

多阶振幅量化加权二维固态有源相控阵天线的设计与分析

高 铁 李建新 郭燕昌

(南京电子技术研究所 南京 210013)

摘要 本文论述了一种多阶振幅量化二维固态有源相控阵天线获得低副瓣的口径设计方法,这种方法可适用于任意复杂口径天线。另外,对于由随机幅相误差和单元(或 T/R 组件)失效而引起的副瓣电平恶化和增益下降也进行了分析。

关键词 固态有源相控阵天线,多阶振幅量化,低副瓣,幅相误差,增益损失,失效

1 引 言

随着单片微波集成电路 (MMIC) 技术的发展和成熟,具有 MMIC T/R 组件的有源相控阵天线在现代雷达系统中越来越受到广泛的重视。在固态阵列天线中,为了减少 T/R 组件的品种和降低副瓣电平,已提出了许多方法。在早期的文献中,Skolnik^[1] 和 Halford^[2] 研究了密度加权天线阵列。事实上,它是一阶振幅量化阵列,对于这种阵列,单元上的振幅系数是相同的,当阵列单元总数不是很大时,其副瓣电平不是很低。为了获得低副瓣电平而不增加单元的数目,文献[3-6]提出了多阶振幅量化的方法,为了计算最佳量化幅度,给出了一组积分方程。但是上述方法仅限于直线和平面圆形阵列。另外,针对圆口径天线的几何对称性,他将二维平面问题退化成一维问题来处理,对于一个需逼近的二维复杂口径天线来说,则根本无法列出 $K-1$ 个联立的递推积分方程。近来, J. J. Lee^[7] 提出了一种固态阵列天线副瓣控制的方法,对于一平面矩形阵列,他用一平面椭圆阵列来逼近,其阵列四个角必须切掉,口径面积下降 21.4%,因此,其口径效率也将下降。

本文运用概率统计原理和优化技术,讨论了多阶振幅量化方法,这种方法适合于任意二维阵列口径分布,且水平和垂直面的副瓣电平可以分别控制。当存在随机幅相误差和可能的 T/R 组件失效时,推导了估计阵列副瓣电平恶化和增益损失的计算公式。作为举例,对 60×30 单元固态有源阵进行了分析并给出了一些计算结果。

1993-04-21 收到,1993-09-28 定稿

高 铁 男,1961 年生,硕士,工程师,中国电子学会会员,现从事相控阵天线和共形阵天线等方面的研究工作。

李建新 男,1966 年生,硕士,工程师,现从事信号处理、相控阵天线和自适应阵列天线等方面的研究工作。

郭燕昌 男,1938 年生,伦敦大学博士,高级工程师,中国电子学会和 IEEE AP 的高级会员,现从事相控阵天线和自适应阵列天线等方面的研究工作。

2 理论公式和计算

为简单起见,考察一矩形口径平面阵。假设单元沿 X 轴和 Y 轴分别以 d_x 和 d_y 等间距排列,阵列单元沿 X 轴和 Y 轴排列个数分别为 M 和 N 。当忽略单元波瓣时,理想场强波瓣可表示为

$$E_0(u, v) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I_{mn} \exp[j(mu + nv)], \quad (1)$$

式中 $u = (2\pi/\lambda)d_x(\sin\theta\cos\varphi - \sin\theta_0\cos\varphi_0)$, $v = (2\pi/\lambda)d_y(\sin\theta\sin\varphi - \sin\theta_0\sin\varphi_0)$ 。 I_{mn} 是第 (m, n) 个单元上的理想幅度系数并可从口径分布函数 $F(X, Y)$ 抽样得到, λ 和 (θ_0, φ_0) 分别为波长和阵列波瓣的扫描角。

现假定(1)式中的 I_{mn} 用随机变量 J_{mn} 代替, J_{mn} 的量化取值可以为 C_0, C_1, \dots, C_K , ($C_0 = 0, C_{k-1} < C_k, C_K = 1$)。此时场强波瓣可写成

$$E(u, v) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N J_{mn} \exp[j(mu + nv)]. \quad (2)$$

