

doi:10.3969/j.issn.1007-855x.2009.03.026

# 深沪股市日对数收益率的统计分析

左艳芳<sup>1</sup>,戴琳<sup>2</sup>,吴刘仓<sup>2</sup>

(1. 昆明冶金高等专科学校 社会科学与公共学院, 云南 昆明 650033;

2. 昆明理工大学 理学院, 云南 昆明 650093)

**摘要:** 利用广义双曲分布族中的正态逆高斯分布, 结合 Matlab, Eviews 和 SPSS 统计软件, 对深、沪股市 A 股的收盘价所对应的日对数收益率进行了统计分析研究. 实证研究结果显示, 利用广义双曲分布拟合股价日对数收益率比正态分布拟合效果好. 从而为广大投资者提供决策依据.

**关键词:** 广义双曲分布; 尖峰; 厚尾; 收益率

**中图分类号:** O212 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-855X(2009)03-0112-05

## Statistical Analysis of Log - Return Series of Shenzhen and Shanghai Stock Market

ZUO Yan-fang<sup>1</sup>, DAI Lin<sup>2</sup>, WU Liu-cang<sup>2</sup>

(1. Faculty of Social Science and Public Education, Kunming Metallurgy College, Kunming 650033, China;

2. Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

**Abstract:** The normal inverse Gaussian distribution of the generalized hyperbolic distribution group and Matlab, Eviews and SPSS statistical software are used to study the distribution of the log - return series of A - share stock market's closing price in Shenzhen and Shanghai stock markets. The empirical results show that the generalized hyperbolic distribution fits the log - return better than the normal distribution.

**Key words:** generalized hyperbolic distribution; sharp - kurtosis; fat tails; return rate

### 0 引言

收益率作为金融资产价格波动的指标,对投资者的理性投资起着很大的指导作用. 金融资产价格的巨幅波动,如股票的暴涨暴跌,反映在收益率这一指标上就是股票极端收益率情形,而极端收益率发生情况由收益率分布的尾部特征来决定,所以研究分布的尾部特征具有极其重要的现实意义.

对经济和金融数据的大量分析表明<sup>[2~5,10]</sup>,传统的正态分布假设和实际吻合程度差强人意. Barndorff-Nielsen<sup>[3]</sup>在研究丹麦海岸的风积沙砾的大小的时候首次提出广义双曲分布,这种分布有非常好的统计性质. 双曲分布(hyperbolic distribution)、正态逆高斯分布(normal inverse Gaussian distribution, NIG)、t分布、variance gamma 和正态分布都是其极限形式,而这些分布都被用来对金融和经济数据进行建模. 人们发现,采用广义双曲分布对市场数据的拟合程度要远远高于正态分布. 这是由于广义双曲分布具有更多的参数,在概率密度函数中有 Bessel 函数,能更好地刻画市场数据具有的高厚尾性和高偏度等特征.

因此,利用典型的尖峰和厚尾的广义双曲分布对我国股市深、沪两地 A 股日对数收益率分布进行拟合. 实证研究结果显示,利用广义双曲分布拟合股价日对数收益率比正态分布拟合效果好. 所得结果对研究中国股票市场的收益率分布情况具有理论和实际意义,对股市投资者有一定的指导意义.

**收稿日期:** 2008-08-28. **基金项目:** 云南省教育厅科研基金项目资助(项目编号:07L00001),昆明理工大学校青年科研基金项目资助(项目编号:校青 2006-28).

**第一作者简介:** 左艳芳(1963-),女,硕士,副教授. 主要研究方向:应用统计. **E-mail:** yfzuo8888@163.com

## 1 广义双曲分布

### 1.1 一元广义双曲分布<sup>[4]</sup>

广义双曲线分布的 Lebesgue 密度函数形式如下:

$$gh(x, \lambda, \alpha, \beta, \delta, \mu) = a(\lambda, \alpha, \beta, \delta) (\delta^2 + (x - \mu)^2)^{\frac{\lambda-1}{2}} k_{\lambda-\frac{1}{2}}(\alpha \sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2} \exp(\beta(x - \mu))) \quad (1)$$

$$\text{其中 } a(\lambda, \alpha, \beta, \delta) = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^{\frac{\lambda}{2}}}{\sqrt{2\pi} \alpha^{\lambda-\frac{1}{2}} \delta^\lambda k_\lambda(\delta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2})} \quad (2)$$

