空气的介电常数 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$, 喷嘴针状电极尖端到钢板的距离为 20 cm 。

3.2.1 电欧拉数

电欧拉数 T 表征电场力与毛细力的比值, $T=0$ 即表示未施加电场力, T 越大则表示射流电荷密度越大。因此, 随着施加电压的提高, T 逐渐增大。图 3a 和图 3b 分别给出了在一定射流参数下, 电欧拉数 T 对轴对称模型和非轴对称模型的荷电射流不稳定性的影响。

在轴对称模型下, 结合图 3a 可以发现无论 T 取何值, 所有的曲线均交于一点, 此时 $k^* = 0.597$, 这就表明在 $k^* \leq 0.597$ 时, 电场力能够使射流保持

稳定。当 $T=0$ 时, $\omega_{\max}^{*2} = 0.116$; 而在 $T>0$ 时, 最大扰动增长率和最大值发生处的 k^* 值将随 T 的增大而显著增大。从图 3b 中可以看出: 在非轴对称模型下, 所有的曲线都交于 $k^* = 0$, 当 $T=0$ 时, 其最大扰动增长率趋近于零, 并且随着 k^* 和 T 的增大, 最大扰动增长率显著增大。这表明电场力在两种模型下均起着促进液体射流破碎的作用, 最大扰动增长率随着电场强度的增加而增大, 同时液滴的粒径和射流长度随着电压的增大而减小。

图 3c 将电欧拉数对荷电射流轴对称模型和荷电射流非轴对称模型的影响作了更进一步的对比。 T 分别为 5、10、15、20、25 时, 此时对应的电压分别为 1.68、2.38、2.91、3.36、3.88 kV。从图 3c 中可以看出: 轴对称模型下最大扰动增长率对应的无量纲波数分别为 0.88、1.12、1.38、1.74、2.05, 其无量纲最大扰动增长率分别为 0.22、0.28、0.48、0.96、1.92; 而非轴对称模型下最大扰动增长率对应的无量纲波数分别为 0.16、0.38、0.82、1.31、1.79, 其无量纲最大扰动增长率分别为 0.04、0.12、0.38、0.89、1.90。

因此, 从图 3 可以推断: 低电压下, 在所有波长范围内, 轴对称模型有一个较高的扰动增长率, 轴对称模型的最大扰动增长率要比非轴对称模型的最大扰动增长率高, 因此轴对称模型对荷电液体射流的不稳定性有显著的作用。随着电欧拉数的增大, 也就是电场强度的提高, 非轴对称射流模型的增长率增大得很快, 最大扰动增长率快速增长, 当电压达到一定数值时, 其最大扰动增长率最终接近或超过轴对称模型的最大扰动增长率, 随着电压的继续增大, 非轴对称模型对射流有显著的影响。由此表明: 在电压较高时, 非轴对称模型对荷电液体射流的不稳

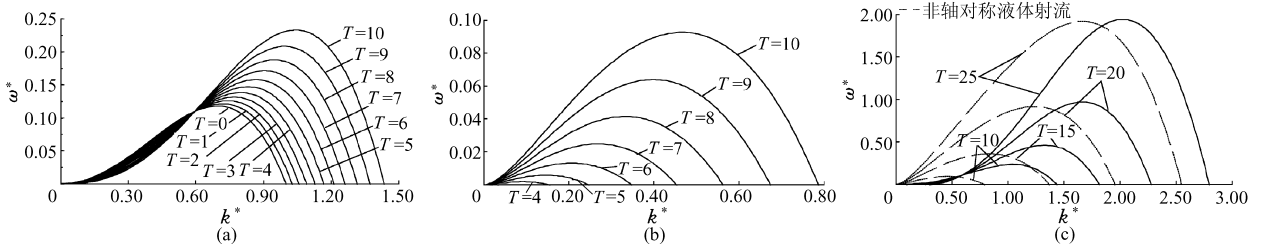


图 3 电欧拉数对荷电液体射流的影响

Fig. 3 Effects of electrical Euler number on charged liquid jets

(a) 轴对称液体射流 (b) 非轴对称液体射流 (c) 轴对称液体射流与非轴对称液体射流对比

定性占据主导地位。

3.2.2 电极间距

将电压调整到 2.5 kV, 取喷嘴针状电极尖端和钢板之间的电极间距为 10、20 和 30 cm 时, 分别对轴对称模型和非轴对称模型的荷电射流进行分析,

如图 4 所示。可以看出: 随着电极间距的减小, 电场强度增大, 其最大扰动增长率增大, 此时电极间距对荷电液体射流扰动增长率的改变同增大电极电压对扰动增长率的改变有大致相同的效果。但是, 电极间距要根据实际情况进行选取, 若电极间距过小, 液

体来不及充分雾化就飞离雾化区;间距过大,电极间电场强度减弱,液体达不到充分荷电而不能雾化。由此可见,荷电液体射流的不稳定性和液滴的雾化效果在很大程度上取决于电场强度的大小。