令 $\langle E(u, v) \rangle = E_0(u, v)$ ($\langle X \rangle$ 代表对 X 求均值), 有

$$\langle J_{mn} \rangle = I_{mn}. \quad (3)$$

将 $[0, 1]$ 分成 K 个区间: $[C_0, C_1], [C_1, C_2], \dots, [C_{K-1}, C_K]$ 。当 $I_{mn} \in [C_{k-1}, C_k]$ 时, 令

$$J_{mn} = \begin{cases} C_k, & \text{取概率 } P_{mn}; \\ C_{k-1}, & \text{取概率 } 1 - P_{mn}. \end{cases} \quad (4)$$

显然有

$$\langle J_{mn} \rangle = P_{mn} C_k + (1 - P_{mn}) C_{k-1}. \quad (5)$$

由(3)式和(5)式可以导出下式,

$$P_{mn} = \frac{(I_{mn} - C_{k-1})}{(C_k - C_{k-1})}. \quad (6)$$

由方差的定义

$$\sigma_E^2 = D[E(u, v)] = \langle E(u, v)E^*(u, v) \rangle - \langle E(u, v) \rangle \langle E(u, v) \rangle^* \quad (7)$$

可推出

$$\sigma_E^2 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \text{Max}[0, (C_k - I_{mn})(I_{mn} - C_{k-1})]. \quad (8)$$

再令 $P(u, v)$ 和 $P_0(u, v)$ 分别为 $E(u, v)$ 和 $E_0(u, v)$ 的功率波瓣, 从(7)式可得

$$\langle P(u, v) \rangle = P_0(u, v) + \sigma_E^2. \quad (9)$$

由此式可以看出, 为了使 $P(u, v)$ 最佳逼近 $P_0(u, v)$, 需令 σ_E^2 最小。因此, 可以通过线性无约束优化过程(鲍威尔法或共轭梯度法), 求(9)式的极小值, 其运算迭代收敛很快, 同时在普通微机上仅需十几秒钟即可求得一组最佳的量化台阶 $[C_0, C_1, \dots, C_K]$ 。因此, 振

幅系数 J_{mn} 可由(6)和(4)式确定。

作为应用举例,我们选择 $F(X, Y) = F(X) \cdot F(Y)$ 作为理想口径分布函数,这里 $F(X)$ 和 $F(Y)$ 分别是水平面和垂直面低副瓣电平的口径分布,它们可以是 Taylor 或 Chebyshev 分布,等等。在下面的计算中,应用二维 FFT 计算出相应的三维波瓣图,分别对主平面(包括水平面和垂直面)和非主平面域搜索出峰值副瓣电平(PPLs)。对一具有 $M = 60$ 和 $N = 30$ 单元的 S 波段,单元间距 d_x 和 d_y 均为 0.5λ 的平面矩形阵列,选择 $F(X)$ 和 $F(Y)$ 分别为 -40dB 和 -30dB 的理想 Taylor 分布,且最佳口径分布 J_{mn} 对阵列中心对称。峰值副瓣电平与量化阶数 K 之关系如图 1 所示。结果表明,当 K 增加时,峰值副瓣电平逐渐下降。当 $K = 2$ 时,峰值副瓣电平比 $K = 1$ 时的峰值副瓣电平可得到约 6dB 下降,当 $K = 3$ 时,峰值副瓣电平比 $K = 2$ 时的峰值副瓣电平可得到约 $2 \sim 4\text{dB}$ 下降。图 2 和图 3 示出了当 $K = 4$ 时的口径分布和相应的三维波瓣(四分之一波瓣)。其水平面、垂直面和非主平面的峰值副瓣电平分别为 -35.5dB , -28.5dB 和 -34.5dB , 口径效率为 64.2% 。