是标准化的常量,  $k_\lambda$  表示阶数为  $\lambda$  的第 2 类修正 Bessel 函数. 式(1), (2) 中参数的范围为:

$$\mu \in R$$

$$\delta \geq 0, |\beta| < \alpha, \text{ if } \lambda > 0$$

$$\delta > 0, |\beta| < \alpha, \text{ if } \lambda = 0$$

$$\delta > 0, |\beta| \leq \alpha, \text{ if } \lambda < 0$$

其中  $\alpha$  决定分布的形态(shape);  $\beta$  决定分布的偏度, 当  $\beta = 0$  时, 分布是对称的;  $\mu$  决定分布的位置;  $\delta$  是一个尺度(scale) 参数, 对应于正态分布中的  $\sigma$ ;  $\lambda$  可用于描述某个子类的特征, 更有意义的是可以通过改变  $\lambda$  的值来调整尾部的厚度. 由此可见, 与正态分布仅有两个参数相比较, 这个分布族非常灵活, 能更好地拟合实际金融收益分布.

### 1.2 常用的分布

下面讨论广义双曲线分布(GH 分布) 的极限形式和一些常用的分布的关系.

1) 正态分布: 当  $\delta \rightarrow \infty$  和  $\delta/\alpha \rightarrow \alpha^2$  时, GH 就成为正态分布.

2) 双曲分布: 当  $\lambda = 1$  时, 就得到双曲分布:

$$f_H(x) = \frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}{2\alpha\delta k_1(\delta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2})} \exp(-\alpha \sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2} + \beta(x - \mu)) \quad (3)$$

这就是双曲线分布(hyperbolic distribution) 的密度函数.

3) 正态逆高斯分布(NIG): 当  $\lambda = -1/2$  时, 就得到正态逆高斯分布(Normal Inverse Gaussian distribution, 简称 NIG 分布), 其概率密度函数为:

$$f_{NIG}(x) = \frac{\alpha\delta}{\pi} e^{\delta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \beta(x - \mu)} \frac{K_1(\alpha \sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2})}{\sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2}} \quad (4)$$

4)  $t$  分布: 当  $\alpha = \beta = \mu = 0$  时, 就得到了  $t$  分布.

## 2 广义双曲分布在深沪股市日对数收益率统计分析中的应用

### 2.1 数据样本和计算工具

研究所采用的样本数据<sup>[1]</sup>如表 1 所示.

表 1 上证和深证 A 股收盘指数样本

Tab. 1 Sample of closing index of A-share in Shenzhen and Shanghai stock market

指数	样本区间	日收盘指数数据个数
上证 A 股收盘指数	1996-12-17—2003-03-17	1501
深证 A 股收盘指数	1996-12-17—2003-03-17	1501

计算工具为 Microsoft Excel, Matlab7. 1, SPSS 和 EViews3. 1.

### 2.2 深圳股市日对数收益率的统计分析

以下我们将利用广义双曲分布模型来拟和深圳股市 A 股的日对数收益率分布. 这里的数据是股票收

盘价及对应的对数收益率,时间为 1996 年 12 月 17 日到 2003 年 3 月 17 日,频率为一天.图 1,2 分别是深圳股市 A 股的日收盘价和对数收益率的分布曲线.

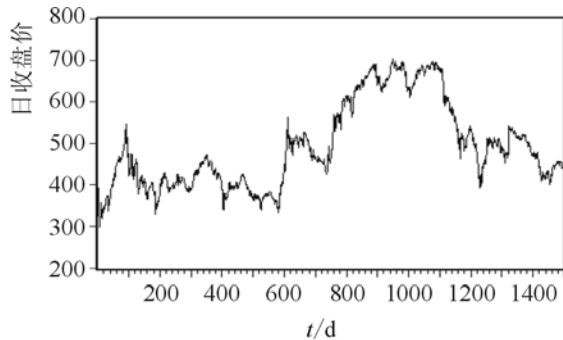


图1 深证A股1996年12月17日到2003年3月17日收盘价曲线

Fig.1 Curve of closing price of A-share from December 17,1996 to March 17,2003 in Shenzhen

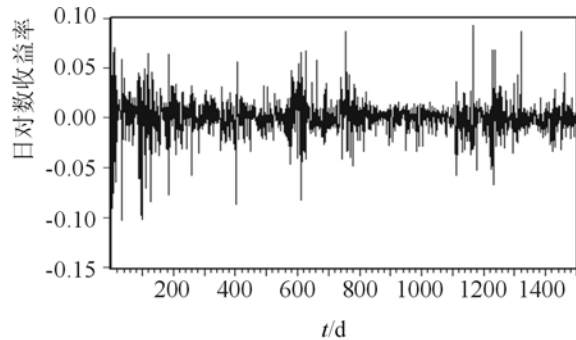


图2 深证A股1996年12月18日到2003年3月17日日对数收益率曲线

Fig.2 Curve of daily log-return of A-share from December 17,1996 to March 17,2003 in Shenzhen

由于广义双曲线分布族的密度函数形式复杂,参数估计非常困难,因此,在这里我们只考虑一种相对简单的正态逆高斯分布的情况.利用深证 A 股 1996 年 12 月 18 日到 2003 年 3 月 17 日日对数收益率的样本数据,通过计算得正态逆高斯分布的极大似然参数估计结果如表 2 所示.