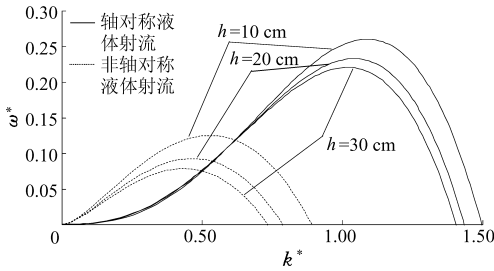


图4 电极间距对荷电液体射流的影响

Fig. 4 Effects of electrode spacing on charged liquid jets

3.2.3 射流半径

理论上,喷嘴尖端针状电极的直径对静电雾化的成功应用起着至关重要的作用,因此液体的射流半径将对荷电射流的不稳定性产生显著影响。图5给出了轴对称模型和非轴对称模型条件下荷电液体射流半径对其稳定性的影响。为了研究的方便,本文将喷嘴尖端针状电极半径分别取为:0.10、0.15、0.20、0.25、0.30 mm。从图5中可以看出:当电极电压、射流速度等参数保持不变时,无论是对于轴对称模型还是非轴对称模型,随着射流半径的减小,最大扰动增长率增加,液体射流不稳定性增加,有利于射流的破碎。另一方面,虽然射流半径发生了改变,但是射流最大扰动增长率对应的无量纲波数基本保持不变或只有微小的改变,这表明荷电液滴破碎的尺度并无明显变化,这一结论与未荷电液体射流半径对射流不稳定性的影响略有不同^[11~12],它表明

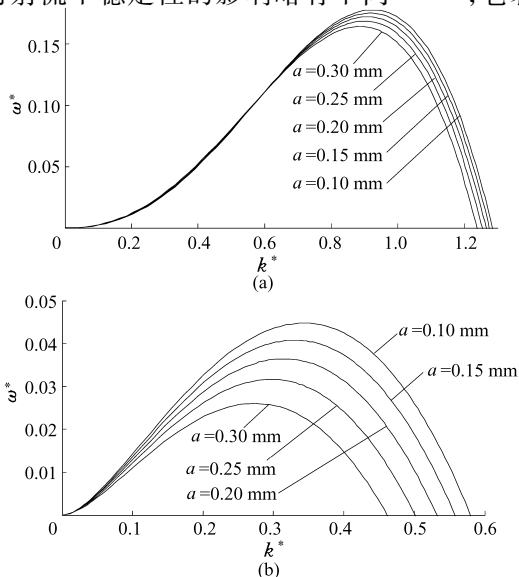


图5 射流半径对荷电液体射流的影响

Fig. 5 Effects of jet radius on charged liquid jets

(a) 轴对称液体射流 (b) 非轴对称液体射流

静电场的存在部分削弱了射流半径对射流破碎的贡献。在轴对称模型下,射流半径的改变对射流不稳定性影响较非轴对称模型时更小。

3.2.4 液体介质

不同的液体介质对荷电液体射流不稳定性的影响是复杂而全面的,液体的密度、粘度和表面张力等都对荷电液体射流的不稳定性起作用,因而液体的介质特性对其荷电射流不稳定性的影响是各种作用力综合的结果^[13~14]。图6给出了在电压为2 kV时煤油、乳化剂和酒精3种液体介质对轴对称荷电液体射流和非轴对称荷电液体射流不稳定性的影响。从图6a可以看出,在轴对称模型下煤油的最大扰动增长率最大,即最容易破碎,酒精和乳化剂的稳定性相差不大。从图6b可以看出:在非轴对称射流模型下,仍然是煤油最容易破碎,酒精其次,乳化剂表现最为稳定,液体介质对荷电射流不稳定性的影响在此种模型下表现更为显著。根据实际的试验观察和分析可知^[15]:如果液体介质的表面张力和粘度越小,越有助于液滴的变形和破裂,这与本文理论分析得到的结果是一致的。

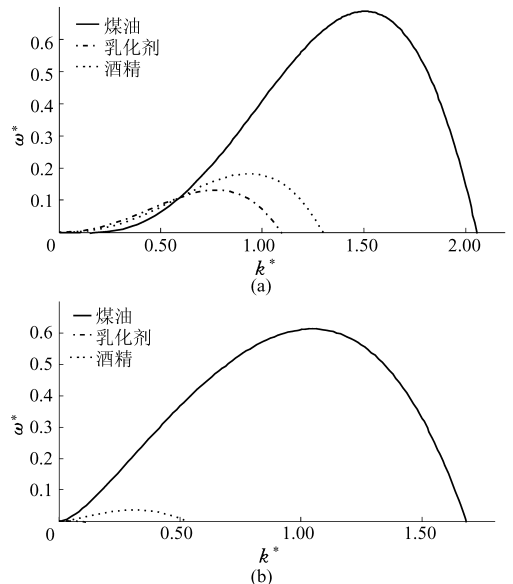


图6 不同液体介质对荷电液体射流的影响

Fig. 6 Effects of different liquid dielectrics on charged jets

(a) 轴对称液体射流 (b) 非轴对称液体射流

4 结论

(1)通过对荷电液体射流的模型分析,探讨了针板电极结构下荷电液体射流的轴对称模型和非轴对称模型,依据静电学原理和广义坐标下的拉格朗日方程,建立了无粘性荷电液体射流不稳定性所对应的色散方程,并对该方程进行了数值求解。