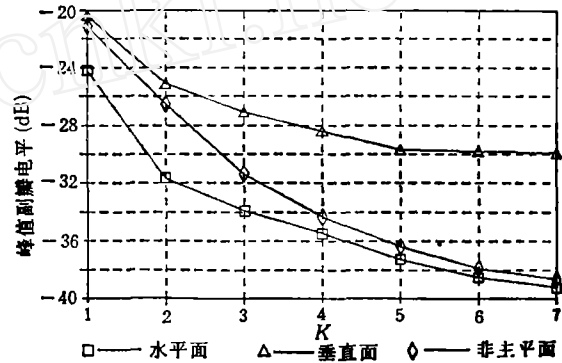
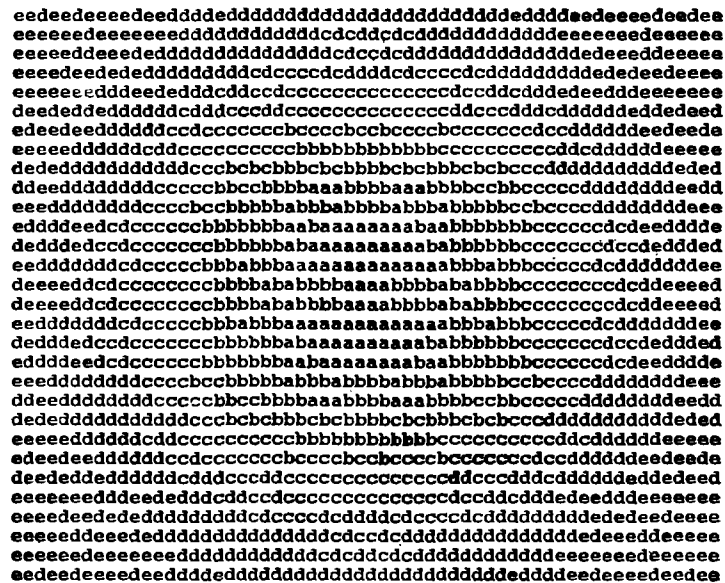


图 1 60×30 单元的平面矩形阵列副瓣电平与量化阶数 K 的关系曲线



a—1.00, b—0.72, c—0.47, d—0.21 e—0.00

图 2 4-阶振幅量化的口径分布

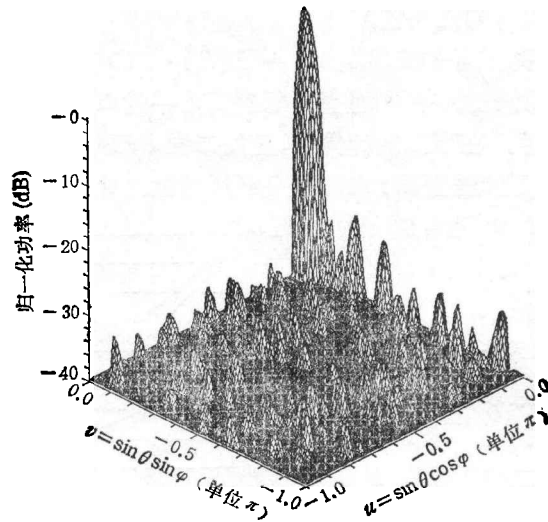


图3 具有4阶振幅量化的三维波瓣图(四分之一立体波瓣)

3 具有容差和失效的阵列性能

至此, 我们已讨论了多阶振幅量化加权方法. 由于在制造中的容差和在实际应用中 T/R 组件(或单元)的失效, 口径分布偏离预期值, 从而导致峰值副瓣电平恶化和增益下降. 在这节里, 我们研究容差和 T/R 组件(或单元)的失效对振幅量化加权阵列的峰值副瓣电平和增益的影响. 推导峰值副瓣电平小于给定的副瓣电平的公式和增益下降的一般表达式, 并给出一些模拟计算结果.

假定阵列各个单元或 T/R 组件是独立的, 由于幅相误差和 T/R 组件失效, (2)式中具有振幅量化的阵列波瓣可写成

$$E(u, v) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N J_{mn} f_{mn} (1 + \delta_{mn}) \exp(j\varphi_{mn}) \exp[j(mu + nv)], \quad (10)$$

式中 $\delta_{mn}, \varphi_{mn}$ 为第 (m, n) 个单元的幅相误差, 它们服从均值为零、方差为 σ_δ^2 和 σ_φ^2 的正态分布, f_{mn} 为第 (m, n) T/R 组件失效因子, 满足下列分布

$$f_{mn} = \begin{cases} 1, & 1 - P_f; \\ 0, & P_f; \end{cases} \quad (11)$$

式中 P_f 为 T/R 组件失效概率, 显然有

$$\langle f_{mn} \rangle = \langle f_{mn}^2 \rangle = 1 - P_f. \quad (12)$$

$E(u, v)$ 是一个复随机函数, 它可以分解成实数部份和虚数部份

$$E(u, v) = E_1(u, v) + jE_2(u, v), \quad (13)$$

假设 σ_E^2, σ_1^2 和 σ_2^2 分别是 $E(u, v)$, $E_1(u, v)$ 和 $E_2(u, v)$ 的方差, σ_{12} 是阵列波瓣的协方差. 当阵列照射 J_{mn} 是对称的且 $2mu + 2nv \neq k\pi$ 时, 可以证明 $\sigma_1^2 \approx \sigma_2^2 = \sigma_E^2/2$ 和 $\sigma_{12} = 0$. 阵列波瓣的均值和方差是