表 2 参数估计结果

Tab.2 Results of parameter estimation

$\alpha$	$\beta$	$\delta$	$\mu$
11.898 1	0.218 2	1.912 8	-0.004 532

在表 2 中我们得出了正态逆高斯分布的参数估计值.由于  $\beta \neq 0$ ,则说明样本数据不是对称的分布. $\alpha$  决定分布的形态(shape); $\mu$  决定分布的位置; $\delta$  是一个尺度(scale)参数,对应于正态分布中的  $\sigma$ .

下面研究广义双曲分布应用于深证 A 股日对数收益率的密度函数图和  $Q-Q$  图<sup>[8]</sup>.

从图 3 可以清楚地看出,利用正态逆高斯分布拟合呈现出尖峰厚尾性,它的最高峰度比正态分布更高,尾部比正态分布更厚.由图 4 深证 A 股的  $Q-Q$  图看出,利用正态逆高斯分布拟合深证 A 股日对数收益率效果比较好.

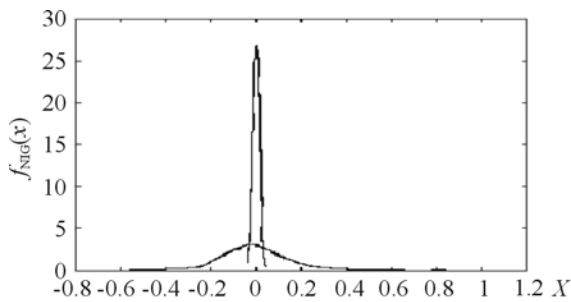


图3 深证A股密度函数图

Fig.3 The probability density of A-share in Shenzhen stock market

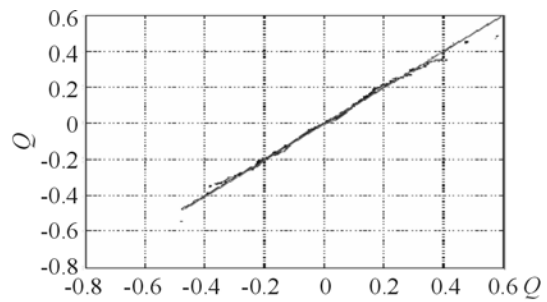


图4 深证A股Q-Q图

Fig.4 The Q-Q plot of A-share in Shenzhen stock market

### 2.3 上海股市日对数收益率的统计分析

下面我们将利用广义双曲分布模型拟合上海股市 A 股的日对数收益率分布.这里的数据是股票收盘价及对应的对数收益率,时间为 1996 年 12 月 17 日到 2003 年 3 月 17 日,频率为 1 天.图 5,6 分别是上海股市 A 股的日收盘价和对数收益率的分布曲线.

从图 5 和 6 可以看出,我国上海股市 A 股的一些交易日的收盘价及对数收益率出现较大波动,出现不平稳系列,呈现出明显的厚尾、尖峰的性质,而且还具有一定的偏度.而广义双曲分布是典型的尖峰和厚尾分布.因此,我们使用广义双曲分布代替正态分布研究日对数收益率分布.同样利用正态逆高斯分布对上

证 A 股 1996 年 12 月 18 日到 2003 年 3 月 17 日日对数收益率的样本数据,通过计算得到正态逆高斯分布的极大似然参数估计结果如表 3 所示.

在表 3 中我们得出了正态逆高斯分布的参数值. 由于  $\beta \neq 0$ , 则说明样本数据不是对称的分布.  $\alpha$  决定分布的形态 (shape);  $\mu$  决定分布的位置;  $\delta$  是一个尺度 (scale) 参数, 对应于正态分布中的  $\sigma$ .

下面我们研究广义双曲分布应用于上证 A 股日对数收益率的密度函数图和  $Q-Q$  图.