(2)当电压增大时,轴对称模型和非轴对称模型的最大扰动增长率都是增大的。在低电压时,轴对

称模型的最大扰动增长率比非轴对称模型的最大扰动增长率高,这说明静电场对轴对称射流的不稳定性有显著作用。随着电场强度的逐渐增大,非轴对称模型的最大扰动增长率快速增加,此时非轴对称模型有更多的液滴被荷电,并开始对荷电液体射流不稳定性中占据主导地位。

(3)随着射流半径的减小,荷电液体射流不稳定

性增加,这表明减小喷孔半径是一种加速液体射流破碎的有效手段。然而,荷电液滴破碎的尺度并无明显变化,它表明电场的存在部分削弱了射流半径对射流破碎的贡献。在轴对称模型下,射流半径的改变对射流不稳定性影响更小。同样,不同物理性质的液体介质对荷电液体射流不稳定性影响在非轴对称模型下表现得更为显著。

参 考 文 献

- Huberner A L, Chu H N. Instability and breakup of charged liquid jets[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1971, 4: 361~372.
- Artana G, Romat H, Touchard G. Theoretical analysis of linear stability of electrified jets flowing at high velocity inside a coaxial electrode[J]. *Journal of Electrostatics*, 1998, 43(2): 83~100.
- Priol L, Baudel P, Louste C, et al. Theoretical and experimental study(linear stability and Malvern granulometry) on electrified jets of diesel oil in atomization regime[J]. *Journal of Electrostatics*, 2006, 64(7~9):591~596.
- Lopez-Herrera J M, Ganan-Galvo A M. A note on charge capillary jet break of conducting liquids: experimental validation of a viscous one-dimensional model[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2004, 501: 303~326.
- 李芳, 刘志勇, 尹协振, 等. 电场作用下导电射流稳定性的理论与实验研究[J]. *力学季刊*, 2007, 28(4): 517~520.
Li Fang, Liu Zhiyong, Yin Xiezheng, et al. Theoretical and experimental investigation on instability of a conducting liquid jet under a radial electric field[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2007, 28(4): 517~520. (in Chinese)
- Bailey A G. Electrostatic atomization of liquids[J]. *Sci. Prog. Oxf.*, 1974, 61: 555~581.
- Jones A R, Thong K C. The production of charged monodisperse fuel droplets by electrical dispersion[J]. *Journal of Physics D: Appl. Phys.*, 1971, 4(8): 1 159~1 165.
- Son P H, Ohba K. Theoretical and experimental investigations on instability of an electrically charged liquid jet[J]. *International of Journal of Multiphase*, 1998, 24(4): 605~615.
- Chandrasekhar S. *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*[M]. Dover: New York, 1981.
- Setiawan E R, Heister S D. Nonlinear modeling of an infinite electrified jet[J]. *Journal of Electrostatics*, 1997, 42(3): 243~257.
- 杜青, 刘宁, 张建新, 等. 液体燃料射流破碎的热不稳定性分析[J]. *燃烧科学与技术*, 2005, 11(4): 323~328.
Du Qing, Liu Ning, Zhang Jianxin, et al. Analysis of thermal instability for the breakup of liquid jets[J]. *Journal of Combustion Science and Technology*, 2005, 11(4): 323~328. (in Chinese)
- 张军, 闻建龙, 王军锋, 等. 毛细管-环电极下的静电雾化模式的研究[J]. *农业机械学报*, 2006, 37(6): 124~127.
Zhang Jun, Wen Jianlong, Wang Junfeng, et al. Investigation on modes of electrostatic spray under capillary-annular electrode configuration[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2006, 37(6): 124~127. (in Chinese)
- 贾卫东, 邱白晶, 施爱平, 等. 农用高压静电喷雾场的实验[J]. *农业机械学报*, 2007, 38(12): 66~69, 88.
Jia Weidong, Qiu Baijing, Shi Aiping, et al. Measurement of agricultural high-voltage electrostatic spraying field by using PDPA[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2007, 38(12): 66~69, 88. (in Chinese)
- 杨超珍, 吴春笃, 陈翠英, 等. 静电喷雾的突变特性分析和试验[J]. *农业机械学报*, 2007, 38(1): 72~75.
Yang Chaozhen, Wu Chundu, Chen Cuiying, et al. Analysis and experiment of drastic characteristics in electrostatic spraying [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2007, 38(1): 72~75. (in Chinese)
- 汪朝晖, 廖振方, 高全杰, 等. 不同液体介质的高压静电雾化试验研究[J]. *电化学*, 2007, 13(3): 320~324.
Wang Zhaohui, Liao Zhenfang, Gao Quanjie, et al. Experimental research on electrostatic atomization for different liquid dielectrics[J]. *Electrochemistry*, 2007, 13(3): 320~324. (in Chinese)