$$\left. \begin{aligned} \langle E(u, v) \rangle &= (1 - P_f) \Phi(1) \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N J_{mn} \exp[j(mu + nv)], \\ \sigma_E^2 &= [(1 + \sigma_A^2)(1 - P_f) - (1 - P_f)^2 \Phi^2(1)] \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N J_{mn}^2, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中 $\Phi(K)$ 是随机相位误差的特征函数, 对于均值为零的正态分布它等于 $\exp(-K^2\sigma_\phi^2/2)$. 于是实数部份和虚数部分归一化方差为

$$\sigma'^2 = \frac{1}{2} \frac{\sigma_E^2}{|\langle E(0,0) \rangle|^2} = \frac{(1 + \sigma_A^2) - (1 - P_f)\Phi^2(1)}{(1 - P_f)\Phi^2(1)} \cdot \frac{1}{MN\eta}, \quad (15)$$

其中 $\eta = \left(\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N J_{mn} \right)^2 / \left(MN \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N J_{mn}^2 \right)$ 为振幅量化后的口径效率.

$E(u, v)$ 的副瓣服从 Rice 分布^[8]. 因此, 第 i 副瓣电平 S_i 小于给定的副瓣电平的概率是

$$P_i(R < T) = \int_0^T \frac{R}{\sigma'^2} \exp\left[-\frac{R^2 + S_i^2}{2\sigma'^2}\right] I_0\left[\frac{RS_i}{\sigma'^2}\right] dR, \quad (16)$$

式中 T 是给定的副瓣电平, $R^2 = E_1^2 + E_2^2$, $I_0(X)$ 为修正的零阶 Bessel 函数. 假设阵列波瓣的各个副瓣相互独立, 则阵列峰值副瓣低于给定值的概率应为所有 P_i 的乘积, 即

$$P(R < T) = \prod_i P_i(R < T). \quad (17)$$

在研究副瓣恶化的同时, 对由于幅相误差和 T/R 组件失效引起的增益下降也进行了研究. 在理想情况下, 阵列增益可以表达成

$$G_0 = 4\pi P_0(0,0) / \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P_0(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi. \quad (18)$$

当阵列不仅存在幅相误差而且同时存在 T/R 组件失效时, 增益可用下式近似

$$G = 4\pi \langle P(0,0) \rangle / \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \langle P(\theta, \varphi) \rangle \sin\theta d\theta d\varphi, \quad (19)$$

式中 $\langle P(\theta, \varphi) \rangle$ 由(9)式给出, σ_E^2 由(14)式得到. 从(19), (9)和(14)式有

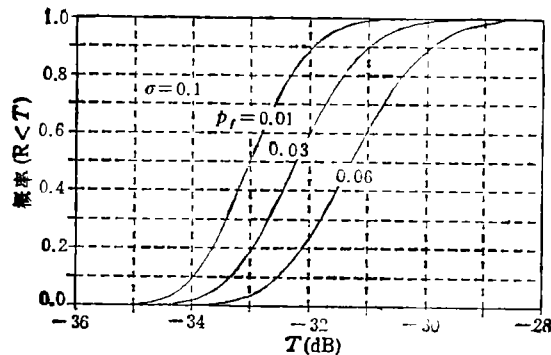


图 4 水平面副瓣恶化计算的概率曲线

$$\Delta G \approx -10 \lg \left[1 + \frac{P_f(1 + \sigma_A^2)}{1 - P_f} + (\sigma_A^2 + \sigma_\phi^2) \right]. \quad (20)$$