表 3 参数估计结果

Tab. 3 Results of parameter estimation

$\alpha$	$\beta$	$\delta$	$\mu$
12.8658	0.2482	2.0512	-0.008512

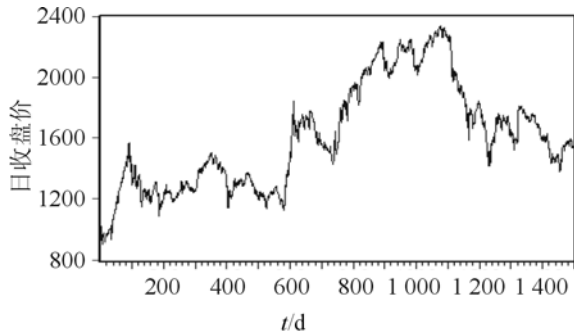


图5 上证A股1996年12月17日到2003年3月17日收盘价曲线

Fig.5 Curve of closing price of A-share from December 17,1996 to March 17,2003 in Shanghai

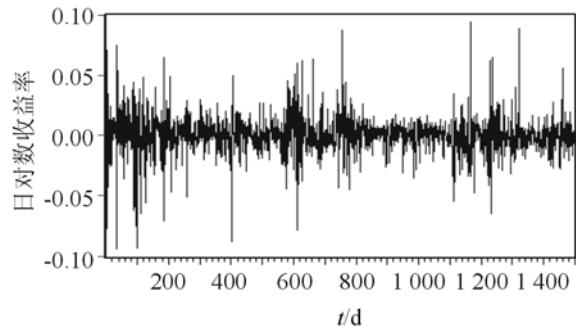


图6 上证A股1996年12月18日到2003年3月17日日对数收益率曲线

Fig.6 Curve of daily log-return of A-share from December 17,1996 to March 17,2003 in Shanghai

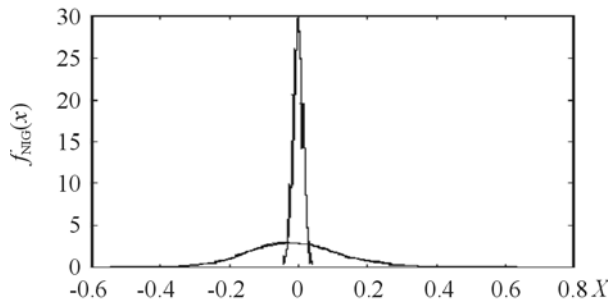


图7 上证A股密度函数图

Fig.7 The probability density of A-share in Shanghai stock market

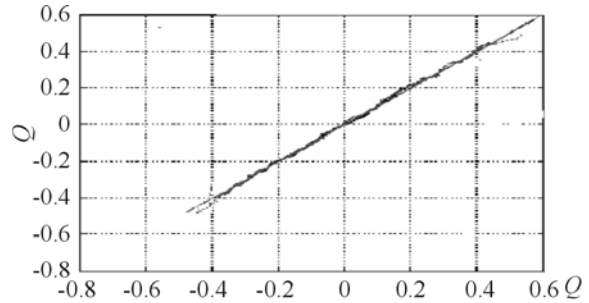


图8 上证A股Q-Q图

Fig.8 The Q-Q plot of A-share in Shanghai stock market

从图 7 可以清楚地看出,利用正态逆高斯分布拟合上证 A 股收益率呈现出尖峰厚尾性,它的最高峰度比正态分布更高,尾部比正态分布更厚. 由图 8 上证 A 股的  $Q-Q$  图看出,利用正态逆高斯分布拟合上证 A 股日对数收益率效果也比较好.

### 2.4 深、沪股市的日对数收益率的比较分析

通过对深、沪两地股市 A 股的日对数收益率的统计分析,发现我国股市的数据有明显的“尖峰厚尾”特征. 通过比较图 1 和图 5,发现我国深、沪两地股市 A 股收盘价的波动趋势大体相同. 通过比较图 2 和图 6,可以发现我国深圳股市的日对数收益率的波动范围比上证的大一些. 从图 4 和图 8 上看,广义双曲分布对深圳股市的日对数收益率拟合效果比上海股市的好.

### 3 结论与实际操作建议

众所周知,许多模型都是建立在正态分布的基础上建模的,传统研究大多假定金融资产的收益服从正态分布. 但论文通过对深、沪两地股市 A 股的日对数收益率的样本数据进行实证研究发现,与正态分布相比,金

融资产的对数收益明显呈现出尖峰、厚尾、偏斜等特征. 因此, 我们利用典型的尖峰和厚尾的广义双曲分布对数据进行拟合. 实证研究结果显示, 利用广义双曲分布拟合股价日对数收益率比正态分布拟合效果好. 所得结果对研究中国股票市场的收益率分布情况具有理论和实际意义, 对股市投资者有一定的指导意义.