由此可以看出, 当 $P_f = 0$ 和幅相误差较小时, (20) 式的 ΔG 与 J. J. Lee^[7] 所得的结果相同。

将(17)式用于图 2 和图 3 例子中, 所计算的两组典型的水平面和垂直面峰值副瓣电平恶化累积概率曲线如图 4 和图 5 所示。在这个例子中, 幅相误差的均方根为 $\sigma = \sigma_A = \sigma_\phi = 0.1$, 失效概率 P_f 分别为 1%, 3% 和 6%。在图 6 中, 将幅相误差的均方根作为参量, 绘制了增益下降随 T/R 组件失效的关系曲线, 峰值副瓣电平恶化与增益下降的模拟结果与理论计算值非常吻合。

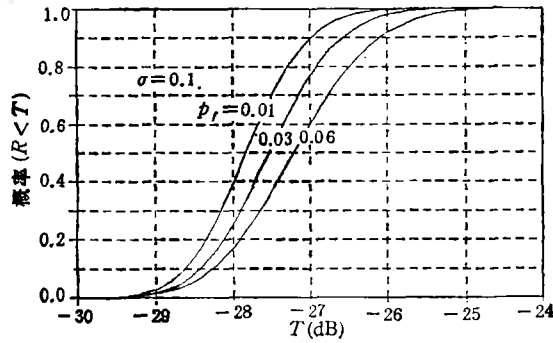


图 5 垂直面副瓣恶化计算的概率曲线

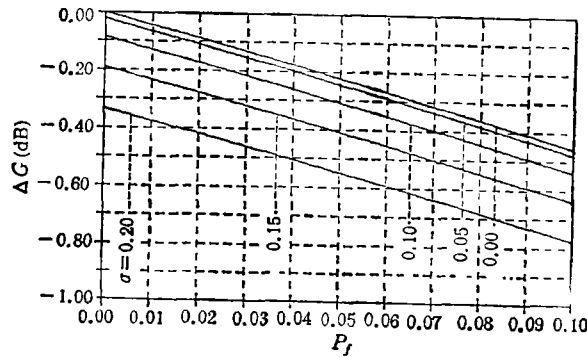


图 6 以不同幅相均方根误差作为参量时, 增益下降与 T/R 组件失效之函数关系

4 结 论

本文论述了一种简单而又行之有效的口径设计技术, 这种技术能够有效地降低波瓣的副瓣电平以及减少 T/R 组件的品种数。所给出的公式具有普遍性并适用于任意二维口径阵列天线。一旦给出理想的口径分布和所需的量化阶数 K , 即可迅速地求出一组最佳的量化台阶 $C_k (k = 0, 1, \dots, K)$ 和口径最佳量化分布 J_{opt} 。在峰值副瓣电平恶化和

增益下降的分析中,模拟值与理论预测值相差不超过百分之几。

参 考 文 献

- [1] Skolnik M I, *et al.* IEEE Trans. on AP, 1964, AP-12(6): 408—417.
- [2] Halford G J, *et al.* Proc. Radar'82 Conf., London: 1982, 360—364.
- [3] Guo Y C. On Antennas and EM Theory. Proc. of 1985 Int. Symp. Beijing: 1985, 667—671.
- [4] Guo Y C, *et al.* CIE 1986 Int. Conf. on Radar, Nanjing: 1986, 551—555.
- [5] Cheng H, *et al.* CIE 1991 Int. Conf. on Radar, Beijing: 1991, 207—210.
- [6] Xue F Z, *et al.* 1992 IEEE AP-S Int. Symp., Session MP04, Chicago: 1992, 454—457.
- [7] Lee J J. IEEE Trans. on AP, 1988, AP-36(3): 339—344.
- [8] Hsiao J K. Radio Science, 1984, 19(1): 292—303.

DESIGN AND ANALYSIS OF MULTI-STEP AMPLITUDE QUANTIZATION WEIGHTED 2-D SOLID-STATE ACTIVE PHASED ARRAY ANTENNAS

Gao Tie Li Jianxin Guo Yanchang

(*Nanjing Research Institute of Electronic Technology, Nanjing 210013*)

Abstract An aperture design technique using multi-step amplitude quantization for two-dimensional solid-state active phased arrays to achieve low sidelobe is described. It can be applied to antennas with the arbitrary complex aperture. Also, the gain drop and the sidelobe degradation due to random amplitude and phase errors and element (or T/R module) failures are investigated.

Key words Solid-state active phased array antenna, Multi-step amplitude quantization, Low sidelobe, Amplitude and phase errors, Gain loss, Failure