#### 参考文献:

- [1] 云南信息港昆明国泰君安网上交易分析系统[EB/OL]. <http://www.stocks.yn.cninfo.net>.
- [2] MIKAE LINDEN. A Model For Stock Return Distribution[J]. International Journal of Finance And Economics Int. J. Fin. Econ, 2001, (6): 159 - 169.
- [3] BARNDORF - NIELSEN. Exponentially Decreasing Distributions for the Logarithm of Particle Size[J]. Proceedings of the Royal Society London, the Royal Society London, 1977, (353): 401 - 419.
- [4] EBERLEIN E. Keller U Hyperbolic Distributions in Finance[J]. Bernoulli, 1995, (1): 281 - 299.
- [5] BARNDORFF - NIELSEN. E. Processes of Normal Inverse Gaussian type[J]. Finance & Stochastics, 1998, (2): 41 - 68.
- [6] 萧树铁. 数学实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.
- [7] 薛薇. 统计分析与 SPSS 的应用[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2001.
- [8] 陈桂明, 戚红雨, 潘伟. Matlab 数理统计(6. X)[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [9] 易丹辉. 数据分析与 Eviews 的应用[M]. 北京: 中国统计出版社, 1994.
- [10] 吴刘仓, 李会琼. 深圳股市成交量的统计分析[J]. 昆明理工大学学报: 理工版, 2006, 31(6): 107 - 110.

(上接第 111 页)

因为美国道琼斯指数与英国金融时报 FTSE100 指数存在强烈的正象限相关的关系,  $\lambda$  值较大, 所以可以用 MATLAB 中的 polyval 函数命令对其进行线性拟合, 见图 5. 结论如下:

$$y = 0.5046x - 289.9746 \quad (6)$$

其中  $y$  为英国金融时报 FTSE100 指数,  $x$  为美国道琼斯指数, 我们可以根据这个线性模型, 根据美国道琼斯指数的走向对英国金融时报 FTSE100 指数的走势做出预测.

### 3 结论

全球经济一体化的进程加速, 科技日新月异, 大大加快了全球金融业的发展, 但同时加大了金融危机的发生概率, 这次以次贷危机引起的金融海啸给世界金融业造成了巨大损失, 并引起了一些国家的经济衰退, GDP 增速放缓或者负增长, 引发了失业等一系列社会问题. 因此, 对股票、债券及其他各类金融衍生品的跨地区流动传导效应的研究对维护金融安全有重要意义. 本文通过刻画 Chi - Plots 的方法来刻画不同地区的股市指数变量之间的关系, 直观而且易于分析, 但是也有无法定量的缺点, 因此需要加以补充和完善.

#### 参考文献:

- [1] TRACY YANG, CRISIS. Contagion, and East Asina Stock Markets[Z]. Singapore: Institute of Sotheast Asian Studies, 2002.
- [2] CHRISTIAN GENEST, JEAN-GLAUDE BOLES. Deteting Dependence with Kendall plots[J]. The American Statistician, 2003, 57(4): 1 - 10.
- [3] 王璐. 中国股市和债市传导效应的 Chi - Plot 研究[J]. 数理统计与管理, 2008, 27(3): 521 - 524.
- [4] SHOICHIRO NAKAMURA. Numerical Analysis and Graphic Visualization with MATLAB(Second Edition)[M]. London: Preason Education, Inc, 2002: 33 - 241.

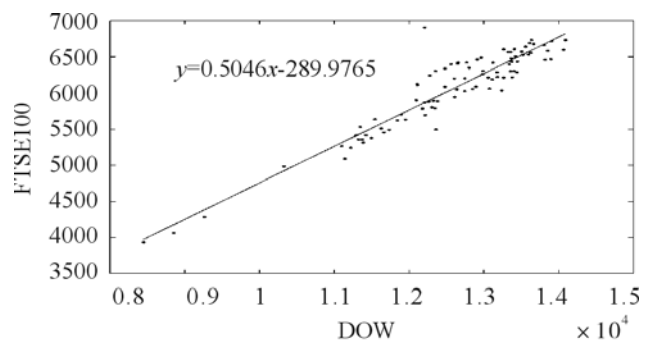


图 5 美国道琼斯指数与英国金融时报 FTSE100 指数的线性拟合  
Fig.3 The linear fitting of DOW and FTSE100